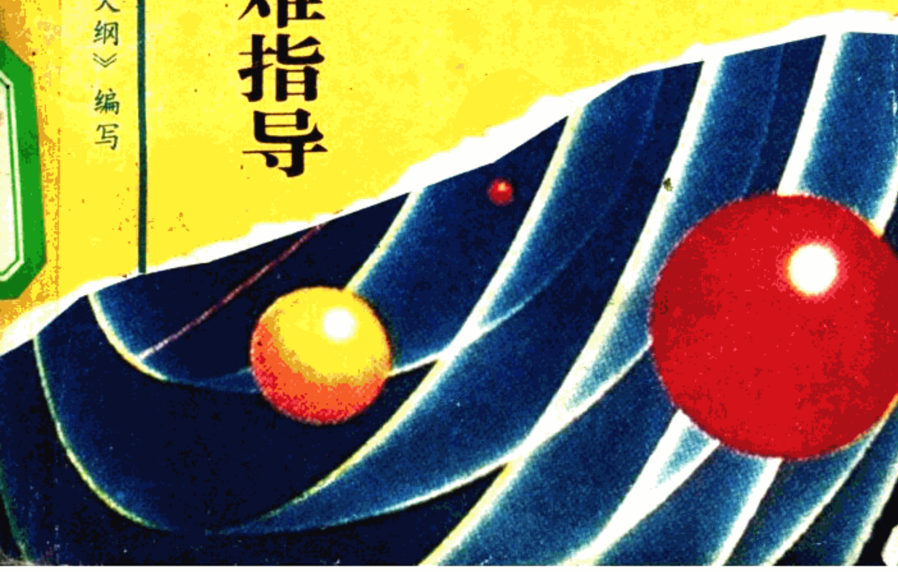
新编中、高考
复习指导丛书

中考数学应试解难指导

根据国家教委《考试说明》及《教学大纲》编写

分册主编 周长生
丛书主编 张盛如
王寿魁

科学出版社



[illegible]指导丛书

中考[illegible]解难指导

[illegible] 张盛如 王寿魁

分册主编 周长生

编写人员 周长生 王秋芳

谢兴华 宋宣东

徐静之

科学出版社

1993

（京）新登字 092 号

内 容 简 介

本书是《新编中、高考复习指导丛书》之一. 它根据《教学大纲》及多年来中考命题的精神和初中教学知识双向细目表的要求编写.

全书分为两部分：第一部分为近三年北京市中考试题分类选析；第二部分为模拟练习(包括 11 套单元练习和 10 套综合练习). 它覆盖了大纲的全部知识点，特别对综合性难题进行了剖析，旨在给考生一把解题的钥匙，使之能举一反三，提高应试能力. 本书是考生必备的复习用书.

本书可供中考考生及指导教师参考.

新编中、高考复习指导丛书

中考数学应试解难指导

丛书主编　张盛如　王寿魁

分册主编　周长生

责任编辑　李　锋

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100707

北京大兴海子角胶印厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

*

1993 年 3 月第一版　　开本：787×1092　1/32

1993 年 3 月第一次印刷　　印张：9 1/2

印数：1－14 060　　字数：215 000

ISBN7-03-003445-7/G・342

定价：4.80 元

《新编中、高考复习指导丛书》编委会名单

前　　言

《新编中、高考复习指导丛书》，顾名思义，应是帮助考生复习好功课，增强应试能力，提高考试成绩的丛书。为达此目的，本书采取了以考试为目标，以复习为保证，以增强应试解难能力为中心的思路编辑全书，以符合考生复习考试的规律和特点。

