

OHM公式手册系列

机械公式

应用手册

〔日〕冈野修一 编
杨晓辉 白彦华 译
段振云 校

 科学出版社
www.sciencep.com

OHM 公式手册系列

机械公式应用手册

〔日〕冈野修一 编
杨晓辉 白彦华 译
段振云 校

科学出版社

北 京

图字: 01-2004-5415 号

内 容 简 介

本书是“OHM公式手册系列”之一。本书针对高等工科院校机械类专业的学生选定重要及必要的公式,以既能够应用公式又能够培养计算能力为原则,精选典型的例题进行解析。其中包括二力合成、力矩、匀加速运动、动量与冲量、功、转动惯量、单摆、弯曲应力、欧拉公式、扭转、组合应力、摩擦离合器、棘轮等。本书应用性强,携带方便,是机械专业学生及技术人员的手册。

图书在版编目(CIP)数据

机械公式应用手册/(日)冈野修一编;杨晓辉,白彦华译,段振宇校. —北京:科学出版社,2005

(OHM公式手册系列)

ISBN 7-03-014423-6

I. 机… II. ①冈… ②杨… ③白… ④段… III. 机械设计-公式-手册 IV. TH12-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 106515 号

责任编辑:杨 凯 崔炳哲 / 责任制作:魏 谨
责任印制:刘士平 / 封面设计:科龙创作室 抒音

科 学 出 版 社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京东方科龙图文有限公司 制作

<http://www.okbook.com.cn>

源海印刷有限责任公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2005 年 1 月第 一 版 开本: B6(720×1000)

2005 年 1 月第一次印刷 印张: 6 3/8

印数: 1—5 000 字数: 107 000

定价: 14.50 元

(如有印装质量问题,我社负责调换(新欣))

前 言

工业的基础是机械行业,因此希望加强对从事机械行业的技术人员的培养,进而推动整个工业的发展。虽然日本的机械技术进步较快,但要掌握机械技术,就必须对各个基础领域有充分的认识。

我们针对机械技术的基础,以及如何掌握它们等问题进行了广泛地探讨,如灵活运用公式是否对培养解决问题的能力很重要?至今为止我们已出版了许多习题和练习册,而本书的着眼点则是公式的应用,并将他们整理成简洁的手册,使之能够经常地带在身边查看。

本书编写的侧重点如下:

1. 针对高等工科院校机械类专业的学生选定重要及必要的公式。
2. 公式是根据相互间的有机联系组织的,从而避免了公式的简单罗列。
3. 着眼于将一个公式变形后的应用。
4. 以既能够应用公式又能够培养计算能力的原则来选择合适的例题。
5. 计算值原则上保留3位有效数字,并采用了设计值的数值圆整,以及应用标准数等。需要注意的是齿轮关系等的数值取到小数点后2位,但也有要求取到3位的。

本书执笔者的愿望是不仅能够在高等工科院校培养出专业技术人员,还要将多年积累的经验传授给学生。但是,要完成当初的设想有许多的困难,所以,希望大家多提宝贵意见,使本书更加完善。

编 者

目 录

1. 二力合成	1
2. 力 矩	2
3. 多个力的合成	3
4. 平行力系的合成	4
5. 重心与形心	5
6. 作用于一点的力的平衡	6
7. 作用点不同的力系平衡	7
8. 桁架的解法	8
9. 滑动摩擦	9
10. 速度与相对速度	10
11. 匀加速运动	11
12. 落体运动	12
13. 抛物运动	13
14. 圆周运动	14
15. 力与运动的关系	15
16. 向心力与离心力	16
17. 动量与冲量	17
18. 动量守恒定律与碰撞	18
19. 功	19
20. 功 率	20
21. 能	21
22. 功与能的关系	22
23. 功的原理	23
24. 斜 面	24
25. 螺 纹	25
26. 卷 筒	26
27. 滑 轮	27
28. 转动惯量	28
29. 转矩和旋转运动	29
30. 转动的功、功率及能量	30
31. 滚动摩擦	31
32. 简谐振动	32
33. 单 摆	33

