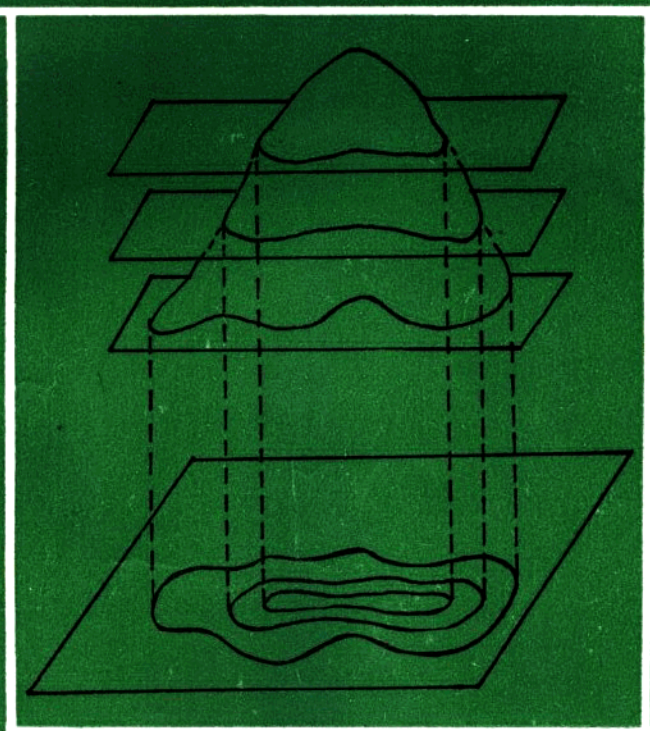


何瑶民 沈春妹 编

测量学



测量学

中南工业大学出版社

测量学

何瑶民 沈春妹 编

中南工业大学出版社

内 容 提 要

本书是地质、物探专业适用的教材，也可作为露天开采和采矿工程专业的教材。

全书共分十一章。前八章比较全面地介绍了测量学的基本知识、主要测量仪器的使用、测量误差概念、图根控制测量、大比例尺地形测图及地形图的阅读与应用，后三章包括地质勘探工程测量、航空摄影测量基础及采矿工程测量等内容，不同专业可根据实际情况选用。

本书也可作为上述专业的函授大学、职工大学的教材，可供有关专业人员参考。

测 量 学

何瑶民 沈春妹 编

责任编辑：段五媛

插图编辑：刘楷英

*

中南工业大学出版社出版发行
中南工业大学印刷厂印装
湖南省新华书店经销

*

开本：787×1092 1/16 印张：11 字数：272 千字

1990年9月第1版 1990年9月第1次印刷

印数：0001—1500

*

ISBN 7-81020-322-3/TD·020

定价：2.20 元

前 言

本书是在1980年我们编写的《测量学》(地质系用)讲义的基础上,经全面修改而成的。

本书较系统地介绍了测量学的基本知识、基本理论和基本技能,力求结合我国生产实际,并适当介绍了测绘科学的新技术。

本书由何瑶民(第一、二、四、五、八、十章)、沈春妹(第三、六、七、九、十一章)合编,何瑶民主编,并经中南工业大学罗时恒副教授审稿。

本书在编写过程中,得到有关单位和个人的大力支持和帮助,在此表示感谢。

由于编者水平有限,缺点和错误在所难免,敬请读者批评指正。

编者 1990.1.

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 测量学的任务和发展概况.....	(1)
第二节 测量学在地质勘探和采矿工程中的作用.....	(2)
第二章 测量学的基本知识	(3)
第一节 地球的形状和大小.....	(3)
第二节 确定地面点位置的坐标系统和高程.....	(4)
第三节 用水平面代替水准面的限度.....	(8)
第四节 比例尺.....	(10)
第五节 直线定向.....	(13)
第六节 坐标计算原理.....	(17)
第七节 测量工作概念.....	(19)
第三章 测量仪器及其使用	(22)
第一节 水准测量原理.....	(22)
第二节 水准仪及水准测量.....	(23)
第三节 角度测量原理.....	(27)
第四节 光学经纬仪.....	(29)
第五节 角度测量.....	(31)
第六节 钢尺量距.....	(36)
第七节 普通视距法测距.....	(39)
第八节 光电测距.....	(42)
第九节 平板仪及平板仪测量.....	(44)
第四章 测量误差概念	(48)
第一节 测量误差及其分类.....	(48)
第二节 偶然误差的特性.....	(50)
第三节 衡量精度的标准.....	(51)
第四节 误差传播定律.....	(53)
第五节 算术平均值及其中误差.....	(59)
第六节 不等精度观测.....	(63)
第五章 平面控制测量	(68)
第一节 控制测量概述.....	(68)
第二节 导线的布设与外业工作.....	(70)
第三节 导线的内业工作.....	(72)
第四节 经纬仪交会测量.....	(79)
第五节 小三角测量.....	(86)
第六章 高程控制测量	(91)