丛书的每册均由两大部分组成。第一部分是近[illegible]年中、高考试题分类选析。通过"试题分类选析"，主要想使考生能对国家教委颁布的各科《教学大纲》和《考试说明》所规定的各科知识、能力要求，在试题中的表现有个具体的了解，对平时学习的知识在试题中如何演进、变化、迁移也有个实际的认识。当然，对考试的范围、方法、题型、难易度和变化的趋势也可做到心中有数。这样，考生便可通过[illegible]，发现自己知识和能力的缺陷，及时调整复习方向，明确复习目标，复习好功课。丛书各册的第二部分，是"模拟练习"。而"模拟练习"又分为"单元练习"和"综合练习"。"单元练习"是为了帮助考生全面、系统地复习初、高中各科课程而编写的。这部分练习或按教材单元顺序编写，或按知识分类编写，数量也不尽相同，但在知识覆盖面和能力要求上，均要求与《教学大纲》和《考试说明》的要求一致，并能完全体现各科教材的教学内容。我们认为，这部分练习非常重要，它是复习考试的基础和保证。考生只有正确地掌握、理解和运用这部分练习所涉及的知识，才有取得优良考试成绩的可能。至于这部分的"综合练习"则实际是几套按照考试题型、分值比例、重点难点、深浅程度编设的模拟试题。目的是帮助考生在全面、系统地复习之后，再次瞄准考

试这个目标，进行自测性考试练习，再一次地检查备考情况，进行再度的知识能力调整，提高应试能力。

特别值得指出的是，我们在编写本丛书时，始终是把着眼点放在培养考生应试解难能力这个基点上的，因此使本书就更具针对性、实用性。

我们的构思也许是美好的。但由于时间、经验和水平有限，可能不会完全实现我们的预期目标。就像飞机的理论设计速度和实际飞行速度存在着一定差距一样。不过我们深信，经过广大读者指正和我们今后不断的修订，此书是会有益于考生的。

张盛如

1993 年元月 28 日

于北京阳照胡同寓所

目　　录

1990—1992 北京市中考试题分类选析

1990—1992 年北京市中考试题大大小小共 86 个. 我们选出其中的 64 个,并分为八个部分进行分析. 第一至第五是代数内容,第六、第七是代数和几何两科的内容,第八是几何证明.

初中代数的主要内容可以概括为:两种基本变形和一个基本方法. 一种基本变形是式的恒等变形,另一种基本变形是方程(组)和不等式(组)的同解变形;一个基本方法是方程分析的方法,可简称为"方程分析法",解应用题就要用这种方法. 所以,近三年中考的代数试题主要可分为三类:恒等变形试题、同解变形试题和方程应用题.

初中几何主要分析几何证明.

一、恒等变形试题

(一) 填空题:

1. $\left|-\frac{1}{3}\right|=$______, $\sin 45°=$______.

2. $|-6|=$______.

3. $10^{-2}=$______.

4. 求值:$2^{-2}=$______.

5. $\cos 120°$的值是______.

6. 计算:$a^2 \cdot a^3=$______.

7. 计算:$(\sqrt{3}-1)^0$______.

8. 用科学记数法表示：32000＝______.

参考答案

1. $\frac{1}{3}$， $\frac{\sqrt{2}}{2}$； 2. 6； 3. $\frac{1}{100}$； 4. $\frac{1}{4}$； 5. $-\frac{1}{2}$；
6. a^5； 7. 1； 8. 3.2×10^4

(二)选择题：

以下各题都给出代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中有一个且只有一个是正确的，把正确答案的代号填在括号内.

9. $-(-3)^2$的运算结果为[　　].

(A) 6　　(B) -6　　(C) 9　　(D) -9

10. 当 $a<0$ 时，$\frac{\sqrt{a^2}}{a}$的值为[　　].

(A) 1　　(B) -1　　(C) ±1　　(D) a

11. $-(-2)^0$的运算结果为[　　].

(A) 2　　(B) 0　　(C) -1　　(D) 1

12. 4^{-2} 的计算结果为[　　].

(A) $-\frac{1}{16}$　　(B) $\frac{1}{16}$　　(C) $\frac{1}{8}$　　(D) 2

参考答案

9. [D]； 10. [B]； 11. [C]； 12. [B]

(三)解答题：

13. 计算：$\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}$.

14. 计算：$(\sqrt{3}-1)^2+\frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

15. 计算：$\frac{4}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}$.