34. 弹簧摆	34
35. 扭 摆	35
36. 正应力	36
37. 剪切应力	37
38. 应 变	38
39. 弹性模量	39
40. 泊松比	40
41. 应力集中	41
42. 热应力	42
43. 许用应力和安全系数	43
44. 薄壁圆筒压力容器	44
45. 厚壁圆筒压力容器	45
46. 弹性能	46
47. 冲击载荷	47
48. 梁的支点反力	48
49. 梁的剪切力和弯矩	49
50. 承受集中载荷的悬臂梁	50
51. 承受均布载荷的悬臂梁	51
52. 承受集中载荷的简支梁	52
53. 承受均布载荷的简支梁	53
54. 多载荷作用的梁	54
55. 截面惯性矩和截面系数	55
56. 弯曲应力	56
57. 梁的挠度	57
58. 等强度梁	58
59. 欧拉公式	59
60. 朗肯公式	60
61. 扭转(1)	61
62. 扭转(2)	62
63. 组合应力(1)	63
64. 组合应力(2)	64
65. 组合应力(3)	65
66. 螺纹的旋合长度及其面压力	66
67. 螺栓直径	67
68. 压力容器与管	68
69. 弯矩作用的轴直径	69
70. 扭矩作用的轴直径	70
71. 扭转和弯曲同时作用的轴直径	71

72. 传动轴的直径和跨度	72
73. 摩擦离合器	73
74. 轴端径向轴承的轴颈设计	74
75. 轴中间为径向轴承的轴颈设计	75
76. 摩擦生热时轴承的尺寸	76
77. 止推轴承轴颈的轴承压力与摩擦弯矩	77
78. 止推轴颈的设计	78
79. 轴颈凸缘的设计	79
80. 四杆回转机构	80
81. 往复滑块曲柄机构	81
82. 带传动的传动比、长度及包角	82
83. 皮带轮的尺寸	83
84. 皮带的张紧力	84
85. 皮带低速传动时的张紧力	85
86. 皮带的传递功率与强度	86
87. 平带传动装置的设计	87
88. V 带的传递功率	88
89. 链轮的尺寸	89
90. 滚子链的链节数与传递的功率	90
91. 滚子链传动装置的设计	91
92. 摩擦传动装置	92
93. 齿轮的模数与径节	93
94. 基 节	94
95. 标准直齿轮的尺寸	95
96. 最小根切齿数	96
97. 变位系数与变位量	97
98. 变位齿轮的尺寸(1)	98
99. 变位齿轮的尺寸(2)	99
100. 公法线长度	100
101. 刘易斯公式	101
102. 面压强与圆周力	102
103. 斜齿轮的尺寸	103
104. 斜齿轮的当量齿数与强度	104
105. 锥齿轮的锥顶角	105
106. 直齿圆锥齿轮的尺寸	106
107. 螺旋齿轮的传动比	107
108. 蜗轮蜗杆的尺寸(1)	108
109. 蜗轮蜗杆的尺寸(2)	109

110. 齿轮系的传动比	110
111. 行星齿轮装置	111
112. 差动齿轮装置	112
113. 棘 轮	113
114. 单片式制动器	114
115. 带式制动器(1)	115
116. 带式制动器(2)	116
117. 螺旋弹簧	117
118. 三角板簧	118
119. 板弹簧	119
120. 铸造型砂的透气性	120
121. 金属液对铸型的压力	121
122. 坯料的尺寸	122
123. 钢球规测量内径	123
124. 锥形轴及锥孔的测量	124
125. 三针量规测量螺纹中径	125
126. 压 强	126
127. 液柱压力计(压力计)	127
128. 水压机的原理(帕斯卡原理)	128
129. 作用于侧壁面上的压力	129
130. 连续性方程式	130
131. 伯努利定理	131
132. 托里拆利定理	132
133. 雷诺数	133
134. 水头损失	134
135. 管路的局部损失	135
136. 流量的测量(1)	136
137. 流量的测量(2)	137
138. 射流冲击反力(1)	138
139. 射流冲击反力(2)	139
140. 水轮机的特性	140
141. 佩尔顿冲动式水轮机	141
142. 法兰西斯式水轮机	142
143. 泵的功率和效率	143
144. 离心泵	144
145. 热力学第一定律	145
146. $P-v$ 曲线与焓	146
147. 理想气体的状态方程	147

