

名师精编教辅书 考场竞技掌中宝

# 专题突破

四所师大与中学名校联手打造

## 初中数学 代数式与不等式

徐 润 冯晓华 编著

立足专题 分层讲练  
以法统题 以题说法  
突出思维 注重综合



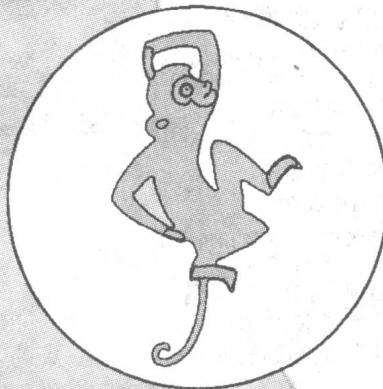
金盾出版社  
JINDUN CHUBANSHE

# 专题突破

初中数学

## 代数式与不等式

徐 润 冯晓华 编著



金盾出版社

## **图书在版编目(CIP)数据**

专题突破丛书·初中数学代数式与不等式/徐润,冯晓华编著.一北京:金盾出版社,2003.6

ISBN 7-5082-2601-1

I. 专… II. ①徐…②冯… III. 代数课-初中-教学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 051572 号

### **金盾出版社出版、总发行**

北京太平路 5 号(地铁万寿路站往南)

邮政编码:100036 电话:68214039 66882412

传真:68276683 电挂:0234

封面印刷:北京 2207 工厂

正文印刷:北京金盾印刷厂

各地新华书店经销

开本:850×1168 1/32 印张:7.5 字数:246 千字

2004 年 4 月第 1 版第 2 次印刷

印数:25001—27000 册 定价:8.50 元

---

(凡购买金盾出版社的图书,如有缺页、  
倒页、脱页者,本社发行部负责调换)

## 序　　言

近年来，我国基础教育改革的步伐和素质教育进程明显加快，中学教材出现了“一纲多本”、“一标多本”的多元化格局。为了更好地适应这种不断改革发展的新形势，我们集多位教育专家、出版专家的聪明智慧，精心构思、设计了这套《专题突破》系列丛书的选题及编写框架。金盾出版社文化教育编辑室组织山东师范大学、天津师范大学、安徽师范大学、曲阜师范大学四所很有影响的大学，联合数所知名度很高的中学，一起编著了这套系列丛书。

提起“专题”，早在上世纪 50 年代我国就出版过这种形式的教学辅导用书。这些小册子当时深受中学师生的喜爱。“专题”论述灵活、深入，并具有一定的长效性。这些图书的出版，对我国人才的培养和成长起到了十分积极的作用。

“专题”之所以深受欢迎，其主要原因是：一、针对性强，可由专题讲练有效地实现知识和能力的升华和突破；二、内容讲述的空间大，并且很少受教材变动的影响；三、读者可以根据自己的需要，灵活购买、阅读某些分册。

这套系列丛书的鲜明特色和深度魅力，主要体现在以下四个方面：

**层次分明，讲练结合。**按“专题”的知识板块，分多种层次，高效地进行讲与练，并搭建起读者探究的阶梯。

**突出重点，注重方法。**突出重点、难点与中高考热点，注重思维方法，努力构建知识体系和方法体系。注重启发，发掘潜能，教学互动。

**深化主题，提高能力。**精析、深化主题，注重难点、疑点、重点、易错点综合分析，对其相关内容适度涉猎，以便快速、有效地提高学生分析、解决实际问题的能力。



**理念新颖，面向备考。**锁定中考、高考，将素质教育与应试备考紧密结合，汲取近年来中、高考考题的精华，分析、跟踪、把握考题设计趋向，使学生及时参考，即学即会，成功迈进重点学校。

全套丛书每册内容分为三篇。第一篇“基础知能”是基础篇，对专题内容进行重点讲解和训练。突出重点，突破难点，消除疑点，矫正误点。第二篇“思维方法”是提高篇，以法统题，以题说法，从思维方法的角度精心设计和解析典型例题，使学生领略到思维方法是整个方法体系的核心，是从知识上升到能力的阶梯。第三篇“综合应用”是综合篇，按“热点”讲练，注重过程和方法，脉络清晰，条分缕析，非常便于读者提高综合应用能力。

