国家级骨干教师通解

中学教材

创新讲解

红本

捷进书系

主编 洪鸣远

初二数学（上）

吉林人民出版社

总策划：龍門書局

捷进书系

中学教材

创新讲解

红本

初二数学（上）

学科主编：聂庆娟
本册编者：张　斌

吉林人民出版社

(吉)新登字 01 号

中学教材创新讲解·初二数学(上)

责任编辑　关铁宁　　封面设计　孙明晓
责任校对　陈洁美　　版式设计　洪　铭

出 版 者　吉林人民出版社(中国·长春人民大街 4646 号　邮编:130021)
网　　址　www.jlpph.com
发 行 者　各地新华书店
制　　版　北京佳佳图文制作中心
印 刷 者　河北衡水蓝天印刷有限责任公司

开　　本　880×1230　1/32
印　　张　10.75
字　　数　357 千字
版　　次　2004 年 5 月第 2 版第 1 次印刷
印　　数　00001－30100

标准书号　ISBN 7－206－04244－9/G·1353
定　　价　12.90 元

再版前言

《中学教材创新讲解》又重新修订、出版了。

感谢全国各地广大师生一年来对本丛书的关注和厚爱。大量的读者来信使我们充满信心，许多极富创意的良言善策也是我们改进、提高本书的有效捷径。2004年《中学教材创新讲解》在秉承讲深、讲细，以全面解读教材的基础上，加入了适量的分层递进式配套练习题，便于学生边学边练，随时巩固。修订后的丛书具有以下特点：

同步 以课（节）为单位编写，严格依照课本的章节顺序，逐字、逐句、逐图、逐表、逐题地全面透视和深度解析教材。着力体现对教材的辅导与教师的授课进度同步、与学生的学习节奏同步、与中学测验考试同步，充分体现了对学生全程学习的关爱、帮助与精心呵护。

全面 通过对教材面的聚焦、点的展开，全面实现教材知识间的左右贯通，前后纵横，既高屋建瓴，又细致入微。其重点是：对教材线索脉络的梳理，对知识概念的阐释与运用，对知识间内涵本质的挖掘与联系，对各学科、各知识点学习方法的培养和引导。确保学生能关注的各知识点无遗漏。

创新 以人为本，以学为本，以学生的发展为本；充分体现新一轮中、高考改革精神，注重学生学科综合能力的培养与提高。依据新教材、提供新材料、开启新视野、引发新思路，激活学生的灵感，开发学生的潜能。思路新、栏目新、材料新。

权威 丛书各科均由国家级、省级骨干教师领衔主笔，强强联合，精英聚会。名师对教材内在精神

领会深，重点、难点摸得准，讲解有奇招、指导针对性强。他们的讲解直指学生学习的疑问点、易忘点、错解点，颇有独到之处，令教师、学生心领神会、心到神知。

本丛书在修订过程中，得到全国各地诸多教研室、学校及广大师生的帮助，在此一并致谢。尽管我们从策划到编写极尽努力，但书中可能仍有一些不足之处，望广大读者继续批评指正。

主编：洪鸣远

目　录

mu lu

代　数

几　何

代　数

第八章　因式分解

8.1 提公因式法

名师告诉你

因式分解是把一个多项式写成几个因式积的形式，它与整式的乘法是两个互逆的运算过程．本章我们将主要学习三种因式分解的方法，在学习过程中要认真领会整式的乘法与因式分解的联系．本章内容与解一元二次方程及函数等方面有密切关系，在下一章分式的通分和约分上有直接的应用．

本章的重点与难点是三种因式分解方法的灵活运用和解题技巧的掌握．

纵观近几年的中考题，本章的考点比较单一，但由于方法灵活多变，有部分题目技巧性较强，我们在学习过程中一定要认真体会，总结．

教材全解

知识点1　因式分解的定义 ➢ 重点　考点

把一个多项式化成几个整式的积的形式，这种式子变形叫把这个多项式因式分解，也叫把这个多项式分解因式．

点拨 (1)因式分解的实质是一种恒等变形,是一种化和为积的变形:

$$多项式\xrightarrow{化为}几个整式的积$$

(2)因式分解与整式的乘法是互逆的.

$$多项式\underset{整式乘法}{\overset{因式分解}{\rightleftharpoons}}因式乘积$$

(3)因式分解的应用很多,如有关计算;分式的通分、约分;三角函数等.