第一节	水准路线的布设与外业工作	(91)
第二节	水准测量的内业工作	(92)
第三节	三角高程测量	(94)
第七章	地形测图	(98)
第一节	地物和地貌在地形图上的表示方法	(98)
第二节	地形测图的方法	(105)
第三节	地物和地貌的测绘	(108)
第四节	地形测量的结束工作	(110)
第八章	地形图及其应用	(112)
第一节	地形图的分幅和编号	(112)
第二节	地形图的阅读	(116)
第三节	地形图的应用	(120)
第四节	地形图上量测面积和地形图的缩放	(127)
第九章	地质勘探工程测量	(133)
第一节	物探网及勘探网的测设	(133)
第二节	剖面测量	(136)
第三节	地质点、探井、钻孔等定位测量	(137)
第十章	航空地质的摄影测量基础	(140)
第一节	航空地质的发展概况和遥感简介	(140)
第二节	航空摄影的一般知识	(141)
第三节	航空象片的几何关系	(144)
第四节	航空象片的立体观察	(148)
第十一章	采矿工程测量	(151)
第一节	露天矿测量	(151)
第二节	矿山巷道工程测量	(156)
第三节	矿图	(165)

第一章 绪 论

第一节 测量学的任务和发展概况

测量学是研究地球的形状和大小的科学。它的主要任务是：研究和测定整个地球的形状和大小，以提供有关地球的科学研究资料；测绘各地区的地形图，以用于国防建设和经济建设进行规划和设计；将图纸上设计好的建筑物等工程位置测设到实地上去，作为施工的依据。根据研究对象的不同，测量学分成许多专门的学科。研究大区域甚至整个地球的形状和大小的称为大地测量学。研究小区域地球表面的形状和大小，并按一定比例尺缩绘成地形图的称为地形测量学。利用摄影象片进行各种测量工作的称为摄影测量学。地表面的象片可以在地面摄得，也可以从空中摄得。由于摄影方式的不同，摄影测量又分为地面摄影测量学和航空摄影测量学。为城市、交通、工矿、农村和水利等各项建设事业服务的称为工程测量学。利用测量所得的成果，研究如何编制、印刷和出版各种地图和专用图的称为地图制图学。

测量学和其他学科一样，是在人类生活和生产需要的基础上产生的，并随着生产的发展和科学的进步而逐渐发展起来。远在奴隶社会时期，为了测出被洪水淹没过的土地上的边界，就开始应用测量学的知识。在测量学发展过程中，我国发明的指南针、乔芬德创立的代数学、欧几里德对几何学及托拉梅对天文学和三角学的贡献，都大大地促进了测量学的发展。本世纪以来，由于精密仪器制造业的发展，使测量仪器的精度得到了进一步的提高。最近二十多年，由于近代光学和电子科学的发展为测量科学开辟了广阔的发展途径，测量学在应用这些新技术方面已经取得了巨大的成就，如激光测距、电子计算机等已逐步推广应用。对于人造地球卫星的观测与综合利用的研究正在深入进行，利用卫星遥感资料绘制地形图、地质图及解决其它各种问题，也已取得了重大的成就。

我国在测量上的贡献也有悠久的历史。公元二世纪，张衡制成浑天仪，进行了天文观测；公元三世纪，裴秀综合前人的经验，编制了“制图六体”，这是世界上最早的制图规范；……。此后，由于帝国主义的侵略，封建制度以及封建军阀和国民党反动派的罪恶统治，使测量学一直处于极为落后的状态。解放以后，在中国共产党的领导下，进行了伟大的社会主义建设，测绘事业获得了很大的发展。国家成立了测绘总局，领导、组织和开展各项测绘工作。为了培养测绘技术人材，相继成立了测绘院校和测绘专业。生产了大量的精密测绘仪器，改变了过去依赖进口的局面。各测绘部门进行了许多科学研究和完成了大量的测绘任务。例如，为配合治理黄河、淮河，为修建武汉长江大桥和南京长江大桥，为配合地质找矿、矿山开采等建设任务，均进行了大量的测绘工作，取得了很大的成绩。

第二节 测量学在地质勘探和采矿工程中的作用

测量学在社会主义建设中，有着非常重要的意义，无论在交通运输、城市建设、农田水利以及国防事业等方面都必须进行大量的测绘工作。

测量学在地质勘探和采矿工程中也是非常重要的。地质勘探的目的是为了开发地下矿产资源，找出有用矿物，并确定其形状、大小和储量。为此，各个时期必须进行有关的测绘工作。

在地质普查时期，为了正确地了解地质构造和矿床的相互关系，查明矿床位置及其分布，通常要在地形图上进行地质填图，把地面上各种地质点（如露头点）和地质界线精确地填绘在地形图上。在地质勘探（包括物探）工作中，为了查清矿体形状和储量，必须首先在地形图上进行勘探网（包括物探网）的设计，然后把图上设计的勘探网、钻孔、探槽、探井等工程位置，使用测量仪器准确地测设到地面上，或者将地面上已竣工的工程位置测绘到图上。此外，地质工作者还要经常施测和绘制地质剖面图，提交地质报告和地质图件，这些都必须使用地形图和利用各种测绘成果资料。

