



通
THE WAY TO HARVARD
哈向佛



NEW

三年级

小学数学

主 编/陶文中
副主编/张 燕

全新解析与训练

海豚出版社



小学数学全新解析与训练

三年级

主 编 陶文中
副主编 张 燕



海豚出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学全新解析与训练. 三年级 / 陶文中主编.
北京: 海豚出版社, 2004

(通向哈佛)

ISBN 7-80138-398-2

I.小… II.陶… III.数学课—小学—教学参考
资料 IV.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 066384 号

责任编辑: 王笃霞

责任印刷: 何章云

● 小学数学全新解析与训练 ● 三年级

出 版 海豚出版社
地 址 北京百万庄大街 24 号 邮政编码 100037
电 话 (010)68326332
传 真 (010)68993503
经 销 各地新华书店
印 刷 北京雷杰印刷有限公司
开 本 大 32 开(889×1194mm)
版 次 2004 年 8 月第 1 版第 1 次印刷
标准书号 ISBN 7-80138-398-2
定 价 13.00 元

版权所有 侵权必究

····· 写在前面的话 ·····

这本《小学数学全新解析与训练》是为提高小学生数学素质而编写的数学课外辅导读物。

本书四个特点

第一 编写理念新。本书编写努力体现《数学课程标准》提出的“突出体现基础性、普及性和发展性”的基本理念。关注学生个体差异,各部分内容都编排了三种水平的例题和练习题,以满足不同的学生在数学上不同的发展需要。

第二 编写内容新。全书各单元内容均以《数学课程标准》规定的内容标准为基础加以拓展和适当深化,源于教材,高于教材。

第三 呈现方式新。本书在内容呈现上贯穿“问题引入、基础知识简要说明、例题、反思、练一练”五步结构,并在每册书最后集中配备了习题,并附有答案与提示。

第四 解析思路新。书中对每个例题的解题方法分析,不是直接讲一着一式怎么做,而是着眼于学生数学思维能力培养,启迪学生数学思考。本套书分三、四、五、六年级分册共四册。参加本套书编写的人员都是教学经验丰富,多年从事小学数学奥林匹克竞赛辅导工作的教师。参与编写的人员有:赵娟、栗哲、彭卫、陶文中、朱秀兰、陈林、王晓霞、许会、张燕、刘江。在此,谨表示诚挚的感谢。

书中如有疏漏或错误之处,欢迎读者指正。

使用说明

◆ **本书知识结构** 数与代数——空间与图形——统计与概率——综合应用

◆ **每节内容结构** 问题引入——基础知识简要说明——例题——反思——练一练——练习题

使用建议

1. 例题和练习题中的**水平1**为初级水平,是相应年级学生应该达到的基本水平,是教材例题的拓展;**水平2**为中级水平,相当于教材中的思考题难度;**水平3**是高级水平,相当于教材内容的提高和深化。其中相当一部分题目为竞赛题水平。对发展高层次思维能力很有益处。

2. 对每个单元中编排的不同水平的例题和练习题,希望同学们以循序渐进的方式认真阅读和练习,当然也可以根据自己情况选择使用。

3. 对于例题的学习,提倡先自己独立思考,能自己做的自己做,在此基础上再看书上介绍的方法。另外,书中所介绍的各种解题方法不一定是全部和最好的解法。提倡探求多种解法与反思。

4. 书中的练习题可以作为自测题用,以检验你对这一节内容掌握的程度。

陶文中

2004年7月

• • • 目 录 • • •

 一、自然数加法和减法	001
● 认识自然数	001
● 自然数的分解	006
● 加法运算律和简算	012
● 减法的性质和简算	019
 二、图形的认识	026
● 观察物体	026
● 线与角	035
 三、自然数乘法和除法	047
● 乘法运算律和简算	047
● 除法运算律和简算	053
● 除法的性质和简算	062
● 奇数和偶数	069
 四、小数和分数	079
● 小数加法和减法的简算	079
● 初步认识分数	085
 五、统计与可能性	092
● 平均数	092
● 统计表和统计图	098
 六、综合应用	111
● 和(差)倍问题	111
● 行程问题	118
各章练习题及答案	125~172