因式分解必须分解到每一个因式不能再分解为止.

知识点2 公因式

(1)定义:一个多项式各项都含有的公共因式,叫这个多项式的公因式.

(2)确定公因式.

$$\begin{cases}系数:取各项整数系数的最大公约数\\字母:取各项的相同字母(有时为多项式)\\指数:取各相同字母的最低指数\end{cases}$$

知识点3 提取公因式法 考点

(1)定义:如果多项式的各项有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫提取公因式法.

(2)提取公因式法的依据:乘法分配律

(3)提取公因式的步骤:

"一定":确定公因式.

"二提":将各项的公因式提出来并确定另一个因式,提取过程实际是用原多项式除以公因式的过程.

解题能力培养 基础篇

1.因式分解定义的理解

例1 下列各式自左至右变形为因式分解的是哪些?哪些不是,为什么?

(1)$4a^3b^2=2a^3\cdot 2b^2$　　(2)$ax^2-a=a(x+1)(x-1)$

(3)$x^2-xy+3=x(x-y)+3$　　(4)$-x^2+y^2=-(x+y)(x-y)=y^2-x^2$

[解析] 本题考查因式分解的定义的理解,一是化和为积;二是恒等变形,两边相等.

[解] (1)不是,左边是单项式;

(2)是,把多项式 ax^2-a 化为 a、$x+1$、$x-1$ 的积,而且两边相等;

(3)不是,公因式是指多项式各项都含有的相同的因式,而不是部分项含有的相同因式;

(4)不是,因式分解的结果应为几个因式积的形式,而不能是多项式.

2. 公因式的确定

例2 确定下列各式的公因式

(1)$8a^3b^3c-12ab^4$

(2)$6m^2n(x-y)^3-4mn^2(y-x)^2$

[解析] (1)中系数(这里可暂不考虑符号)8、12的最大公约数为4,

相同字母有 a、b;相同字母 a 的最低指数为1;相同字母 b 的最低指数为3

$\therefore$公因式为 $4ab^3$

(2)中系数6、4的最大公约数为2

相同字母 m、n,相同多项式$(x-y)$;相同字母 m 的最低指数为1;相同字母 n 的最低指数为1;相同多项式$(x-y)$的最低指数为2,$\therefore$公因式为 $2mn(x-y)^2$

[解] (1)公因式为 $4ab^3$

(2)公因式为 $2mn(x-y)^2$

点拨 (1)$x-y$ 与 $y-x$ 互为相反数,要化统一,常用方法如下:

$(x-y)^{2n}=(y-x)^{2n}$

$(x-y)^{2n+1}=-(y-x)^{2n+1}$($n$ 为正整数)

(2)中不能只提$(x-y)$而忽略了系数2,字母 m、n.

例3 分解下列各式

(1)$6a^3+8a^2-4a$ (2)$4ma^4+2ma^3-6m^2a$

(3)$-a-a^2-a^3$ (4)$-14x^2y^2-7x^3y^2+21x^2y^3$

[解析] 首先确定公因式,首项系数为负数可将负号提出来;其次提取公因式,注意第(3)小题第一项提取 $-a$ 后剩下的是1.

[解] (1)$6a^3+8a^2-4a=2a(3a^2+4a-2)$

(2)$4ma^4+2ma^3-6m^2a=2ma(2a^3+a^2-3m)$

(3)$-a-a^2-a^3=-(a+a^2+a^3)$

$=-a(1+a+a^2)$

(4)$-14x^2y^2-7x^3y^2+21x^2y^3$

$=-(14x^2y^2+7x^3y^2-21x^2y^3)$

$=-7x^2y^2(2+x-3y)$

点拨 对于首项系数为负的可先根据添括号法则进行相应的变号,千万不能随意确定每一项的符号.

例4 分解因式

(1)$7q(p-q)-2p(p-q)$ (2)$(x+y)^2-3(x+y)^3$

(3)$5a^2(a-b)^4-15ab(b-a)^3$

(4)$(x+1)^2(2x-3)+(x+1)(2x-3)^2-(x+1)(3-2x)$

[解析] 当公因式有多项式时要按例2(2)去做,并且注意提取后有时需要加中括号再化简.