148. 理想气体的状态变化(1)	148
149. 理想气体的状态变化(2)	149
150. 多变过程	150
151. 理想气体的混合	151
152. 热力学第二定律	152
153. 蒸气的状态量	153
154. 朗肯循环	154
155. 蒸气流的基础方程	155
156. 热交换器	156
157. 燃 烧	157
158. 燃烧装置	158
159. 锅炉的性能	159
160. 汽轮机的作用	160
161. 汽轮机的性能	161
162. 内燃机的理想循环	162
163. 内燃机的功率与效率	163
附 录	164

1 二力合成

[1] 二力的夹角为 α 时(参见图 1)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} \quad (\text{kg})^{(1)} \quad (1)$$

$$\tan\phi = \frac{F_2\sin\alpha}{F_1 + F_2\cos\alpha} \quad (2)$$

ϕ : 合力 R 与 F_1 的夹角

[2] 二力的夹角为直角时(参见图 2)

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad (\text{kg}) \quad (3)$$

$$\tan\phi = \frac{F_2}{F_1} \quad (4)$$

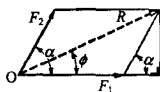


图 1

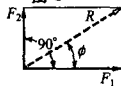


图 2

例题 已知 30kg 和 40kg 的两个力作用在一点上, 两个力夹角为 60° , 求其合力。

解答 将 $F_1 = 30\text{kg}$, $F_2 = 40\text{kg}$, $\alpha = 60^\circ$ 代入式(1), 式(2)得

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \times 30 \times 40 \times \cos 60^\circ} = \sqrt{3700} = 60.8(\text{kg})$$

$$\tan\phi = \frac{40 \times \sin 60^\circ}{30 + 40 \times \cos 60^\circ} = \frac{40 \times 0.866}{30 + 40 \times 0.5} = 0.693$$

所以 $\phi = 34^\circ 45'$ (合力与 30kg 力的夹角)

例题 水平面上有一质量为 100kg 的物体, 当向物体施加 50kg 的水平力时, 求物体对水平面的作用力是多少?

解答 如图 3 所示, 平面所受的力是 100kg 力和 50kg 力的合力。

将 $F_1 = 100\text{kg}$, $F_2 = 50\text{kg}$ 代入式(3)和式(4)得

$$R = \sqrt{100^2 + 50^2} = 112(\text{kg})$$

$$\tan\phi = \frac{50}{100} = 0.5, \quad \text{所以 } \phi = 26^\circ 34'$$

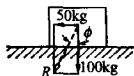


图 3

例题 如图 4 所示, 小船由两根相互成 120° 夹角的绳索牵引, 当绳索的拉力为 15kg 时, 问小船受到拉力是多少? 方向如何?

解答 拉小船前进的力是两个力的合力。将 $F_1 = F_2 = 15\text{kg}$, $\alpha = 120^\circ$ 代入式(1)得

$$\cos\alpha = \cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -0.5$$

$$R = \sqrt{15^2 + 15^2 - 2 \times 15 \times 15 \times 0.5} = 15(\text{kg})$$

因为两个力相等, 所以合力的方向在两个力的角平分线上。

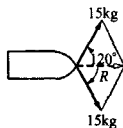


图 4

MEMO 当二力没有作用在一点上时, 可以分别把两个力移到作用线的交点上, 这时式(1)、(2)也适用。

1) 本书尊重日本原书, 个别单位的使用与我国习惯不符, 请读者注意换算——编辑注。

2 力 矩

[1] 力矩(参见图 1(a))

$$M = Fl = fl' \cos \theta = F \cos \theta l' \quad (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (1)$$

[2] 力偶矩(参见图 1(b))

$$M = Fd \quad (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (2)$$

[3] 力矩的合成

$$M = \sum M_i = \sum F_i l_i (= \sum F_i d_i) \quad (3)$$

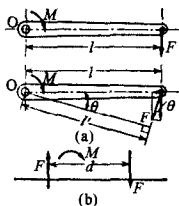


图 1

例题 如图 2 所示,求对轴的旋转力矩?

解答 将 $F = 15 \text{ kg}$, $l = 20 \times \cos 30^\circ + 10 = 27.32 \text{ cm}$ 代入式

(1) 中, 则

$$M = 15 \times 27.32 = 409.8 (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (\text{逆时针旋转})$$

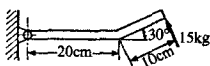


图 2

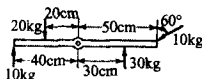


图 3

例题 如图 3 所示,求对轴的力矩?