—— 自然数加法和减法 ——

认识自然数

三万多年前，每当我们的祖先在捕杀了野兽之后，就在所住的洞穴里画上野兽的图形，并且用划线代表所捕获的数目。如划一条线代表打死一只野雉、两条线代表两只兔子，等等。从而开始认识了1, 2, 3。后来人们开始懂得把捉来的小动物畜养起来，渐渐进入畜牧的年代。牛、羊、马等牲畜数量越来越多，这时人类需要更大的数，以便能计算自己牲畜圈里的数目。农业时代后，这时人们所收的谷麦之类的数量更大了，因此需要有更大的自然数。人类从懂得1, 2, 3，到懂得大于10以及百、千、万、亿等大数，可以说是发生了一个大飞跃。

基础知识简要说明

- 自然数的意义：我们在数物体时，用来表示物体个数的1、2、3、4、5、6……就是自然数，一个物体也没有，使用0表示，0也是自然数。自然数的个数是无限多的，没有最大的自然数。每相邻的两个自然数，相差“1”。自然数是整数的一部分。
- 自然数的逐次加1特性：除0以外，每一个自然数都是由它前一个数加1得到的。如 $2=1+1$ ， $3=2+1$ ， $100=99+1$ 等等。

水平1

例题

例 1 现在世界通用的数码1、2、3、4、5、6、7、8、9、0，人们称之为阿拉伯数字。实际上它们是古代印度人最早使用的。后来阿拉伯人把古希腊的数学融进了自己的数学中去，又把这一简便易写的十进制位值记数法传遍了欧洲，逐渐演变成

今天的阿拉伯数字,大家对阿拉伯数字可一点也不陌生,你可知道谁发明阿拉伯数字?其实,在1500年前印度人已开始使用一套数学符号来计数。

1 2 3 4 5 6 7 8 9

印度数字符号

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

二世纪的阿拉伯数字

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

十四世纪的阿拉伯数字

下面的图案就是出自古埃及石块上的数字符号:



3



40



39

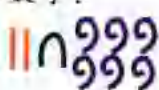
1. 请找出下列古埃及数字的意义,并将它们写成阿拉伯数字:

(1 10 12 23 46 81)

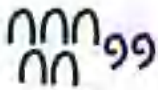
2. 这是1238的埃及象形文字。



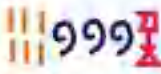
找出每个符号代表的意思，然后将下列埃及数字翻译成阿拉伯数字：



(612



250



1306



3020)

例 2 请你动手摆一摆：1、2、3 三张数字卡片，用这些卡片能摆出几个不同的三位数。



123, 231, 321,
132, 213, 312

怎样才能一次找全所有的三位数？如果用 1、2、3、4 四张数字卡片，用这些卡片能摆出几个不同的四位数？



水平 2

例 3 形式有一类非常特殊的自然数，从左向右读和从右向左读都相同，这类数被称为回文数。如 11, 121, 1001, 9339, 30203 等等。不过人们发现大多数的自然数，如果把它各位数字的顺序倒置，再与原数相加，将得数再按上述步骤进行，经过有限的步骤后必能得到一个回文数：

如： $95+59=154$

$154+451=605$

$605+506=1111$

经过三次相加得到回文数。

再如： $198+891=1089$

$1089+9801=10890$

$10890+09801=20691$

$20691+19602=40293$

$40293+39204=79497$

79497 又是一个回文数，你能找一个回文数吗？



是不是从 2 位数开始都是相加 3 次得到回文数？
从 3 位数开始相加都是相加 5 次才得到回文数？

例4 写出1-200以内的全部回文数。

100以内的回文数有
11, 22, 33, 44, 55, 66, 77,
88, 99. 100~200以内的回文数有
101, 111, 121, 131, 141, 151,
161, 171, 181, 191.