[解] (1)$7q(p-q)-2p(p-q)=(p-q)(7q-2p)$

(2)$(x+y)^2-3(x+y)^3=(x+y)^2[1-3(x+y)]$
$=(x+y)^2(1-3x-3y)$

(3)法一:$5a^2(a-b)^4-15ab(b-a)^3=5a^2(a-b)^4+15ab(a-b)^3$
$=5a(a-b)^3[a(a-b)+3b]$
$=5a(a-b)^3(a^2-ab+3b)$

法二:$5a^2(a-b)^4-15ab(b-a)^3=5a^2(b-a)^4-15ab(b-a)^3$
$=5a(b-a)^3[a(b-a)-3b]$
$=5a(b-a)^3(ab-a^2-3b)$

(4) $(x+1)^2(2x-3)+(x+1)(2x-3)^2-(x+1)(3-2x)$
$=(x+1)^2(2x-3)+(x+1)(2x-3)^2+(x+1)(2x-3)$
$=(x+1)(2x-3)[(x+1)+(2x-3)+1]$
$=(x+1)(2x-3)(3x-1)$

点拨 当公因式是多项式时,要注意符号的变化规律.

综合创新与应用 提高篇

【综合思维培养】

提公因式法一般与乘方运算结合比较密切,此种题型主要根据乘方运算的规律把互为相反数的两数的乘方化成同底数幂的形式,再提公因式.

例5 分解因式

(1)$(a-b)^2(a+b)^3-(b-a)^2(b+a)^2$ (2)$x^{6n+2}+2x^{4n+2}+x^2$

(3)$2^{2003}-(-2)^{2002}$

[解析] 第(2)题x的指数最小为2,并且提取时是用同底数幂相除的法则.

[解] (1)$(a-b)^2(a+b)^3-(b-a)^2(b+a)^2=(a-b)^2(a+b)^3-(a-b)^2(a+b)^2$
$=(a-b)^2(a+b)^2[(a+b)-1]$
$=(a-b)^2(a+b)^2(a+b-1)$

(2)$x^{6n+2}+2x^{4n+2}+x^2=x^2(x^{6n}+2x^{4n}+1)$

(3)$2^{2003}-(-2)^{2002}$
$=2^{2003}-2^{2002}$
$=2^{2002}(2-1)=2^{2002}$

点拨 本例分解因式关键是正确确定公因式.

例6 简便计算 302^2-604

[解析] 直接算较麻烦,而且不是简便计算,把604改为 302×2 即可.

[解] $302^2-604=302^2-302\times2=302(302-2)=302\times300=90600$

【创新应用思维培养】

提公因式法分解因式的关键是找出多项式每一项的公因式,但有些题的公因式并不很明显,这就需要细心观察式子的特点,找出相关的规律,再提公因式.

例7 计算 $2002\times20032003-2003\times20022002$

[解析] 此题显然不易直接计算,观察各数特点与2002、2003有关,这里关键在于改写:$20022002=2002\times10001$;$20032003=2003\times10001$

[解] $2002\times20032003-2003\times20022002$

$=2002\times2003\times10001-2003\times2002\times10001$

$=2002\times2003\times(10001-10001)=0$

例8 计算 $2^{10}-2^9-2^8-2^7\cdots\cdots-2^2-2$

[解析] 本题可由例5(3)得到启发如 $2^{10}-2^9=2^9$,依次下去.

[解] $2^{10}-2^9-2^8-2^7\cdots\cdots-2^2-2$

$=2\cdot2^9-2^9-2^8\cdots\cdots-2^2-2$

$=2^9-2^8\cdots\cdots-2^2-2$

$=2^2-2=2$

例9 已知:$a=-5,x=3$,求:$4a^2(x+7)-3a^2(x+7)$

[解析] 可先将原式分解因式,化简后代入求值

[解] 原式 $=a^2(x+7)(4-3)=a^2(x+7)$

当 $a=-5,x=3$ 时

原式 $=(-5)^2(3+7)=250$

考点链接 中考篇

因式分解是初中代数中很重要的基础内容.中考题与公式分解有直接关系的题型一般为填空题.提公因式法常为因式分解的第一部,应正确理解定义,熟练提公因式.

例10 (2002·日照)把 $6x^2-13x+6$ 分解因式的结果 ( )

A.$(2x+3)(3x+2)$　　B.$(2x-3)(3x-2)$

C.$(2x+3)(3x-2)$　　D.$(2x-3)(3x+2)$

[解析] 因式分解与整式乘法是互逆的,判断结果是否正确,可用整式乘法将结果计算出来与原式作比较,相乘时可观察两个常数项积的符号作出判断,这样更快.