解答 设顺时针旋转力矩为正(+),由式(1)和式(3)得

$$M = 10 \times 50 \times \cos 60^\circ - 30 \times 30 - 20 \times 20 + 10 \times 40 = -650 (\text{kg} \cdot \text{cm})$$

(逆时针旋转)

例题 如图 4 所示,当一个正方形零件上作用 4 个力时,求轴 O 所受的作用力?

解答 在 4 个力中, 50 kg 和 100 kg 的两个力构成力偶,由式(2)和(3)得

$$M = 100 \times 10 - 50 \times 20 \times \cos 45^\circ = 293 (\text{kg} \cdot \text{cm}) \quad (\text{顺时针旋转})$$

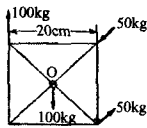


图 4

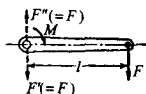


图 5

例题 如图 5 所示,在距离轴为 l 的位置上作用一个力 F,求轴所受的作用力?

解答 当某一点受到大小相等方向相反的两个力作用时,在力学上是与没有受到两个力作用的效果一样。所以在图 5 所示的轴上可以认为作用有大小等于 F 的两个力 F' 、 F'' 。这样,轴不仅受到 F'' 与 F 构成的力偶 $M = Fl$ 的作用,而且还受到与 F 同方向的力 $F' = F$ 的作用。

MEMO ① $\sum$ 是表示求和的符号。式(3)可展开为

$$\sum M_i = M_1 + M_2 + M_3 + \dots, \sum F_i l_i = F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots$$

② 力偶是单纯旋转的原动力。当物体受到力偶的作用时,无论物体的转轴在哪,绕转轴使物体旋转的能力是一样的。所以,力偶矩不像力矩那样有中心。

3 多个力的合成

[1] 力作用在一点时(参见图 1)

绕某点旋转的合力力矩 $M=0$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(\sum F_i \cos \alpha_i)^2 + (\sum F_i \sin \alpha_i)^2} \quad (\text{kg}) \quad (1)$$

$$\tan \phi = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\sum F_i \sin \alpha_i}{\sum F_i \cos \alpha_i} \quad (2)$$

[2] 力不作用在一点时(参见图 2)

作用在某点 O 的合力 R 可由式(1)和式(2)求得。

$$M = \sum M_i \quad (3)$$

参照力矩一节图 5 的例题

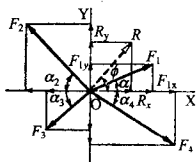


图 1

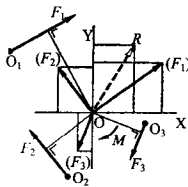


图 2

例题 求作用在一点上 4 个力的合力? 其中, $F_1 = 7\text{kg}$, $F_2 = 6\text{kg}$, $F_3 = 5\text{kg}$, $F_4 = 4\text{kg}$, $\angle F_1 F_2$ (F_1 与 F_2 的夹角) $= 90^\circ$, $\angle F_2 F_3 = 60^\circ$, $\angle F_3 F_4 = 60^\circ$ 。

解答 引入 X-Y 直角坐标系, 使 F_1 与 X 轴重合, 各力如图 3 所示。

$$\begin{cases} F_{3x} = -F_3 \cos 30^\circ = -5 \times 0.866 = -4.33 (\text{kg}) \\ F_{3y} = F_3 \sin 30^\circ = 5 \times 0.5 = 2.5 (\text{kg}) \\ F_{4x} = -F_4 \cos 30^\circ = -4 \times 0.866 = -3.46 (\text{kg}) \\ F_{4y} = -F_4 \sin 30^\circ = -4 \times 0.5 = -2 (\text{kg}) \end{cases}$$

由式(1)得

$$\begin{cases} R_x = 7 + 0 - 4.33 - 3.46 = -0.79 (\text{kg}) \\ R_y = 0 + 6 + 2.5 - 2 = 6.5 (\text{kg}) \end{cases}$$

所以 $R = \sqrt{0.79^2 + 6.5^2} = \sqrt{42.87} = 6.55 (\text{kg})$

$$\tan \phi = -\frac{6.5}{0.79} = -8.23$$

所以 $\phi \approx 83^\circ$ ($\tan \phi$ 的结果是负的, 所以朝向 -X 和 Y 轴。)