16. 计算：$(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a})\cdot\frac{ab}{a+b}$；

17. 计算：$\lg6-\lg3+\lg5$.

18. 分解因式：$5m(a+b)-a-b$.

19. 分解因式：x^2-a^2+x-a.

20. 分解因式：$a^2-2ab+b^2-c^2$.

参考答案

13. $4\sqrt{2}+1$； 14. $3-\sqrt{3}$； 15. 2； 16. $\frac{ab}{a-b}$；
17. 1； 18. $(a+b)(5m-1)$； 19. $(x-a)(x+a+1)$；
20. $(a-b+c)(a-b-c)$

难题选析

以上共列出 20 个题，这 20 个题所涉及的方面是很广的，有实数及其运算，有整式及其运算，有分式及其运算，有二次根式及其运算，有对数及其运算，有分解因式，有指数及其运算，有三角函数.事实上，这 20 个试题涉及到初中代数课本的近十章内容（初中代数共有十四章）.

在以上 20 个试题中，彼此之间的差异是很明显的，有些简易题，借助于心算就可立刻求出其结果，如第 2 题 $|-6|=$______.有些题目则必须思考分析之后，经过一定的运算步骤才能求得答案，如第 16 题计算：$(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a})\cdot\frac{ab}{a+b}$.第 18 题分解因式：$5m(a+b)-a-b$，等等.

看到差异当然是很有必要的，但是，更为重要的是，我们还必须看到它们具有一些共同的特点.

第一个共同特点是，每一个题目本身都是一个式子，我们知道，单独一个数或单独一个字母也是代数式.

第二个共同特点是，解答每一个题，都必须进行变形，例如，要解答 $|-6|=$______，就必须把“$|-6|$”变成“6”，要判断 $\frac{\sqrt{a^2}}{a}(a<0)$ 的值是否是 1（或 -1，或 ±1，或 a）就得把 $\frac{\sqrt{a^2}}{a}$ 先变成 $\frac{-a}{a}$，再把 $\frac{-a}{a}$ 变成 -1.至于计算 $\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}\right)\cdot\frac{ab}{a+b}$ 的过

程则必须有更多的变形. 例如，可以先把 $\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}\right)\cdot\frac{ab}{a+b}$ 变成 $\left(\frac{a}{a-b}+\frac{b}{a-b}\right)\cdot\frac{ab}{a+b}$，再变成 $\frac{a+b}{a-b}\cdot\frac{ab}{a+b}$，再变成 $\frac{ab}{a-b}$.

不变形可以吗？

我们不妨试一试看，就拿第 16 题来说，如果不变形，就有

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}\right)\cdot\frac{ab}{a+b} &= \left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}\right)\cdot\frac{ab}{a+b} \\
&= \left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}\right)\cdot\frac{ab}{a+b} \\
&= \cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}
$$

如此如此，只能重复抄写原来的题目，这样一来，岂不是没有进行任何演算吗？可见，变形是多么重要了，事实上，若不变形，要使计算前进一步也是不可能的.

可能有人会说，我的心算能力很强，对于第 16 题来说，我一看，立刻就能心算出其结果为 $\frac{ab}{a-b}$，这不是用不着变形了吗？

这种看法是不对的. 心算的时候必须在心里面进行变形. 事实上，得出的答案 $\frac{ab}{a-b}$ 就与原题 $\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{b-a}\right)\cdot\frac{ab}{a+b}$ 的形式不同.

能不能随心所欲地胡乱变形呢？当然是不允许的，请看第三个特点.

第三个共同特点是，不管每一题进行多少次变形，而每一步变形都必须使式子的值保持相等，就是说只能变其形而不能变其值.

把上述三个共同特点结合起来就是“式子的恒等变形”.

确切地说，式子的恒等变形就是在保持式子的值相等的

前提下，把一个式子换成与另一个与它形式不同的式子.

解答式子的恒等变形题，其书写格式通常都是自上而下用一连串等号"="来体现的，例如：

第 15 题，计算：$\frac{4}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}$.