思路

先写1-100以内的回文数，
再写101-200以内的回文数。

从21+12开始，经过1次
相加得到回文数。

例5 由1, 2, 3三个数可以组成多少个比123大的三位数？

共有5个比123大的三位数
132, 231, 213, 312, 321.



思路

依次考虑百位数字是
1, 2, 3比123大的三位数。

水平3

例6 请你任意写一个多位数，例如4587043693675。

计算一下，这个数中有几个偶数数字，有几个奇数数字，
是几位数？把这三个数根据次序写出来组成一个数。如上数中，
有6个偶数，7个奇数，是个13位数，组成6713。继续这样
做：6713→134→123…便陷入了123这个数学“黑洞”，永远
也跑不出来了。

再把下面一个数试一试。

999988887777…1111.

依上法，有162036→426→303→123…，

现在请你自己写出几个多位数，根据所介绍的规则试一
试，你能说一说这是什么道理吗？

例7 据说有位数学家一次偶然的机会，看到一块里程路标
上的千米数3025被折成两段，成为“30”，“25”，不禁心中
一动。他想： $30+25=55$ ， $55^2=3025$ 。又回到了原来的数。真是奇
怪极了。这引起了他的兴趣，也受到了不少数学工作者的关注。

人们经过探索,又找到了另外两个这样的数:2025,9801.

$$2025, 20+25=45, 45^2=2025;$$

$$9801, 98+01=99, 99^2=9801.$$

你能找到这样的数吗?

$$\text{两位数: } 81, 8+1=9, 9^2=81.$$

$$\text{六位数: } 494209, 494+209=703, 703^2=494209.$$

$$\text{八位数: } 60481729, 6048+1729=7777, 7777^2=60481729.$$

练一练

水平1

1. 在5和4之间添()个0,这个数才能成为五十亿零四.
2. 用2、3、4和5个0组成一个最小的八位数,并且这个数中所有的0都不读出来,这个数是().

水平2

3. 一个六位数,个位数字是5,十万位上数字是9,任意相邻的三个数位数字的和都是20,这个六位数是多少?
4. 从0、3、5、7、9五个数中选四个数字组成最小的四位数是(),最大的四位数是().

水平3

5. 连续5个偶数的和是180,最小的一个偶数是().
6. 在自然数中还有一些数,看起来貌不惊人,但却十分特别,令人百思不得其解.6174就是其中之一.把6174各位数字从大到小排列,再从小到大排列,然后用大数减小数,结果还得到6174, $7641-1467=6174$.有趣的是,不仅6174本身,就是任意一个四位数字,只要4个数字不完全相同,用上述办法重复多次,最后终能得到6174这个数.你能写一组吗?

练
二
练

答案与提示

水平1

1. 在5和4之间添(8)个0, 这个数才能成为五十亿零四。
2. 用2、3、4和5个0组成一个最小的八位数, 并且这个数中所有的0都不读出来, 这个数是(23400000)。

水平2

3. 965965 **提示** 根据题意将本题转化成 $9\square\square\square\square5$, 可以得出百位上数字只能是9. 依此类推, 得出其余数位上的数。
4. 从0、3、5、7、9五个数中选四个数字组成最小的四位数是(3057), 最大的四位数是(9753)。

水平3

5. 连续5个偶数的和是180, 最小的一个偶数是(32)。
6. 如: 1234 这个数, 我们用下列步骤运算:

$$4321-1234=3087$$

$$8730-0378=8352$$

$$8532-2358=6174$$

自然数的分解

妈妈要小明把5个苹果分别放在3个盘子里, 小明该怎样放呢? 有多少种不同的放法? 解决这个问题实际上就只要把5分解成三个数的和。

基础知识简要说明

自然数的分解就是将一个自然数分成若干个小于它的自然数之和。例如 $3=2+1$ 及 $3=1+1+1$ ，若把 $3=1+2$ 与 $3=2+1$ 看成同一种分解，那么，自然数 3 就有两种分解方法。

