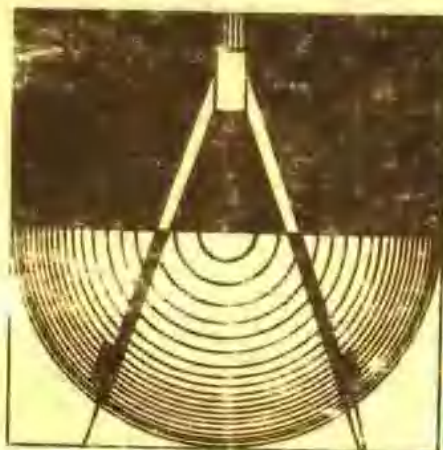


如何教國中數學

國民教育科學教學資料叢書 190

張平東 著



國立教育資料館主編
幼獅文化事業公司印行

如何教國中數學

張平東 著

國立教育資料館主編
幼獅文化事業公司印行



行政院新聞局核准登記證局版登業字第〇三號

主編者：國立教育資料館

著者：張平東

出版者：幼獅文化事業公司

發行人：胡執

臺北市重慶南路一段66之1號三樓

臺北市漢中街五十一號

郵政劃撥二七三七號

印刷者：中寶印刷事業有限公司

三重市成功路41巷11弄8號

基本定價：一元三角三分

中華民國七十四年四月出版

31026

序

發展科學教育，首重師資與教材。國民中小學之教科書，由國立編譯館統一編纂；教師之進修，由教育部、廳、局分別輔導，各有專司，脈絡井然。但因我國國民教育十分發達，以致教師人數衆多，欲求輔導工作全面展開，殊非易事。而鼓勵教師自動進修，當爲簡易可行之辦法，且其效果當更爲顯著。然坊間出版有關科學教育之參考書籍不多，是以提供優良參考書刊，實爲當務之急。本會有鑒於斯，乃於民國六十一年九月，由本會科學教育組負責籌劃，成立國民教育科學資料叢書編輯小組，聘請熊先舉先生擔任總主持人，積極展開工作。該小組的工作目標，在編撰國民中小學數學學科重要教材單元之有關參考資料，分：數學、物理、化學、生物、地球科學、健康教育六科，以課程爲經，以各年級相關學科教材爲緯，以各科某一重要概念爲主題，組成一教材單元蒐集與日常生活有關及富有啟發性及趣味性的題材，編爲一冊，彙集同一學科各冊成爲一套，使之分能獨立，合能相貫，包容既廣，取用尤便。各冊內容分爲導言，教材分析，參考資料，注釋，附錄諸項，著重在說明新探討方法及各教材單元在課程中之重要地位，可使教師對某一學科獲有一完整的觀念，進而把握科學教育之要旨，提高科學教育之效能。

本叢書之編寫方式，是寓教學方法於參考資料中，內容充實，構想新穎，約請之編撰人員，皆爲教學經驗豐富之中小學教師及大學教授，寫作態度至爲嚴謹。在一年餘辛勤耕耘之下，現已完成十五種，委託幼獅書店精印出版，以供國民中小學教師，師範院校學生及科學

才能較高之學生參考閱讀，對科學教育之推行，必能有所裨益。

爲統一事功，本會已將國民教育之科學發展研究事宜，移歸教育部統籌辦理，本叢書之編輯工作與經費預算，亦一併移轉，今後在教育部主持之下，當更能發揮高度之效能。

最後，對各位專家在百忙中，爲本會籌劃編撰叢書，將寶貴的經驗毫無保留地貢獻出來，特於此深致誠摯的敬意與謝意。

徐賢修 民國六十二年十二月
於行政院國家科學委員會

國民教育科學教學資料叢書編輯經過

行政院國家科學委員會，爲提供國民中、小學教師有關科學教育之參考書籍，輔導其自修，本寓科學教育之教學方法於參考資料中之構想，乃於民國六十一年九月，編組國民教育科學教學資料叢書編輯小組，由熊先學先生主持其事。翌年底，此類叢書完稿交印問世者，計數學、生物、地球科學三科各二種，物理、化學、健康教育三科各三種；共十五種，都八九萬餘言，此爲國家科學委員會直接編印時期之概況。