［解］ B

例 11 (2003·江苏)把 $mn+mn^2$ 分解因式

［解析］ 按照提公因式步骤:一定,公因式为 mn;二提

［解］ $mn+mn^2$

$=mn(1+n)$

实 力 检 测

一、把下列各式分解因式

1. $3x^2-4xy+x$

［同类提高题］ $6x^2+9x+12x^3$

2. $-4n^3+16n^2-26n$

［同类提高题］ $-18a^{n+1}-6a^n+12a^{n-1}$

3. $(m-n)^4+m(m-n)^3+n(n-m)^3$

［同类提高题］ $6a^2b^2(x-y)^4-24a^2b^2(y-x)^5$

4. $m(a-b)^2(c-a)+n(a-c)(b-a)^2$

［同类提高题］ $x(x-y+z)-y(-x+y-z)$

二、已知 $b-a=6, ab=7$

求:a^2b-ab^2 的值.

［同类提高题］ 已知 $a+b=4, ab=\frac{3}{5}$

求代数式 $a^2b+2a^2b^2+ab^2$ 的值.

三、计算 $18.5\times\frac{9}{11}-40.5\times\frac{9}{11}$

［同类提高题］ $45\times18.9-32\times18.9+87\times18.9$

四、若 n 为正整数,求证 $3^{n+2}-3^n$ 能被 4 整除.

［同类提高题］ 设 n 为正整数

求证:$81^7-27^9-9^{13}$能被 45 整除

8.2 运用公式法

教材全解

知识点1　平方差公式　$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

公式特点:左边:(1)二项式

(2)两项都是平方项

(3)两项的符号相反

右边:两平方项的底数和与底数差的乘积

知识点2　完全平方公式 $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$

公式特点:左边:(1)三项式

(2)首尾两项为两个数的平方和、中间项是两个底数的积的2倍

(3)两平方项符号必须相同

右边:两个底数的和或差的平方

点拨　(1)根据多项式的项数选择公式,两项式考虑平方差公式,三项式考虑完全平方公式;

(2)运用公式的关键是将多项式改写成符合公式特征的形式;

(3)有的多项式打乱顺序.

知识点3　完全平方式

形如 $a^2\pm 2ab+b^2$ 能写成完全平方形式的式子叫完全平方式.

如 x^2+4x+4 可写为$(x+2)^2$,所以把 x^2+4x+4 叫完全平方式.

解题能力培养 / 基础篇

1. 平方差公式的应用

例　利用平方差公式分解因式

(1)x^2-9y^2　　(2)$-9x^2+4y^2$

(3)x^4-y^4　　(4)$4(a+2b)^2-25(a-b)^2$

[解析]　由项数和两项的符号相异可看出上面各式符合平方差公式;再改写成公式的形式,并确定出谁相当于公式中的 a、b.

[解] (1) $x^2-9y^2=x^2-(3y)^2=(x+3y)(x-3y)$

(2) $-9x^2+4y^2=4y^2-9x^2=(2y)^2-(3x)^2$

$=(2y+3x)(2y-3x)$

或 $-9x^2+4y^2=-(9x^2-4y^2)=-[(3x)^2-(2y)^2]$

$=-(3x+2y)(3x-2y)$

(3) $x^4-y^4=(x^2)^2-(y^2)^2$

$=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$

$=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

(4) $4(a+2b)^2-25(a-b)^2$

$=[2(a+2b)]^2-[5(a-b)]^2$

$=[2(a+2b)+5(a-b)][2(a+2b)-5(a-b)]$

↑ 此处要化简

$=(7a-b)(9b-3a)$

$=3(7a-b)(3b-a)$

点拨 应用平方差公式分解因式关键是理解平方差公式的结构特征及字母 a,b 的意义.

例2 分解因式

(1) a^6-a^8　　(2) x^6-4x^4

(3) $(x-1)+b^2(1-x)$　　(4) $a^2(a-b)^2(m-n)+b^2(b-a)^2(n-m)$

[解析] 各小题都可看成两项式,但不能直接用平方差公式,观察可知需先提取公因式.