鉴于《专题突破》系列的册数较多，我们拟分两批出版。第一批先推出初、高中的数学、物理、化学三科的各分册；第二批再推出初、高中的语文、英语等学科的各分册。

本册的编著者还有宋翠华、宋丙立、胡凤丁、温玉珍、范新民、王先旺等。

我们深信，这套系列丛书很好地体现了最新教改精神和新课标要求，具有很强的生命力，一定会成为广大中学师生的良师益友。

我们还衷心希望，各位老师和中学生朋友们在阅读、使用这套系列丛书时提出宝贵的修改意见，以便修订再版时改正，使其不断臻于完善。

《专题突破》丛书总策划 卢祥之 方 明

# 目 录

## 第一篇 基础知能

<b>一、代数式</b> .....	(1)
重点·难点与中考热点 .....	(1)
知识点精析与应用拓展 .....	(2)
典型题解析与释疑解惑 .....	(3)
基础知能测试与答案提示 .....	(6)
<b>二、整式</b> .....	(12)
1. 整式 整式的加减 .....	(12)
重点·难点与中考热点 .....	(12)
知识点精析与应用拓展 .....	(13)
典型题解析与释疑解惑 .....	(15)
基础知能测试与答案提示 .....	(23)
2. 整式的乘法 .....	(27)
重点·难点与中考热点 .....	(27)
知识点精析与应用拓展 .....	(28)
典型题解析与释疑解惑 .....	(33)
基础知能测试与答案提示 .....	(45)
3. 整式的除法 .....	(48)
重点·难点与中考热点 .....	(48)
知识点精析与应用拓展 .....	(48)
典型题解析与释疑解惑 .....	(50)
基础知能测试与答案提示 .....	(54)
<b>三、因式分解</b> .....	(56)
1. 提公因式法 .....	(56)
重点·难点与中考热点 .....	(56)
知识点精析与应用拓展 .....	(56)
典型题解析与释疑解惑 .....	(57)

基础知能测试与答案提示	(58)
<b>2. 运用公式法</b>	(60)
重点·难点与中考热点	(60)
知识点精析与应用拓展	(60)
典型题解析与释疑解惑	(61)
基础知能测试与答案提示	(63)
<b>3. 分组分解法</b>	(65)
重点·难点与中考热点	(65)
知识点精析与应用拓展	(65)
典型题解析与释疑解惑	(66)
基础知能测试与答案提示	(68)
<b>四、分式</b>	(70)
<b>1. 分式、分式的基本性质</b>	(70)
重点·难点与中考热点	(70)
知识点精析与应用拓展	(70)
典型题解析与释疑解惑	(71)
基础知能测试与答案提示	(73)
<b>2. 分式的乘除法</b>	(75)
重点·难点与中考热点	(75)
知识点精析与应用拓展	(76)
典型题解析与释疑解惑	(76)
基础知能测试与答案提示	(78)
<b>3. 分式的加减法</b>	(80)
重点·难点与中考热点	(80)
知识点精析与应用拓展	(81)
典型题解析与释疑解惑	(81)
基础知能测试与答案提示	(84)
<b>五、二次根式</b>	(87)
<b>1. 二次根式及其性质</b>	(87)
重点·难点与中考热点	(87)
知识点精析与应用拓展	(87)
典型题解析与释疑解惑	(88)

## 目 录

基础知能测试与答案提示	(89)
<b>2. 二次根式的乘除</b>	(92)
重点·难点与中考热点	(92)
知识点精析与应用拓展	(92)
典型题解析与释疑解惑	(93)
基础知能测试与答案提示	(96)
<b>3. 二次根式的加减法及混合运算</b>	(99)
重点·难点与中考热点	(99)
知识点精析与应用拓展	(99)
典型题解析与释疑解惑	(100)
基础知能测试与答案提示	(102)
<b>4. 二次根式 <math>\sqrt{a^2}</math> 的化简</b>	(105)
重点·难点与中考热点	(105)
知识点精析与应用拓展	(105)
典型题解析与释疑解惑	(106)
基础知能测试与答案提示	(108)
<b>六、一元一次不等式和一元一次不等式组</b>	(111)
<b>1. 不等式、不等式的基本性质</b>	(111)
重点·难点与中考热点	(111)
知识点精析与应用拓展	(111)
典型题解析与释疑解惑	(113)
基础知能测试与答案提示	(115)
<b>2. 一元一次不等式和它的解法</b>	(116)
重点·难点与中考热点	(116)
知识点精析与应用拓展	(117)
典型题解析与释疑解惑	(118)
基础知能测试与答案提示	(121)
<b>3. 一元一次不等式组和它的解法</b>	(123)
重点·难点与中考热点	(123)
知识点精析与应用拓展	(124)
典型题解析与释疑解惑	(125)
基础知能测试与答案提示	(128)