同年十二月，因國科會將國民教育之科學發展研究事宜，移轉教育部統籌辦理，國民教育科學教學資料叢書編輯工作，奉教育部指定由本館承辦，本館乃於六十三年初訂定「國民教育科學教學資料叢書編輯計畫」，報部核定，列爲「教育部科學教育及科學人才培育計劃」專案，與其他工作併爲教育部發展科學教育之一環。此類叢書共計爲一百種，除國科會已編十五種，本館續編八十五種，預定工作程序爲五年，至六十七年六月全部完成。

民國六十六年三月，嘉言承乏本館館務，深感此項叢書之編印工作對奠定國家長期發展科學基礎，極關重要，除積極清理已完稿交印而尚未印製發行之積稿，洽請合作編印之幼獅文化公司加速印行外，並按原定計畫續編二十七種，使成完構。

本叢書之編輯，先後達五年之久，是爲一項長程接力；其間主辦單位與主持人雖有更替，然其編輯要領，編寫方式等始終聯貫，允爲國內當前極有系統而頗具深度的科學教育參考書籍。數年以來，承各

位專家學者參與籌編撰稿，提供心血結晶；本館教育資料組同仁排除困難辛勞工作，幼獅文化公司不計盈虧印製發行；上級機關隨時督導，全力支持，使本館得以完成艱鉅任務。際茲編輯告成。特綴數語，藉誌經過，並申謝忱！

陳嘉言 民國六十六年十一月
於國立教育資料館

目錄

第一篇 序 論.....	1
第二篇 對數學的基本認識和瞭解.....	3
第一章 什麼是數學.....	3
第二章 為什麼要學數學.....	5
第三章 數學的應用問題.....	13
第四章 數學教學的未來趨勢.....	29
第三篇 國中數學師資.....	35
第一章 教師的自我評鑑.....	35
第二章 數學教師.....	41
第四篇 數學教學.....	45
第一章 概說.....	45
第二章 教學技術.....	49
第三章 如何教數學.....	53
第四章 如何考核學生.....	59
第五章 教學方法.....	67
甲 教學五原則.....	67
乙 教學法介紹.....	69
丙 如何教資優學生.....	78
丁 如何教程度較差的學生.....	81
戊 如何教解答問題.....	88
己 電腦輔助教學.....	100

第六章 教室管理.....	103
第五篇 教材的選擇及運用.....	107
第六篇 國中學生和數學.....	111
第一章 培養正確的學習態度.....	111
第二章 訓練學生學習方法.....	117
第三章 如何激發學生學習數學.....	121
後記	129

第一篇 序 論

自實施九年國民義務教育後，我國的基礎教育開始走上了新的里程碑，全民教育的普及已經形成了新的趨勢，為教育的整體發展，帶來了嶄新的開端，這是在教育史上，最重要的轉捩點。然而，國民教育的蓬勃發展，造成了就學人數的增加，也帶來了不可避免的副產品，如班級人數的增加，任課教師的負荷過重，學生程度的普遍降低，班級學生程度的參差不齊，學生對於基礎科學的學習毫無興趣，這些問題成為當前國家提升國民教育程度及發展科技基礎訓練的絆腳石，當然，這也是在實施普及教育過程中，必經的歷程。因此，如何利用適當的方法，合宜的技巧，來刺激，指導及鼓勵學生專心向學，激起學習興趣，使教師不但在教學中勝任愉快，而且能夠幫助學生克服“學科恐懼”而養成“自動自發”的學習精神，便成為當前重要的課題。故而，本書的主要宗旨，是提供給任課教師一些意見，如何使教學更具趣味化，更能引發學生的學習動機，如何在程度參差不齊的班級中，兼顧到個別差異，如何給予優異學生個別訓練而發揮其特長，同時，又能使成績低劣的學生獲得適當的注意及教導，而不致於“顧此失彼”不過，如何使剛剛從國小畢業的學生對數學發生興趣，從而導引他們對學習基礎科學的“好奇心”——以便培育我國未來的科技人材，將是本書最大的特徵之一。