解：$\frac{4}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}$ ①

$=\frac{4(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}-\sqrt{12}$ ②

$=\frac{4(\sqrt{3}+1)}{2}-2\sqrt{3}$ ③

$=2(\sqrt{3}+1)-2\sqrt{3}$ ④

$=2\sqrt{3}+2-2\sqrt{3}$ ⑤

$=2$ ⑥

第 19 题，分解因式：x^2-a^2+x-a.

解：x^2-a^2+x-a ①

$=(x^2-a^2)+(x-a)$ ②

$=(x+a)(x-a)+(x-a)$ ③

$=(x-a)(x+a+1)$. ④

以上格式表明式子②与式子①恒等，式子③与式子②恒等，…….

现在我们来研究在解答式子恒等变形题目时，错误是怎样表现的，弄清这个问题，我们就能有效地防止错误.

错误，大致可以分为两种情形，一种是计算的错误；一种是最后结果的形式不符合题目要求.

例如，在解第 20 题时，把分解因式的过程写成

$$a^2-2ab+b^2-c^2$$
$$=(a^2-2ab)+(b^2-c^2)$$
$$=a(a-2b)+(b+c)(b-c).$$

又如，在解第 8 题，用科学计数法表示 32000 时，把它写成 32×10^3.

这两个例子，虽然每一步的计算都正确，但结果都不符合题目要求，所以，都属于后一种错误.

下面指出一些计算的错误，这是我们分析的重点.

解第 2 题，出现 $|-6|=-6$, $|-6|=-|-6|$, $|-6|=\pm6$ 等错误.

解第 4 题，出现 $2^{-2}=4$, $2^{-2}=\pm4$, $2^{-2}=-\frac{1}{4}$, $2^{-2}=\pm\sqrt{2}$, $2^{-2}=\sqrt{\frac{1}{2}}$ 等错误.

解第 6 题，出现 $a^2\cdot a^3=a^6$.

解第 8 题，出现 $32000=3.2\times10^{-4}$.

解第 13 题，出现 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}$

$$=1+3\sqrt{2}(\sqrt{2}-1).$$

解第 15 题，出现

$$\frac{4}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}=\frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}-2\sqrt{3}.$$

解第 19 题，出现

$$x^2-a^2+x-a=(x^2-a^2)+(x-a)=x-a(x+a+1)$$

或 $x^2-a^2+x-a=(x-a)^2+(x-a)=(x-a)(x-a+1)$.

以上错误有一个共同的表现，就是都破坏了“等值”这个根本要求.

怎样变形才能保待等值或恒等呢或者说怎样变形才能杜绝计算错误呢？这就要了解和掌握关于数的等值变形的理论依据，以正确的理论依据做指导进行变形，就可保持等值，得到正确的结果，反之，不依正确的理论依据做指导进行变形，就要破坏等值，得到错误的结果.

前面所列举的考生的错误都是没有按照等值变形的理论依据进行变形才发生的. 等值变形的理论依据都是哪些呢?主要有以下五个方面:

(1)关于数的概念;

(2)关于数的性质(包括公式);

(3)关于数的运算法则;

(4)数的运算顺序;

(5)数的运算律.

例如:正数,负数,相反数,绝对值,倒数,平方根及算术平方根,整式,分式,同类项等都是关于数的概念. 对于代数中的每一个概念务必弄清它的意义以及它的记号,弄清与否的根本标志是能否进行识别,这一要求和对待平面的几何中的概念是一样的.

幂的运算性质,分数或分式的基本性质、二次根式的性质,乘法公式,分解因式的公式等都是关于数的性质.

求两个实数的和、差、积、商的方法,求两个分式的和、差、积、商的方法等,都是运算的法则,当进行某种运算的时候,一定要根据这种运算的法则才能得出正确的结果.

进行混合运算时,先乘除而后加减就是运算的顺序.

加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、分配律,都是运算的定律.

以上五个方面的内容,都是代数的基本知识,只有把这些基本知识都弄清了,都掌握了,才能在等值变形的过程中做到步步有据,从而使运算达到正确的结果.