例题

水平 1

例 1 自然数 6 可以有多少种分解方法？

解 1 ①最多可以分解成 6 个数
(只有一种)

$$6=1+1+1+1+1+1$$

②最少可以分成 2 个数
(有三种)

$$6=1+5=2+4=3+3$$

③分成三个数(有三种)

$$6=1+1+4=1+2+3=2+2+2$$

④分成四个数(有两种)

$$6=1+1+1+3=1+1+2+2$$

⑤拆成五个数(有一种)

$$6=1+1+1+1+2$$

因此共有： $1+3+3+2+1=10$ (种)不同的分法

解 2 ①最大自然数是 5 的有：

$$6=5+1$$

②最大自然数是 4 的有：

$$6=4+2=4+1+1$$

③最大自然数是 3 的有：

$$6=3+3=3+2+1=3+1+1+1$$

④最大自然数是 2 的有：

$$6=2+2+2=2+2+1+1=2+1+1+1+1$$

思路 可以按分解成的自然数的个数分类。



思路 还可以按分解中的最大自然数由大到小进行分解。

⑤最大自然数是1的有：

$$6=1+1+1+1+1+1$$

因此共有10种方法。

例2 把59表示为10个不同自然数的和，这样的方法一共有多少种？将不同的方法分别写出来。

解 ①先将4加在后面4个数上：

$$59=1+2+3+4+5+6+7+8+9+14$$

$$59=1+2+3+4+5+6+7+8+13+10$$

$$59=1+2+3+4+5+6+7+12+9+10$$

$$59=1+2+3+4+5+6+11+8+9+10$$

②将4分解成1、3两个数，放在适当的两个加数上：

$$59=1+2+3+4+5+6+7+8+12+11$$

③将4拆成2个2或1、1和2三个数或1、1、1、1四个数，分别加在适当的加数上，没有新的表示方法。

因此，共有5种表示方法。



思路

由于 $1+2+3+\cdots+10=55$ ，现在只需要把4分配到适当的加数上，使其和等于59。



例3 电视台播放一部30集的电视连续剧，如果每天播出的集数都不相等，该电视连续剧最多可以播放多少天？

解 因为每天播放集数都不相等，且要求播放天数最多，所以第一天播1集，第二天播2集，第三天播3集，第四天播4集，第五天播5集，第六天播6集（或7集），第七天播9集（或8集）。

$$1+2+3+4+5+6+9=30(\text{集})$$

$$\text{或 } 1+2+3+4+5+7+8=30(\text{集})$$

答：最多播7天。



思路

为使播出天数最多，应尽量做到每天播出的集数最少。

水平2

例4 把14分解为两个自然数的和，这两个自然数的最大乘积是几？

解

$$14=1+13 \rightarrow 1 \times 13=13$$

$$14=2+12 \rightarrow 2 \times 12=24$$

$$14=3+11 \rightarrow 3 \times 11=33$$

$$14=4+10 \rightarrow 4 \times 10=40$$

$$14=5+9 \rightarrow 5 \times 9=45$$

$$14=6+8 \rightarrow 6 \times 8=48$$

$$14=7+7 \rightarrow 7 \times 7=49$$

答：把14分解成两个7相加时乘积最大是49。



思路 先把14分解为不同的两个自然数的和，再分别求积，加以比较，会发现两个自然数越接近，它们的乘积就越大。

例5 把14分成几个自然数的和，再求出这些数的乘积，要使得到的乘积尽可能大，最大乘积是多少？

解 如果所分解的数有5，应拆成2和3，因为 $2 \times 3 > 5$ ，一般地大于4的数都是应再分成较小的数，经过这样调整，所分的数都是2或3，又因为： $2+2+2=6 \rightarrow 2 \times 2 \times 2=8$ ， $3+3=6 \rightarrow 3 \times 3=9$ ，所以如果分成的数中有3个2，不如分成2个3。

所以14应分成4个3与1个2之和，它们的乘积是：

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 162$$

答：最大乘积是162。



思路 如果把14分解成若干个自然数的和中有1，所得的乘积显然不是最大的，因为任何数乘以1都等于这个数本身，因此，在分解中，最小的数为2，然后通过比较，找到最大的积。