测量学在地震预报工作中也起着十分重要的作用。地震预报的方法很多，用精密测量方法测定地壳升降与位移来预报地震已成为重要的手段之一。

利用航空摄影象片及卫星遥感资料可以判断和解释地质构造、岩性、地层及水文地质条件等，并借助现代化精密的航测成图仪器及电子计算机系统绘制地形地质图，这也已发展成为一门新技术——航空地质或航天遥感地质。

在矿区基本建设时期，必须根据设计的施工详图，在地面和井下分别测设井口位置和巷道位置等，以便组织施工。

在矿山生产时期，必须标定巷道掘进的位置和方向，测定采空区的范围。对于露天开采，还应开展各项结合露天矿特点的测量工作。

第二章 测量学的基本知识

第一节 地球的形状和大小

通过几个世纪的科学研究,人们已清楚地知道,地球是个椭球体,其平均半径为6371公里。

地球的表面是不规则的曲面,有着高山、平原、海洋等起伏。最高的珠穆朗玛峰高达8848米,海底的最低处深约1万米。但是,这些起伏对于地球的半径来说都是很微小的。在地球表面上,海洋面积约占71%,陆地面积约占29%。所以,我们可以设想,用静止的海水面延伸并通过陆地而形成的一个闭合曲面来代替地球的自然表面。由于海水面受潮汐的影响,随时都在发生变化,为了找到能够代表地球形状和大小的海水面,人们在海滨设立验潮站,通过多次反复观测求出平均海水面作为基准面。静止水面所形成的曲面有一个特点,就是过曲面上任一点所作的铅垂线,在该点与曲面正交。凡是静止水面以及与静止水面平行的曲面,统称为水准面。由此可知,水准面有无限个,其中通过平均海水面的那一个,就称为大地水准面。

用大地水准面代替地球的形状本来是恰当的,但由于地球内部的质量分布不均匀,引起地面上各点的铅垂线方向产生不规则的变化,从而使大地水准面成为一个有微小起伏的不规则的曲面,它不能用简单的数学公式表示,因而以大地水准面为基础来解算测量上的问题仍然是不方便的。为此,人们选择了非常接近大地水准面的两极稍扁的旋转椭球体来代表地球的形状和大小,它就是测量和制图的基础。

旋转椭球体的形状和大小(图2-1)通常用长半径 a 和短半径 b ,或由一个半径和偏率 α 来表示。 a 、 b 和 α 称为旋转椭球体的元素,关系为:

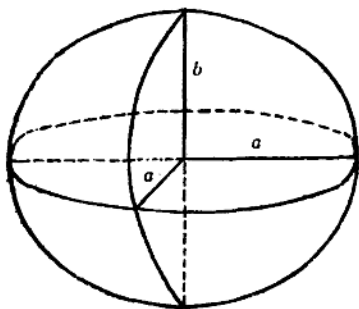


图2-1 旋转椭圆体元素

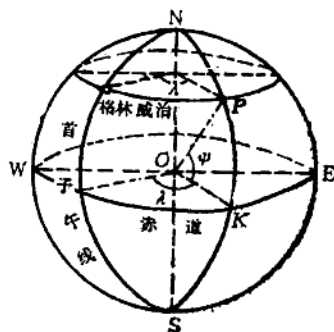


图2-2 地理坐标

$$\alpha = \frac{a-b}{a}$$

我国目前采用的椭圆体元素为(苏联的克拉索夫斯基椭球参数):

$$a=6378245\text{m}$$

$$\alpha = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{298.3}$$

随着科学技术的发展,人造地球卫星的上天,近年来,地球旋转椭圆体元素数值更加精确了。人们对地球的形状和大小的认识也更加清楚了。

由于旋转椭圆体的扁率很小,为了测量和计算的方便,在地形测量的某些计算中,可把地球近似地当作圆球看待,取其三半轴的平均值作为圆球半径,即

$$R = \frac{1}{3}(a+a+b) = 6371117.7\text{m} \approx 6371\text{km}。$$

第二节 确定地面点位置的坐标系统和高程

地面上点的空间位置是用坐标和高度表示的。根据实际情况,坐标可采用地理坐标或平面直角坐标。

一、地理坐标

以经度和纬度表示地面一点的位置,称为地理坐标。

如图2-2,设 O 为地球球心, NS 为地球旋转轴,又称地轴,地轴与球面的两个交点: N 为北极, S 为南极。

通过地轴的任一平面称为子午面。子午面与地球表面的交线称为子午线(又称经线)。国际上规定:经过英国格林威治天文台的子午面为首(起始)子午面,首子午面与地面的交线称为首(起始)子午线。地面上某点 P 的经度是通过格林威治天文台的首子午面与过 P 点的子午面所夹的二面角(用 λ 表示)的度数。经度由首子午线向东称为东经,向西称为西经,各由 0° 至 180° 。