有關教學原理，方法及理論方面的研討，本書因限於篇幅，不擬多加討論，何況，有關課程及教學之研究，我國最負盛名的教學與課程專家方炳林教授的著論頗多，其遺著有“中學教學法”，“普通教學法”，“教學新論”，“新教學法”，“課程的哲學基礎”，“教

學原理”等十餘種，不僅內容充實，而且，對我國中小學教師，提供了不少有關教學方法的卓越見解，實為中小學教師必讀的參考用書。更兼，數學教育界極負盛名的李嘉淦教授的“國小數學教學法”及“國中數學教學法”，此兩本國民教育科學教學資料叢書，已出版多年，對於我國數學教育——尤其是數學教學法——之發展，貢獻良多。

面臨一九八〇年代科技飛躍的大時代，數學法固然日新月異，但嫌錯綜複雜，即使相同的教法，由於教師、學生、社會環境以及種種人為因素的不同，而有相異的效果，因此，本書僅以作者本身多年的教學經驗，提及李著未曾涉及的教學問題，未來的教學新趨勢，以及八〇年代教學方法——有關小型計算器（Calculator）以及微電腦（Micro - Computer）的教學方法等等。希望能夠拋磚引玉，集思廣義，促進我國數學教育的發展，為國中數學教師提供一些解決教學上困擾問題的方向。

第二篇 對數學的基本認識和瞭解

第一章 什麼是數學

數學是一門基礎的科學，從討論數量間的關係，溝通數和量問題的應用，探討數與形的關係和性質，培養對「空間」，「函數」的基本概念，訓練「計算」，「查表」，及「基本作圖」的技能，進而培育思考能力及邏輯推理的方法。（註一）

對於一個水手而言，在海上航行而不知道每日星星、月亮、太陽位置的變化，是非常危險的，而且容易迷失在茫茫的大海。今日，由於航海曆（Nautical Almanac）的出現，使得船隻在海上航行安全許多。從這個例子裡，可以知道，如果沒有天文學，不會有航海曆；如果沒有人將觀察的星星、月亮、太陽的位置記錄及組織起來的話，也不會有天文學；如果不能將一大堆的細節和事實精簡的話，則不可能產生一本小小的航海曆了；更進一步來說，如果不用數學的計算，則無法將一大堆資料簡化。（註二）由此可見，數學最基本的功用，無非是希望節省時間，減少人類精神及體力上的浪費。

到底什麼是數學呢？美國數學學會（Mathematical Association of America）及美國數學教師協會（The National Council of Teachers of Mathematics）曾對於八〇年代中小學數學教育提出許多改善的意見，除了認為今後數學教育的重心應該放在“解答問題”（Problem Solving）及幫助學生將數學的技能運用到實際生活上之外，他們再提出了八大重點（註三），現稍為改寫略述如后：

- (1)數學是訓練學生有發掘主要問題能力的科學。
- (2)數學是訓練學生有分析問題及將問題概念化能力的科學。
- (3)數學是訓練學生能夠擬訂問題及追求目的的科學。
- (4)數學是訓練學生能夠發現問題的模式及其相似點的科學。
- (5)數學是訓練學生能夠自己去找適用資料的科學。
- (6)數學是訓練學生有實驗能力的科學。
- (7)數學是訓練學生能夠將技能的策略應用到新狀況的科學。
- (8)數學是訓練學生能夠利用已存在的常識，來解決日常生活問題的科學。

由以上數點，可以瞭解“數學”究竟是怎麼樣的科學了。

參考資料

註一：李嘉淦著：國中數學教學法，國民教育科學教學資料叢書，國立教育資料館，民國六十六年二版，第九頁至十五頁。

註二：James R. Newman, *The World of Mathematics*, New York, Simon and Schuster Inc., Vol.1, P.5-6