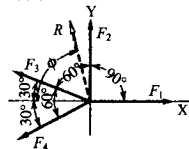


图 3

4 平行力系的合成

[1] 方向相同的两个平行力的合成(参见图 1)

$$R = F_1 + F_2 \quad (1)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 + F_2}, \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 + F_2} \quad (2)$$

l_1 : 合力 R 与力 F_1 作用线间的距离(cm)

l_2 : 合力 R 与力 F_2 作用线间的距离(cm)

l : 力 F_1 与力 F_2 作用线间的距离(cm)

[2] 方向相反的两个平行力的合成(参见图 2)

$$R = F_1 - F_2 \quad (3)$$

$$l_1 = l \frac{F_2}{F_1 - F_2}, \quad l_2 = l \frac{F_1}{F_1 - F_2} \quad (4)$$

合力 R 在较大力 F_1 的外侧并与其同向

[3] 多个平行力的合成(参见图 3)

$$R = F_1 + F_2 + \dots = \sum F_i \quad (5)$$

$$l = \frac{F_1 l_1 + F_2 l_2 + F_3 l_3 + \dots}{\sum F_i} = \frac{\sum F_i l_i}{\sum F_i} \quad (6)$$

F_i : 各平行力(kg)

l_i : 从任意点 O 到力 F_i 的距离(cm)

l : 从点 O 到合力 R 的距离(cm)

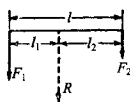


图 1

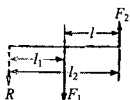


图 2

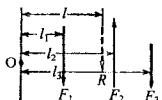


图 3

例题 已知 5 cm 的距离上作用有 40kg 和 10kg 的两个平行力,试分别求两个平行力相同方向时和相反方向时的合力。

解答 当两个平行力相同方向时,将 $F_1 = 40\text{kg}$, $F_2 = 10\text{kg}$ 代入式(1)和式(2);相反方向时,代入式(3)和式(4)得

$$R = 40 + 10 = 50(\text{kg})$$

$$l_1 = 5 \times \frac{10}{40 + 10} = 1(\text{cm})$$

$$R = 40 - 10 = 30(\text{kg})$$

$$l_2 = 5 \times \frac{10}{40 - 10} = 1.67(\text{cm})$$

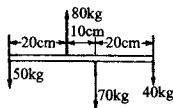


图 4

例题 如图 4 所示,求四个平行力的合力?

解答 设力的方向朝下为正,力矩顺时针旋转为正。将 $F_1 = 50\text{kg}$, $F_2 = -80\text{kg}$, $F_3 = 70\text{kg}$, $F_4 = 40\text{kg}$, $l_1 = 0$, $l_2 = 20\text{cm}$, $l_3 = 30\text{cm}$, $l_4 = 50\text{cm}$ 代入式(5)和式(6)得

$$R = 50 - 80 + 70 + 40 = 80\text{kg} (\text{方向朝下})$$

$$l = \frac{-80 \times 20 + 70 \times 30 + 40 \times 50}{80} = \frac{2500}{80} = 31.3(\text{cm})$$

因合力的力矩 $2500(\text{kg} \cdot \text{cm})$ 为顺时针旋转,所以合力 R 作用在 F_1 右侧 31.3cm 处。

5 重心与形心

[1] 重心的位置(参见图1)

$$\bar{x} = \frac{\sum w_i x_i}{W} \quad \bar{y} = \frac{\sum w_i y_i}{W} \quad (1)$$

$\bar{x}, \bar{y}$: 重心的坐标(cm), x_i, y_i : 各部分的坐标(cm)

w_i : 各部分的重量(N), W : 物体的重量(N)。

[2] 形心的位置

$$\bar{x} = \frac{\sum a_i x_i}{A} \quad \bar{y} = \frac{\sum a_i y_i}{A} \quad (2)$$

$\bar{x}, \bar{y}$: 形心的坐标(cm)

x_i, y_i : 各部分的坐标(cm)

a_i : 各部分的面积(cm^2)

A : 总面积(cm^2)

$a_i x_i, a_i y_i$: 各部分的面积矩(cm^3)

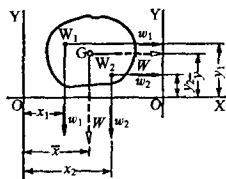


图 1

例题 图2(a)所示的零件为均质材料制作的等厚体, 求其重心位置?