通过地球中心且与地轴垂直的平面称为赤道面,赤道面与地球面的交线称为赤道。其它垂直于地轴的平面与地球表面的交线称为纬线。 P 点的纬度是过 P 点的铅垂线与赤道平面间的夹角(用 φ 表示)的度数。由于地球内部质量分布不均匀,因此铅垂线不一定通过地球中心。纬度由赤道向北称为北纬,向南称为南纬,各由 0° 至 90° 。地理坐标的经度 λ 和纬度 φ 可通过天文测量方法测定。知道了某点的经度和纬度,即可知道该点在地球上的地理位置。例如长沙某点的地理坐标为东经 $112^\circ 46' 13''$,北纬 $28^\circ 13' 21''$ 。

以上所述的经纬度,称为天文经、纬度,它是以过某点的铅垂线为依据,即是以大地水准面为依据的。若以地球椭圆体为依据,过某点的大地子午面与起始大地子午面所夹的二面角的度数,称为该点的大地经度,以 L 表示。过某点的法线和赤道平面的夹角的度数,称为该点的大地纬度,以 B 表示。大地经度和大地纬度称为大地坐标。地理坐标和大地坐标所依据的基准面不同,两者稍有差异,但差异很小,在一般的测量当中可不予考虑。

二、平面直角坐标

1. 高斯投影概念

测量工作是在椭球面上进行的。在椭球面上,点的位置以经纬度表示,而要测算地面点

的经纬度，其工作是很繁杂的。为了简化计算，如果在一定范围内，把球面当作平面看待，那么，在平面上处理测量数据，地面点的位置就可用平面直角坐标 x 、 y 表示。实际工作中，由各点的平面直角坐标 x 、 y 求算长度、夹角、面积等等也很方便。因此，测量上，通用的还是平面直角坐标。这样，就产生了一个将椭球面上的点位转换到平面上的问题。研究这个问题的学科，称为地图投影学。

我们知道，椭球面是一个曲面，在几何上称为不可展面。要将曲面展成平面，如同从桔子上剥下一块皮，硬要把它压平一样，想使它中间没有皱纹，或者四周无裂缝那是不可能的。这种现象称为投影变形。投影变形有长度变形、角度变形和面积变形三种。对于这些变形，任何投影方法都不能使它们全部消除，而只能使其中一种变为零，其余变形控制在一定的范围以内。控制相应变形的投影方法有等距离投影、等角度投影和等面积投影。对于测绘地形图来说，保持角度不变是很重要的，这是因为角度不变就意味着在小范围内的图形是相似的。这种角度保持不变的投影又称为正形投影。目前，我国采用高斯正形投影。它是由德国数学家高斯所建立，后经克吕格导出严密的投影公式加以补充的，故又称为高斯-克吕格投影，简称高斯投影。

高斯投影的概念可以简述如下。

设想有一个空心的横圆柱横切于椭球面上某一子午线 $NMHHS$ ，如图2-3所示。这条相切的子午线称为轴子午线或中央子午线。此时，柱体的中心轴 Z_1Z_2 位于赤道面内，并通过椭球体中心 O 。现把轴子午线附近的椭球面上的图形元素，先按等角条件投影到横椭圆柱面上，然后将该横椭圆柱面沿着过南、北极的母线 K_1K_2 、 L_1L_2 剪开、拉平，则椭球面上的经纬线网都转换为平面上的经纬线网了，如图2-4所示，称为横圆柱正形投影。展开后的投影区域是