註三：張平東著：“從美國中學數學教育現況，談目前我國中學的數學教育”，數學傳播季刊，第六卷第四期，民國七十一年十二月第五十一頁～第五十七頁。及 National Council of Teachers of Mathematics, "An Agenda for Action, Remmendations for School Mathematics of the 1980s Reston, Virginia 22091, 1980

第二章 為什麼要學數學

究竟為什麼要學數學呢？這一個問題一直困擾著十三、四歲的國中生，亦是他們在求學中最重大疑難問題之一。

筆者於民國六十八年夏，回師範大學參加數學研究所舉辦之“中上學校數學教師暑訓班”並講授“美國中學數學教育”及“圖形學”兩課。在班上，曾對學員作有關數學教學方面的調查——請他們列出五點在教學上最常見的困難問題及五種最得意的教學經驗。經分析後發現，其中國中部分，最常見的問題是大多數學生對於數學感到枯燥乏味；其次是學生程度參差不齊，班級人數過多，以致於教師無法兼顧；加上，沒有留級制度，使得大多數學生對學業不加重視，上課時也不專心聽講，對於稍難的題目，如幾何的證明，公式的記憶，抽象的邏輯觀念等等，因不易理解，只要稍稍接觸，遇到了挫折，即宣告放棄，不再加以思考與研究；並且認為像這種數學問題，與實際生活脫節，根本沒有學習的必要，因此，對於數學這一門科學，失掉學習興趣，甚至於產生了厭惡感，使得許多教師在教學時，感到束手無策；而學生那種“無動於衷”滿不在乎的態度，更讓教師無法一展所長。（註一）

在五點最得意的教學經驗中，學員們一致認為啟發性的教法，小組式的教學以及個別輔導，在教學上發揮了很大的力量；其次，讓學生發言，提出問題，並鼓勵他們，對問題加以討論；並在課後輔導，因材施教；多舉有關生活上的例子；和學生建立感情，以鼓勵方式替代責罰（註二），這些活動，往往使教師獲得滿意的教學效果，可見我們的數學教師，對於數學科教學上的問題，已經開始重視，並且開

始嘗試謀求以不同的途徑及方法解決問題。這些解決問題的方法，亦帶給教師們愉快的教學經驗。

由以上問卷調查分析的結果，可以開接的瞭解到當今國中數學科教學的情況。進一步，我們更希望能夠針對資料中所顯示的教學問題，對症下藥，找出適當合理的方法，直接回答這群十三、四歲國中生內心的疑問，使他們能夠看透且體會到數學形式中所蘊涵的真實內容，使他們能夠從自動自發中“逐步歸納”，而不致迷失於“難題解答的技巧”中。（註三）

邱日盛教授在他“為什麼要學數學？”一文中，提及數學教育不應該太偏重於數學知識的傳授，應該多注重數學的學習過程，使學生在學習過程中，真正領悟“科學之母”的數學。（註四）他認為，數學是以萬物為其研究對象的學問，將所取的材料抽象化、理想化，然後，根據定理，導出理論，再將所得之理論，運用到各種領域及事物上。因此，數學的理論應用，不但促進了數學的發展，同時，也帶動了各種科學的發展。更進一步，他認為數學除了應用價值外，還擁有組織化、系統化的特性。學習數學不但使學生能夠培養有組織的頭腦，而且，可以從數學的組織方式、推理方法，促進學生發明、發現、創造的能力……。從最後一點看來，更可以顯示出學數學的重要性了。而今日科技的發展，無一不傾向於精密及複雜，如無準確精密之計算方法，高度的組織能力及合理的邏輯推理，又豈能解答科學上無數複雜的問題及符合今日科技精密的要求呢？