[解] (1) $a^6-a^8=a^6(1-a^2)=a^6(1+a)(1-a)$

(2) $x^6-4x^4=x^4(x^2-4)=x^4(x+2)(x-2)$

(3) $(x-1)+b^2(1-x)=(x-1)-b^2(x-1)$

$=(x-1)(1-b^2)$

$=(x-1)(1+b)(1-b)$

(4) $a^2(a-b)^2(m-n)+b^2(b-a)^2(n-m)$

$=a^2(a-b)^2(m-n)-b^2(a-b)^2(m-n)$

$=(m-n)(a-b)^2(a^2-b^2)$

$=(m-n)(a-b)^2(a+b)(a-b)$

$=(m-n)(a+b)(a-b)^3$

点拨 此例分解关键是确定分解步骤:"一提、二套".

2. 完全平方公式运用

例3 利用完全平方公式分解因式

(1) $4x^2-4x+1$　　(2) $4a^2b^2-a^4-b^4$

(3)$9(p-q)^2-6(q-p)+1$　(4)$(a-b)^2-12(b-a)+36$

［解析］ 每小题都是三项式，经过改写后符合完全平方公式，但要正确确定出谁相当于公式中的 a、b.

［解］ (1)$4x^2-4x+1=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 1+1$

$$=(2x-1)^2$$

(2)$4a^2b^2-a^4-b^4=-(a^4-4ab+b^4)$

$$=-(a^2-2b^2)^2$$

(3)$9(p-q)^2-6(q-p)+1=[3(p-q)]^2+6(p-q)+1$

$$=[3(p-q)+1]^2$$

$$=(3p-3q+1)^2$$

(4)$(a-b)^2-12(b-a)+36=(a-b)^2+12(a-b)+36$

$$=(a-b+6)^2$$

点拨　此例是应用完全平方公式分解因式，其关键是判断所给多项式是否为完全平方式. 若顺序调整后第一项为负，可先提取负号，再进行分解.

3. 提公因式、平方差公式、完全平方公式的综合运用

例4　分解因式

(1)$18m^2-12m+2$

(2)$(x^2+4x+4)-(9x^2-6x+1)$

［解析］ 两式从总体形式上不完全符合公式，但(1)式中有公因式，可先提取；(2)式中每一部分都可以先分别套用公式再分解.

［解］ (1)$18m^2-12m+2$

$$=2(9m^2-6m+1)$$

$$=2(3m-1)^2$$

(2)$(x^2+4x+4)-(9x^2-6x+1)$

$$=(x+2)^2-(3x-1)^2$$

$$=[(x+2)+(3x-1)][(x+2)-(3x-1)]$$

$$=(4x+1)(3-2x)$$

综合创新与应用 / 提高篇

【综合思维培养】

运用公式分解因式时要正确理解公式中的 a 即可以代表单项式，也可以代表多项式。

例5　分解因式

$(x^2+4)^2+8x(x^2+4)+16x^2$

[解析] 本题为三项式，前后两项都是平方项，但要把 x^2+4 作为一个整体．

[解] $(x^2+4)^2+8x(x^2+4)+16x^2$

$=(x^2+4+4x)^2$

$=(x+2)^4$

例6 k 为何值时，下列各式为完全平方式．

(1) $x^2+20x+k$ (2) $a^2+(k+1)a+9$

[解析] 根据完全平方式的定义，只要能符合完全平方公式的条件即可．

[解] (1) $\because$ 中间项 $20x=2\cdot 10\cdot x$ $\therefore k=10^2=100$

(2) $\because 9=3^2$ $\therefore$ 中间项应为 $\pm 2\cdot a\cdot 3$

为什么是“±”

即 $(k+1)a=\pm 6a$ $\therefore k+1=\pm 6$

当 $k+1=+6$ 时 $k=5$

当 $k+1=-6$ 时 $k=-7$

【创新应用思维培养】

因式分解的主要作用是可以简化运算。在实际问题中可以根据算式的格式特点分别应用平方差公式、完全平方公式．

例7 计算

(1) $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

(2) $1.2345^2+0.7655^2+2.469\times 0.7655$

[解析] 如上面两题，如果按常规方法计算，就相当的麻烦，而利用公式就能起到简便作用，(1)题中的每个因式都可以看成是两数的平方差；

(2)题中已出现了两数的平方和，只要看第三项能否是这两数的积的2倍即可．

[解]

(1) $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{9^2}\right)\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots$

$\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$

$=\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\right]\left[\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{10}\right)\right]$

$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\right)\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{11}{10}\right)$

$=\frac{1}{10}\times\frac{11}{2}$