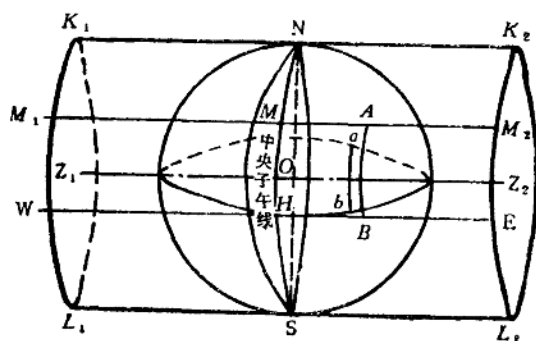


图2-3 横圆柱投影

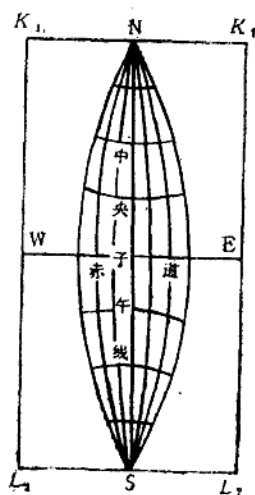


图2-4 高斯投影平面

一个以子午线为边界的带状长条，称为投影带，而该投影平面则称为高斯投影平面，简称高斯平面。

从图上可以看出，椭球面上的轴子午线投影到横椭圆柱面上后，其长度不变。离开了轴子午线的椭球面上的线段投影后，其长度就产生变形，而且离开轴子午线越远，其变形就越

大。例如，椭球面上平行于轴子午线的线段 ab ，投影到横椭圆柱面上为 AB ，它与 MH 等长，而且总是比椭球面上的线段长。

归纳起来，横圆柱正形投影有下列三条规律：

1) 轴子午线投影后为直线，其长度不变；其余子午线的投影均为凹向轴子午线的曲线，且以轴子午线为对称轴；离轴子午线越远，其长度变形越大。

2) 赤道投影后亦为直线。平行赤道的纬线，其投影均为凸向赤道的曲线，且以赤道为对称轴。

3) 经线和纬线在投影后，仍然保持互相正交的特点。

为了使长度和面积的变形满足测量的精度要求，根据上述第一条规律可知，投影带必须限制在轴子午线两侧的一定范围内。超出这个范围的部分，就投影到相邻的一个投影带中去。为此，可将椭球体在横椭圆柱内旋转一个角度，使相邻投影带的轴子午线与椭圆柱面相切，再进行投影。对于中、小比例尺测图，一般限制在轴子午线两侧各 3° ，即经差为 6° 的带状范围内，称为 6° 投影带，简称 6° 带。对于大比例尺测图及精度要求较高的工程测量，采用 3° 带甚至 1.5° 带。

6° 带从起始子午线开始，自西向东每隔 6° 为一带，将椭球面分成60个经差相等的投影带，依次用阿拉伯数字1~60进行编号，即东经 $0^\circ\sim 6^\circ$ 为第一带， $6^\circ\sim 12^\circ$ 为第2带，……，如图2-5所示。

3° 带是从东经 1.5° 开始，自西向东每隔 3° 为一带，将椭球面分成120个经差相等的投影带，依次用阿拉伯数字1~120进行编号，即东经 $1.5^\circ\sim 4.5^\circ$ 为第一带， $4.5^\circ\sim 7.5^\circ$ 为第二带，

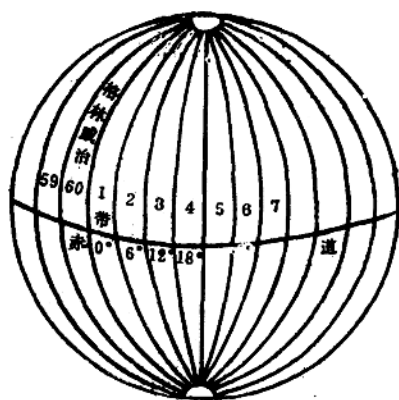


图2-5 高斯投影分带

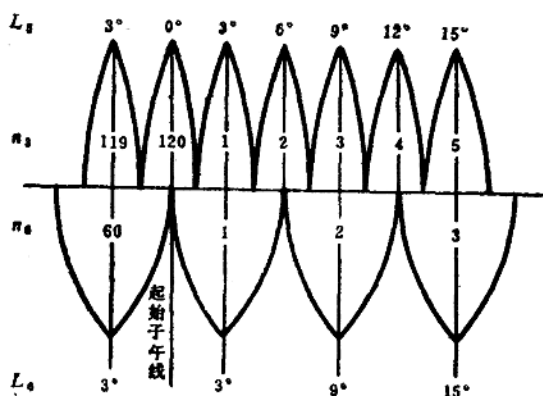


图2-6 3° 带与 6° 的关系

……。 3° 带与 6° 带的关系如图2-6所示。从图中可以看出， 3° 带的单数带之轴子午线与 6° 带的轴子午线重合，而 3° 带的双数带之轴子午线则与 6° 带的边界子午线重合。 3° 带、 6° 带的带号与其相应的轴子午线的经度有下列关系：

$$L_3 = 3^\circ n_3 \quad (2-1)$$

$$L_6 = 6^\circ n_6 - 3^\circ \quad (2-2)$$

式中 L_3 3° 带的轴子午线经度；

L_6 —— 6° 带的轴子午线经度；

n_3 ——3°带的带号；

n_6 ——6°带的带号。

我国境内6°带带号最西的一带为13，最东的一带为23，全国共11个6°带。

2. 平面直角坐标

投影后，在高斯平面上，轴子午线和赤道成为互相垂直的直线。取轴子午线为坐标纵轴，称为 x 轴；赤道为横轴，称为 y 轴；交点 O 为坐标原点。在投影带内，作轴子午线的平行线为坐标纵线，作赤道的平行线为坐标横线，从而构成一个平面直角坐标系，如图2-7所示。这个坐标系称为高斯-克吕格坐标系，简称高斯坐标系。