對於國中學生，似乎很難向他們解釋這長篇大論的道理，來提高他們學習數學的興趣及了解學數學的重要性。對於那些程度好，想升學的學生，他們認為，如果要考上好的學校，就要把要考的科目唸好，而數學是聯考中非常重要的一科，更非得好好研究不可。這些學生，為了在聯考時候獲得高分，確實能夠勤於學習，研究問題。其中不

做計算、推論，只看教科書、參考書，只背定理、選擇題答案者，大有人在。（註五）不過，在這些學生中，真正了解為什麼要學數學的人，可以說是少之又少，在程度好的學生如此，更遑論，那些程度欠佳，又不想升學的學生了。對於那些不想升學的學生而言，數學只是一些讓人難以瞭解的數字或符號，做一些無意義的運算，平時不做習題，導致考試成績低劣，使得原本已是“微乎其微”的學習興趣也蕩然無存了。於是，學生在上課時，無心聽講，甚至於擾亂教室，給任課教師製造不少麻煩和困擾（註六），因此，對這些學生，必須設法加以誘導，使他們能夠從簡易的例子中，瞭解數學的重要性，從而引起學習動機和興趣，而改變其學習的態度，及減少課堂上的困擾。

為什麼要學數學呢？對於一些無法瞭解數學重要性的國中生，不妨提出下列的理由：

自古以來，人類即和數學有不可分割的關係，後來，隨着文化的進展，人類活動範圍的擴大，以致於日常生活，不管巨細靡遺，都與數字有密切的關係，其中最重要的便是有關時間的支配和金錢的運用了。

(1)時間的支配：如何估計行程所要花費的時間來安排春假或畢業旅行，如何有效的運用時間，在娛樂上及讀書上，安排假日的休閒餘暇，這些，均可以利用簡易的數學計算來預估車程、閱讀速度，使時間的分配，能夠恰到好處。

(2)金錢的運用：如何將有限的零用金作最有效的運用呢？如何比較及判斷商品的價值，以期能購到物美價廉之商品？如何將少許的金錢作有效的投資及儲蓄，以獲得最大的利潤？購物時的論斤兩、定價錢，總之，不管你做什麼、說什麼、到何處去，均將牽涉到金錢，而如何善以利用金錢，如何有效的控制金錢的使用，將是一門非常實用的學問。

當然，學數學的理由，除了這兩項在國中學生的腦海裏認為是最切身的問題外，自然，還是有數不清的，有關於數學在應用方面的例子，其中最令人感慨的事，便是我國古時對於數學的應用，早已在歐洲文明啟蒙之前，已經是非常普及了，現在為什麼到今日，數學在應用方面的發展，却總不如歐美呢！

為了加深國中學生對於數學的認識，提高其興趣，不妨將數學在我國古時的成就，以故事方式向他們提及，希望他們能夠認識我們既往的歷史，並且了解到為什麼我國的數學，在應用方面的發展，不如歐美，同時，希望他們能夠瞭解到，學數學的另一面的理由。

我國的數學觀念向西方傳播的情況到底是如何呢？茲舉例簡述如下：（註七）

1 僅由九個數字和位值成分構成的記數法，我國早在西元前十四世紀商朝時代，就已經出現了。至於“零”的使用，雖在其後十一世紀之事，唯它的最初的形式，就是算盤上的空白地位，我國在西元前四世紀時的戰國時代已有了。

2 開平方及開立方的方法，我國在西元前一世紀就高度的發展了。與第四世紀“孫子算經”中求平方根的方法，及第五世紀“張邱建算經”中求立方根的方法，此類似的方法，在西元六百三十年，始出現於西方。

3 比例的發明，一般雖然歸功於印度，但漢朝的“九章”中已經有了，而且早過任何梵文的典籍。那時，對於“分子”所用的術語，我國是“實”，印度是“phala”，兩者的意義均為“果實”，對於“分母”的術語，我國用的是“法”，印度用的是“Pramana”，雙方均都表示長度的標準單位。

4 在西元前一世紀，我國就已出現了的負數，印度到西元六百三十年後才有。