水平3

例6 用长16厘米的铁丝围成各种长方形，(长、宽都是整厘

米数，且长和宽不相等），围成的长方形面积最大是多少平方厘米？

$$\begin{array}{ll} 8=1+7 & 1 \times 7=7 \\ 8=2+6 & 2 \times 6=12 \\ 8=3+5 & 3 \times 5=15 \\ 8=4+4 & 4 \times 4=16 \end{array}$$



思路

这个问题相当于已知长+宽=8，且长 $\neq$ 宽，求长 $\times$ 宽的最大值是多少？只要对8进行分解比较它的积就可以了。

观察发现，长与宽取的数越接近，它们的乘积就越大，所以当长=3，宽=5时，长 $\times$ 宽的最大值是 $3 \times 5=15$ 。

答：围成的长方形面积最大是15平方厘米。

例7 把100分成若干个互不相等的自然数之和，且使这些自然数的乘积最大，列出该乘积的算式。

解 若和比100大1，这时，自然数的个数至少减少1个，为了使乘积最大，应去掉最小的2，并将最后一个数加上1；若和比100大几，那么去掉等于几的那个数，就可以使乘积最大。



思路

若自然数中有1，显然乘积不会最大，把100分成若干个互不相等的自然数之和，自然数越多，乘积越大，为了使自然数个数尽可能的多，我们把100分成 $2+3+4+\cdots$ 一直到和恰等于100。

因为 $2+3+\cdots+13$

$$=(2+13) \times 12 \div 2=90$$

$$2+3+\cdots+13+14=104>100.$$

$$\text{所以 } 100=2+3+5+6+7+8+9+10$$

$$11+12+13+14$$

答：乘积的算式是： $2 \times 3 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times \cdots \times 14$

练一练

水平1

1. 8有多少种拆分方法?

2. 把 60 表示为 10 个不同自然数的和, 这样的方法共有多少种?

水平2

3. 21 拆分成两个自然数的和, 使它们的乘积最大是多少?

4. 把 21 分成几个自然数的和, 再求出这些数的乘积, 要使得到的乘积尽可能大, 则这个乘积是多少?

水平3

5. 140 分成若干互不相等的自然数和, 且使这些自然数的乘积最大, 该乘积的算式?

6. 在直角三角形中, 若两个直角边的和为 8, 则三角形最大面积是多少?

答案与提示

水平1

1. 共有 21 种方法.

提示 ① $8=7+1$

② $8=6+2=6+1+1$

③ $8=5+3=5+2+1=5+1+1+1$

④ $8=4+4=4+3+1=4+2+2=4+2+1+1=4+1+1+1+1$

⑤ $8=3+3+2=3+3+1+1=3+2+2+1=3+2+1+1+1=3+1+1+1+1+1$

⑥ $8=2+2+2+2=2+2+2+1+1=2+2+1+1+1+1=2+1+1+1+1+1+1$



$$\textcircled{7} 8=1+1+1+1+1+1+1$$

2. 共有 7 种 提示 $60=1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+5$, 讨论 5 加到前 10 个数的情形.

水平 2

3. $21=11+10$, $11 \times 10=110$

4. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3=2187$

水平 3

5. $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \times 11 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 \times 17$

6. 解 $8=1+7$ $7 \times 1 \div 2=3.5$

$8=2+6$ $6 \times 2 \div 2=6$

$8=3+5$ $3 \times 5 \div 2=7.5$

$8=4+4$ $4 \times 4 \div 2=8$



加法运算律和简算

小敏给同学们出了一道题,她说:第一只盘子放 1 个苹果,第二只盘子放 2 个苹果……后面每只盘子都比前一只多放 1 个苹果,九只盘子一共放了多少个苹果?

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9$$

怎样简算呢?

基础知识简要说明

加法交换律: $a+b=b+a$

加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$

互补数: 如果两个数的和是整十、整百、整千……那么这样的两个数叫做互补数,如 2 和 8, 3 和 7, 56 和 44, 192 和 8 等等.