该坐标系的纵坐标自赤道向北为正，向南为负；横坐标自轴子午线向东为正，向西为负。我国领土位于北半球，纵坐标均为正值，横坐标有正有负。为了使横坐标也为正值起见，规定在6°带及3°带中，每带的轴子午线都给予+500公里的横坐标值，也就是将坐标原点西移500公里（如图2-7所示）。

由于高斯投影是按分带方法各自进行投影的，故每个6°带或3°带都有自己的坐标轴和原点，为了表明某组坐标的点属于哪一带，再在加了500公里后的横坐标值前加写带号。这种加了500公里和加写带号的坐标系，称为国家统一坐标系，其横坐标用 y 表示。因此，带内任一点横坐标的统一坐标值（或称坐标的通用值）为

$$y = \text{带号} (500 \text{公里} + Y) \quad (2-3)$$

式中 Y 为相对于轴子午线的横坐标值，称为横坐标的自然值。

（例2-1）在19带内有 A 、 B 两点，其横坐标的自然值分别为 $Y_A = 156703.54\text{m}$ ， $Y_B = -156703.54\text{m}$ ，试计算该两点横坐标的统一坐标值。

解 由式（2-3）可得

$$\begin{aligned} y_A &= 19 \text{带} (500000\text{m} + 156703.54\text{m}) \\ &= 19656703.54\text{m}; \\ y_B &= 19 \text{带} [500000\text{m} + (-156703.54\text{m})] \\ &= 19343296.46\text{m} \end{aligned}$$

（例2-2）已知 M 点位于轴子午线的西面37544.28米，其轴子午线的经度为东经114°，试求 M 点在3°带内横坐标的统一坐标值。

解 首先由公式（2-1）求出带号

$$n_3 = \frac{L_3}{3} = \frac{114^\circ}{3} = 38 \text{带}$$

故
$$\begin{aligned} y_M &= 38 \text{带} [500000\text{m} + (-37544.28\text{m})] \\ &= 38462455.72\text{m} \end{aligned}$$

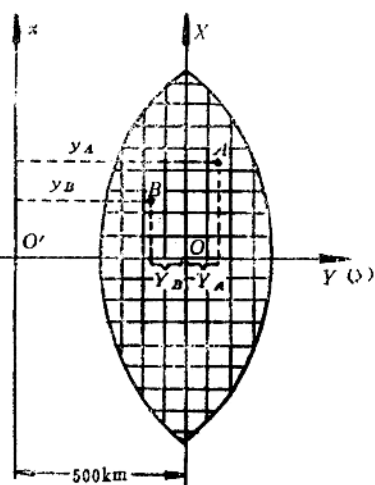


图2-7 高斯平面直角坐标系

由于我国境内6°带带号在13~23之间，而3°带带号则在24~45之间，没有重复带号，故根据某点的统一坐标值就可知道投影带是6°带还是3°带。

除了国家统一坐标系外，有时根据测量的实际需要，还可以采用任意直角坐标系，它的坐标轴和坐标原点是可以任意选取的。

在地形图上，我们可以看到图幅的西南角上写有“本图采用1954年北京坐标系”，所指

的就是国家统一平面直角坐标系；若是写有“××独立坐标系”，则所指的便是任意直角坐标系。

由上述可见，测量上使用的平面直角坐标与数学上的直角坐标是不同的。测量上的 x 轴、 y 轴及象限顺序正好与数学上的相反；而且，所有直线的方向都是从坐标纵轴北端起顺时针方向度量，经这样变换后，便可直接应用数学上的各个公式，不必作任何改变。

三、高程

为了确定地面点的高度位置，必须选定一个基准起算面，通常采用大地水准面。从地面上某点至大地水准面的铅垂距离称为该点的绝对高程，简称高程（或称海拔、标高）。两点之间的高程差，即通过两点水准面间的铅垂距离称为高差。如图2-8所示， H_A 、 H_B 分别为 A 、 B 两点的高程， h 为 A 、 B 两点之间的高差，则

$$h = H_A - H_B \quad (2-4)$$

为了统一全国高程系统，我国采用黄海平均海水面作为基准起算面。

在实际工作中，有时不用绝对高程而用假定高程。从地面上任一点至假定水准面的铅垂距离，称为假定高程，如图2-8中的 H'_A 、 H'_B 即为 A 、 B 两点的假定高程。利用假定高程同样可以计算两点之间的真正高差：