解答 将图2(a)所示的物体分割成图2(b)I, II, III三部分。因为是均质等厚体, 所以重心与1/2厚度处的形心重合。又因为零件左右对称, 所以形心在中心线上。根据图2(b), 将 $a_1 = 10 \times 20 = 200 (\text{cm}^2)$, $a_2 = 20 \times 10 = 200 (\text{cm}^2)$, $a_3 = 10 \times 30 = 300 (\text{cm}^2)$, $A = 200 + 200 + 300 = 700 (\text{cm}^2)$, $y_1 = 10 + 20 + 5 = 35 (\text{cm})$, $y_2 = 10 + 10 = 20 (\text{cm})$, $y_3 = 5 (\text{cm})$ 代入式(2)得

$$\bar{y} = \frac{200 \times 35 + 200 \times 20 + 300 \times 5}{700} = \frac{12500}{700} = 17.9 \text{ cm}$$

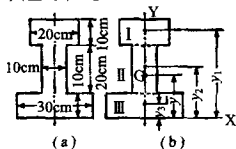


图 2

例题 求如图3所示的带有圆孔的正方形薄板的形心位置。

解答 建立如图3所示的 X-Y 坐标系, 形心在 X 轴上, 圆孔的面积矩按负值计算。将 $a_1 x_1 = 100 \times 100 \times 50 = 500000 (\text{cm}^3)$, $a_2 x_2 = -\pi \times 20^2 \times (50 - 20) = -37700 (\text{cm}^3)$, $A = 100 \times 100 - \pi \times 20^2 = 8744 (\text{cm}^2)$ 代入式(2)得

$$\bar{x} = \frac{500000 - 37700}{8744} = \frac{462300}{8744} = 52.8 (\text{cm})$$

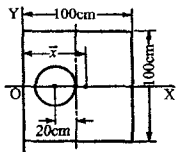


图 3

MEMO

计算简单形状物体各部分的和或者差时, 首先要分别求各部分的重心(形心), 再将各部分重量(面积)按负值或者正值处理后, 其合成的位置就是重心(形心)的位置。

6 作用于一点的力的平衡

[1] 作用于一点的力的平衡条件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = \sum F_{iy} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

F_{ix}, F_{iy} : 以作用点为原点的 X-Y 直角坐标轴上各力的分量

R_x, R_y : 各轴分力的合力

[2] 三力平衡(参见图 1)

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{F_3}{\sin \alpha_3} \quad (2)$$

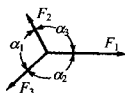


图 1

例题 如图 2 所示, 2 根细绳挂在重 50 kg 物体的某一点上, 当 2 根细绳分别与水平方向成 $60^\circ, 45^\circ$ 的夹角将物体吊起时, 求 2 根细绳的张力。

解答 设细绳的张力分别为 T_1, T_2 , 物体的重量为 W , T_1, T_2, W 三力平衡。所以由式(1)得到下列平衡式。

$$R_x = T_{1x} + T_{2x} + W_x = 0 \dots\dots (1)$$

$$R_y = T_{1y} + T_{2y} + W_y = 0 \dots\dots (2)$$

其中, $T_{1x} = T_1 \cos 45^\circ = 0.707 T_1$, $T_{1y} = T_1 \sin 45^\circ = 0.707 T_1$, $T_{2x} = -T_2 \cos 60^\circ = -0.5 T_2$, $T_{2y} = T_2 \sin 60^\circ = 0.866 T_2$, $W_x = 0$, $W_y = -50(\text{kg})$

$$\therefore 0.707 T_1 - 0.5 T_2 = 0 \dots\dots (3)$$

$$0.707 T_1 + 0.866 T_2 - 50 = 0 \dots\dots (4)$$

$$(4) - (3) \quad 1.366 T_2 = 50, \therefore T_2 = 36.6(\text{kg})$$

再代入式(3)得 $T_1 = 25.9(\text{kg})$

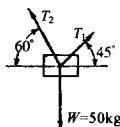


图 2

例题 试用拉密定理求解上--例题。

解答 将 $F_1 = W = 50 \text{ kg}$, $F_2 = T_1$, $F_3 = T_2$, $\sin \alpha_1 = \sin[180^\circ - (60^\circ + 45^\circ)] = \sin 75^\circ = 0.966$, $\sin \alpha_2 = \sin(60^\circ + 90^\circ) = \cos 60^\circ = 0.5$, $\sin \alpha_3 = \sin(45^\circ + 90^\circ) = \cos 45^\circ = 0.707$ 代入式(2)得