为了帮助大家正确地进行恒等变形,我们特地编了一个口诀.

式子等值变形口诀

计算必变形, 换元最有用.

变形勿变值，时时得注意.
形变值也变，错误就出现.
要想值不变，依据是关键.
法则和算律，公式和概念.
概念要弄清，公式左右换.
这样来作题，对错自己判.
若是拿不准，就把书来看.

要想使变形保持恒等，或者说要想使计算正确，关键在于变形的理论依据，要求做到，在变形过程中，步步有据，时时有据，处处有据. 恒等变形的理论依据最主要的最常用的是概念和公式. 事实上，运算律如 $a+b=b+a$，$ab=ba$，$a(b+c)=ab+ac$ 就是公式，有些运算法则（如分式运算法则 $\frac{b}{a}\cdot\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}$，其中 $a\neq0$，$c\neq0$ 和根式运算法则 $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$（其中 $a\geqslant0$，$b\geqslant0$）也可以看成公式. 所以，在课本中，有关式子的基本知识不外乎概念和公式，这些基本知识都是用黑体字印刷的，以表示它们的重要性. 学习代数就要牢固掌握这些概念和公式，并能熟练地应用.

在"口诀"里为什么提出"公式左右换"呢？这是因为公式的妙处就在一个"换"字，比方，在和的立方公式：

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 中，左边是 $(a+b)^3$，右边是 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$，它们的形式（外形）是不同的，但是它们却恒等. 正是由于这个原因，我们才可以把左边的 $(a+b)^3$ 换成右边的 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$，也可以把右边的 $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 换成左边的 $(a+b)^3$.

当我们展开 $(3x^2+2y^2)^3$ 的时候，就是依据和立方公式，把左边换成右边，有 $(3x^2+2y^2)^3$

$=(3x^2)^3+3(3x^2)^2(2y^2)+3(3x^2)\cdot(2y^2)^2+(2y^2)^3$

$=27x^6+54x^4y^2+36x^2y^4+8y^6$

当我们把 x^3+3x^2+3x+1 分解因式时，也是依据和的立方公式，只不过是把公式右边换或左边，有

$x^3+3x^2+3x+1=(x+1)^3$.

可见，用公式的时候，必须得"换"，或者左边换右边，或者右边换左边，这种变换就好像日常生活中，大小票子的互换是一样的，例如：

5 张一元的票子=1 张五元的票子. 拿 5 张一元的票子可以换成一张五元的票子，或者拿 1 张五元的票子可以换成 5 张一元的票子. 来换去，形式变了，但是钱的价值并没有变. 相反，如果把 1 张五元的票子换成 4 张一元的票子，这就相当于口诀中的，"形变值也变，错误就出现". 这种换法除去傻瓜以外，正常人谁也不干的.

希望大家在今后的作题中，能像大小票子互相兑换一样，正确地进行代数式的恒等变形，恒等变形也有人管它叫做恒等变换.

怎样应用"换元"呢？

例如，要求单项式 $-3xy$ 和多项式 $x^2+2xy+3y^2$ 的积，即计算：$-3xy\cdot(x^2+2xy+3y^2)$就必须利用分配律：

$m(a+b+c)=ma+mb+mc$

把左边换成右边. 此时，就要把 $-3xy$ 看成字母 m，把 x^2 看成字母 a，把 $2xy$ 看成字母 b，把 $3y^2$ 看成字母 c，于是有

$$-3xy\cdot(x^2+2xy+3y^2)$$
$$=-3xy\cdot x^2+(-3xy)\cdot 2xy+(-3xy)\cdot 3y^2$$

这样，把一个代数式(如 $-3xy$，x^2，$2xy$，$3y^2$)看成一个字母，从而就可利用分配律把 $-3xy\cdot(x^2+2xy+3y^2)$展开，这就是(广义的)换元法. 由此可知，在进行等值变形的时候，几乎处处都要应用换元的方法(这个方法本书以后还要研究).