$$h = H'_A - H'_B$$

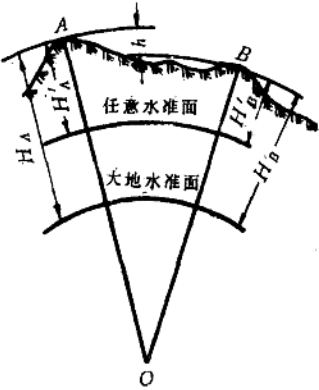


图2-8 地面点的高程

第三节 用水平面代替水准面的限度

与水准面相切并在切点处与铅垂线正交的平面称为水平面。测量工作是在地球表面上进行的，而地形图却是绘在平面的图纸上。如果按第二章第一节所述理由，把椭圆体面和大地水准面近似地看成圆球面，先把地面点的空间位置投影到圆球面上，然后再将这些点在圆球面上的投影描绘到平面图纸上，其计算和绘图的工作都很复杂。如果在一定范围内，可以把水准面看成为水平面，而把地面点的测量结果直接绘到平面上，在不影响用图精度要求的情况下，将给工作带来很大方便，故有必要讨论用水平面代替水准面的限度，即地球曲率对水平角、水平距离和高差的影响。

一、地球曲率对水平角度的影响

当把地球看成圆球时，按照球面三角学定理，球面三角形内角之和 Q 不等于 180° ，而是

$$Q = 180^\circ + e''$$

式中 e'' 称为球面角超。由球面三角公式知

$$e'' = \frac{A}{R^2} \times 206265'' \quad (2-5)$$

式中 A 球面三角形面积；

R 地球平均半径。

由此可知，球面角超的大小与球面三角形的面积成正比。应用公式(2-5)，代入具体数字计算，有

$$A=10\text{km}^2 \quad \varepsilon''=0.05''$$

$$A=50\text{km}^2 \quad \varepsilon''=0.25''$$

$$A=100\text{km}^2 \quad \varepsilon''=0.51''$$

计算结果表明，当三角形面积小于 100km^2 时，一般的测量工作可不必考虑地球曲率对水平角度的影响。

二、地球曲率对水平距离的影响

如图2-9， A 、 B 、 C 、是地面点，它们在大地球水准面上的投影是 a 、 b 、 c ，在过 b 点的水平面上的投影是 a' 、 b 、 c' 。设 B 、 C 两点在大地球水准面上的距离为 s ，在水平面上的距离为 s' ，它们之间的差值 Δs 就是地球曲率对距离的影响，即

$$\Delta s = s' - s = R(\text{tg}\theta - \theta)$$

将 $\text{tg}\theta$ 展开为级数，有

$$\text{tg}\theta = \theta + \frac{1}{3}\theta^3 + \frac{2}{15}\theta^5 + \dots$$

因 θ 角一般很小，只取前面两项代入上式，得

$$\Delta s = R \left\{ \left(\theta + \frac{1}{3}\theta^3 \right) - \theta \right\} = \frac{R\theta^3}{3}$$

已知 $\theta = \frac{s}{R}$ ，则上式可写成

$$\Delta s = \frac{s^3}{3R^2} \quad (2-6)$$

或

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{s^2}{3R^2} \quad (2-7)$$

取 $R=6371\text{km}$ ，则

$$\text{当 } s=10\text{km} \text{ 时 } \Delta s = 0.82\text{cm} \quad \frac{\Delta s}{s} = \frac{1}{1200000}$$

$$\text{当 } s=25\text{km} \text{ 时 } \Delta s = 12.83\text{cm} \quad \frac{\Delta s}{s} = \frac{1}{200000}$$

$$\text{当 } s=100\text{km} \text{ 时 } \Delta s = 821\text{cm} \quad \frac{\Delta s}{s} = \frac{1}{12000}$$

现代最精密丈量距离的容许误差为其长度的 $1/1000000$ ，因此，在半径为10 公里的范围内，可以用水平面上的距离来代替水准面上的距离。

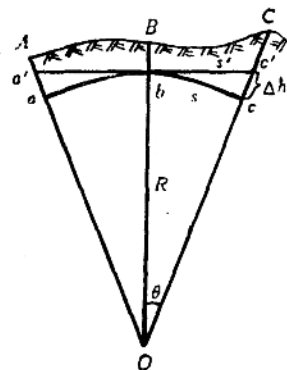


图2-9 地球曲率对水平距离和高差的影响

三、地球曲率对高差的影响

从图2-9可看出,地面点C的高程为 Cc ,用水平面代替水准面后,C点的高程为 Cc' ,它们之间的差值 Δh 就是地球曲率对高程的影响,由图得

$$\Delta h = Cc - Cc' = c'O - cO = R(\sec\theta - 1)$$

将 $\sec$ 展开为级数,即

$$\sec\theta = 1 + \frac{1}{2}\theta^2 + \frac{5}{24}\theta^4 + \dots$$

取其前两项代入上式并顾及 $\theta = \frac{s}{R}$,得

$$\Delta h = R \left(1 + \frac{\theta^2}{2} - 1 \right) = \frac{s^2}{2R} \quad (2-8)$$