$$\frac{50}{0.966} = \frac{T_1}{0.5} = \frac{T_2}{0.707}$$

因此, $T_1 = 25.9(\text{kg})$, $T_2 = 36.6(\text{kg})$

例题 图 3 中的各力平衡, 求细绳张力及其与水平方向的夹角 θ 。

解答 由式(1)可得到下面的平衡式:

$$R_x = 4 \cos 30^\circ - T \cos \theta = 0 \dots\dots (1)$$

$$R_y = 4 \sin 30^\circ + T \sin \theta - 20 = 0 \dots\dots (2)$$

由①、②得: $T \cos \theta = 3.46$, $T \sin \theta = 18$

$$T = \sqrt{(T \cos \theta)^2 + (T \sin \theta)^2} = \sqrt{3.46^2 + 18^2} = 18.3(\text{kg})$$

$$\tan \theta = \frac{T \sin \theta}{T \cos \theta} = \frac{18}{3.46} = 5.2$$

所以 $\theta = 79^\circ 10'$

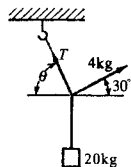


图 3

MEMO

同一平面上的三个力, 当三个力平行或作用于一点时能够平衡。

7 作用点不同的力系平衡

[1] 作用点不同的力系平衡条件

$$\left. \begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots = \sum F_{ix} = 0 \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots = \sum F_{iy} = 0 \\ M &= M_1 + M_2 + M_3 + \dots = \sum M_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

F_{ix}, F_{iy} : 各力在任意 X-Y 坐标轴上的分力(kg)
 R_x, R_y : 各力在 X, Y 轴上分力的合力
 M_i : 各力对任意点的力矩, M : 各力对任意点力矩的总和

例题 如图 1 所示, 已知在用铰链和绳索支撑起来的水平杆端悬挂了 40kg 的重物, 求绳索受到的张力。

解答 杆所受到的力为物体重力 40kg、绳索张力及铰链的反力, 三力平衡。因为本题只要求计算绳索的张力 T , 所以, 只要用 2 个绕铰链旋转的力矩平衡即可解决。

将 $M_1 = 40 \times 3 = 120(\text{kg} \cdot \text{m})$, $M_2 = -T \times \sin 45^\circ \times 2 = -1.4 T$ 代入式(1), 则

$$\begin{aligned} M &= 120 - 1.4 T = 0 \\ T &= 85.7(\text{kg}) \end{aligned}$$

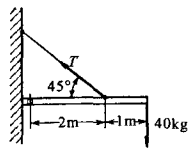


图 1

例题 如图 2 所示, 在长 2 米的水平梁上作用有 200kg 和 150kg 的两个力, 如果左端支点反力为 50kg, 问另一支点应设计在什么位置上, 其支点反力为多少?

解答 设所求支点反力为 R , 距离左端支点为 l 。垂直力及其对 O 点的力矩平衡, 所以, 由式(1)得

$$\begin{aligned} R_y &= 50 - 200 - 150 + R = 0 \quad \text{①} \\ M &= -Rl + 150 \times 1.5 + 200 \times 1 = 0 \quad \text{②} \end{aligned}$$

由式①得 $R = 300\text{kg}$, 由式②得 $l = 1.42\text{m}$

例题 求图 3 中铰链的反力 P 和绳索的张力 T 。

解答 在图 3 中, P 、 T 和 W 三力平衡。

由式(1)得

$$\begin{aligned} R_x &= P_x - T \cos 30^\circ = 0 \quad \text{①} \\ R_y &= P_y - 20 + T \sin 30^\circ = 0 \quad \text{②} \\ M &= -T \sin 30^\circ \times 2.5 + 20 \times 1.5 = 0 \quad \text{③} \end{aligned}$$

由式③得 $2.5 T \sin 30^\circ R = 30 \therefore T = 24(\text{kg})$

由式①得 $P_x = T \cos 30^\circ = 24 \times 0.866 = 20.8(\text{kg})$

由式②得 $P_y = 20 - T \sin 30^\circ = 20 - 24 \times 0.5 = 8(\text{kg})$

所以 $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{20.8^2 + 8^2} = \sqrt{496} = 22.3(\text{kg})$

$$\tan \theta = \frac{P_y}{P_x} = \frac{8}{20.8} = 0.384 \quad \text{所以 } \theta \approx 21^\circ$$

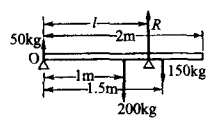


图 2

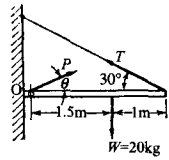


图 3

8 桁架的解法

[1] 节点法(求作用在所有构件上的力时使用)

由构件作用在每个节点上的力构成平衡条件,计算出作用在构件上的力。参照 P6. 作用在一点的力的平衡。

$$R_x = \sum F_{ix} = 0 \quad R_y = \sum F_{iy} = 0 \quad (1)$$

[2] 截面法(求作用在部分构件上的力时使用)

假想将桁架切断,由作用在假想断面上的外力和构件的作用力平衡,计算出作用在构件上的力。参照 P7. 作用点不同的力的平衡。

$$R_x = \sum F_{ix} = 0 \quad R_y = \sum F_{iy} = 0 \quad M = \sum M_i = 0 \quad (2)$$

例题 如图 1 所示,求作用在桁架各构件上的力。

解答 作用在各构件上的力,例如作用在 AC 构件上的力用 F_{AC} 表示。由对 A 点的力矩平衡得

$$-R_B \times 4 + 2000 \times 3 + 2000 \times 2 + 1000 \times 1 = 0$$

$$4R_B = 11000 \quad \text{所以 } R_B = 2750(\text{kg})$$

$$R_A = 2000 + 2000 + 1000 - R_B = 2250(\text{kg})$$

在节点 A $F_{AD} \sin 60^\circ = R_A$

所以 $F_{AD} = 2600(\text{kg})$ (压力)

$$F_{AC} = F_{AD} \cos 60^\circ = 1300(\text{kg}) \text{ (拉力)}$$

在节点 B $F_{BE} \sin 60^\circ = R_B$

所以 $F_{BE} = 3180(\text{kg})$ (压力)

$$F_{BC} = F_{BE} \cos 60^\circ = 1590(\text{kg}) \text{ (拉力)}$$

在节点 D, 因为不知道 F_{DC} 和 F_{DE} 的方向, 所以, 先假定为拉力进行计算。

$$F_{DE} + F_{DC} \cos 60^\circ + 2600 \cos 60^\circ = 0 \quad \text{①}$$

$$1000 + F_{DC} \sin 60^\circ - 2600 \sin 60^\circ = 0 \quad \text{②}$$

由②得 $F_{DC} = 1440(\text{kg})$ (拉力)

由①得 $F_{DE} = -2020(\text{kg})$ (压力)

在节点 E $2000 + F_{EC} \sin 60^\circ - 3180 \sin 60^\circ = 0$

$$F_{EC} = 870(\text{kg}) \text{ (拉力)}$$

例题 在上一例题中,求作用在构件 DE、DC 和 AC 上的力。

解答 假设有图 2 中的点划线切断桁架后, 5 个力平衡。求对 C 点的力矩

$$1000 \times 1 - 2250 \times 2 - F_{DE} \times 2 \sin 60^\circ = 0$$

$\therefore F_{DE} = -2023(\text{kg})$ (压力)

对 D 点 $F_{AC} \times 2 \sin 60^\circ - 2250 \times 1 = 0$

$\therefore F_{AC} = 1300(\text{kg})$ (拉力)

由垂直方向的平衡得

$$F_{DC} \sin 60^\circ + 1000 - 2250 = 0$$

所以 $F_{DC} = 1443(\text{kg})$ (拉力)

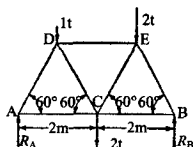


图 1

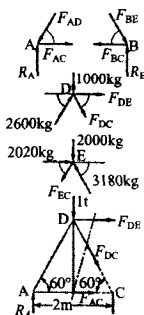


图 2