以不同距离代入公式(2-8),则

$$\text{当 } s=100\text{m时} \quad \Delta h=0.78\text{mm}$$

$$\text{当 } s=1000\text{m时} \quad \Delta h=78\text{mm}$$

$$\text{当 } s=10\text{km时} \quad \Delta h=7.8\text{m}$$

结果表明,在高程测量中,即使距离不长,也应考虑地球曲率的影响。

第四节 比例尺

为了使用方便,地面上各种地物均按一定倍数缩小在图纸上,这种缩小的程度,反映了两者的比例关系。因此,图纸上线段长度 s' 与地面上相应线段水平投影长度 s 之比,称为比例尺。

比例尺可分为数字比例尺、三棱比例尺和图示比例尺等几种。

一、数学比例尺

比例尺通常用分子为1的分数表示,称为数字比例尺,即

$$\frac{s'}{s} = \frac{1}{M} = \frac{1}{M} \quad (2-9)$$

式中 M 比例尺分母,即缩小的倍数。

数字比例尺有时亦用 $1:M$ 表示。比例尺的大小,视分数值的大小而定。分数值越大(即分母越小),则比例尺越大;分数值越小(即分母越大),则比例尺越小。

已知某一图的比例尺,就可根据实地长度求其相应的图上长度;反之,也可根据图上已知长度求其相应的实地长度。

二、三棱比例尺

在实际测绘中,应用数字比例尺需要经常换算,不太方便。为了减少这种换算的麻烦,

可以应用如图2-10所示的三棱比例尺（简称三棱尺）。该尺有六种比例尺，常见的有： $1:500$ 、 $1:1000$ 、 $1:1500$ 、 $1:2000$ 、 $1:2500$ 、 $1:3000$ 。尺上注记均为实地之长

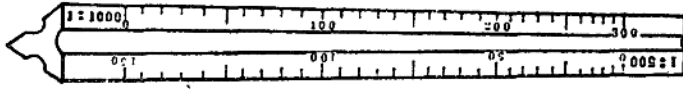


图 2-10 三棱比例尺

度。如果遇到测图比例尺超出三棱尺的范围，还可在原尺上灵活运用。例如，当测图比例尺为 $1:200$ 时，可以用 $1:2000$ 的刻度，只要在注记上减去一个“0”；若测图比例尺为 $1:5000$ 时，则可用 $1:500$ 的刻度，而在其注记上加一个“0”即可。

三、图示比例尺

由于图纸不可避免的会有些伸缩，所以采用三棱尺等现成的比例尺在图上量测距离时，往往得不到准确的结果。为此，通常都在绘制地形图的同时，也在图纸上精确地绘一个比例尺，称为图示比例尺。该图示比例尺也随图纸一同伸缩，因而用它在同一幅图上量测距离时就可以基本上消除因图纸伸缩而带来的量测误差。图示比例尺分为直线比例尺和斜线比例尺两种形式。

1. 直线比例尺

绘直线比例尺时，首先在图纸上绘一直线，把它分成若干相等的线段，称为比例尺的基本单位，如图2-11所示。基本单位长度的选取，是以换算为实地距离后应是一个应用方便的整数为原则。如对于 $1:1000$ 比例尺可取 1cm 为基本单位，对于 $1:5000$ 比例尺可取 2cm 为基

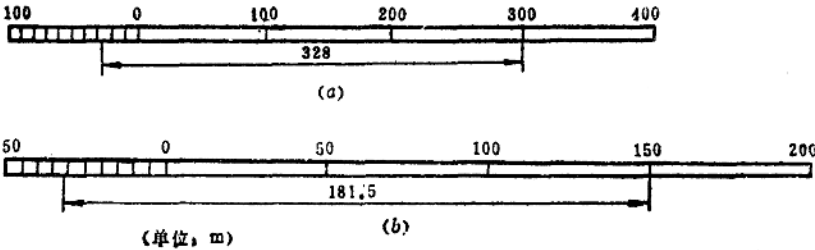


图2-11 直线比例尺

(a) $1:5000$ 比例尺举例： (b) $1:2000$ 比例尺举例

本单位，前者相当于实地 10m ，后者相当于 100m 。前者也可取 2cm 为基本单位，则相当于实地 20m 。

然后把左面第一个基本单位分为 10 等分，在第一个基本单位右端分划上注以“0”字，并在其它单位分划线上注出相应比例尺的实地长度。如图2-11(a)为 $1:5000$ 的直线比例尺，其基本单位（ 2cm ）相当于实地 100m ；图2-11(b)为 $1:2000$ 的直线比例尺，其基本单位（取 2.5cm ）相当于实地 50m 。

应用直线比例尺时，张开两脚规对准图上的两点，然后将其移至直线比例尺上，使其一