## 第二篇 思维方法

<b>一、整体思维方法</b>	(130)
方法点击与重要应用	(130)
范例精析与思维技巧	(130)
思维能力测试与答案提示	(136)
<b>二、换元法</b>	(138)
方法点击与重要应用	(138)
范例精析与思维技巧	(138)
思维能力测试与答案提示	(142)
<b>三、数形结合思想</b>	(144)
方法点击与重要应用	(144)
范例精析与思维技巧	(144)
思维能力测试与答案提示	(147)
<b>四、分类讨论思想</b>	(150)
方法点击与重要应用	(150)
范例精析与思维技巧	(150)
思维能力测试与答案提示	(154)
<b>五、化归思想</b>	(156)
方法点击与重要应用	(156)
范例精析与思维技巧	(156)
思维能力测试与答案提示	(160)
<b>六、因式分解法</b>	(162)
方法点击与重要应用	(162)
范例精析与思维技巧	(162)
思维能力测试与答案提示	(165)
<b>七、拆项、添项法</b>	(167)
方法点击与重要应用	(167)
范例精析与思维技巧	(167)
思维能力测试与答案提示	(170)
<b>八、参数法</b>	(172)

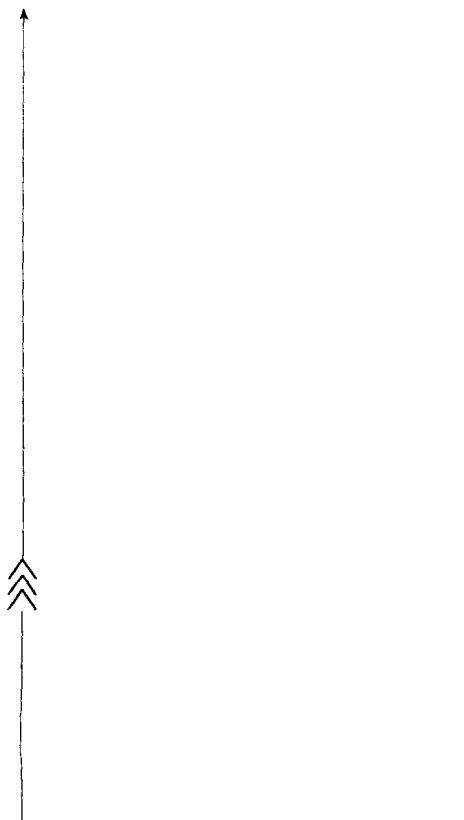


方法点击与重要应用 .....	(172)
范例精析与思维技巧 .....	(172)
思维能力测试与答案提示 .....	(175)
<b>九、配方法 .....</b>	<b>(178)</b>
方法点击与重要应用 .....	(178)
范例精析与思维技巧 .....	(178)
思维能力测试与答案提示 .....	(180)
<b>十、待定系数法 .....</b>	<b>(182)</b>
方法点击与重要应用 .....	(182)
范例精析与思维技巧 .....	(182)
思维能力测试与答案提示 .....	(185)

### 第三篇 综合应用

<b>热点专题 1 代数初步知识应用 .....</b>	<b>(188)</b>
热点提要与知识背景 .....	(188)
范例解析与思维发散 .....	(188)
综合知能测试与答案提示 .....	(193)
<b>热点专题 2 整式及其运算的应用 .....</b>	<b>(196)</b>
热点提要与知识背景 .....	(196)
范例解析与思维发散 .....	(196)
综合知能测试与答案提示 .....	(201)
<b>热点专题 3 因式分解的应用 .....</b>	<b>(204)</b>
热点提要与知识背景 .....	(204)
范例解析与思维发散 .....	(204)
综合知能测试与答案提示 .....	(207)
<b>热点专题 4 分式的应用 .....</b>	<b>(209)</b>
热点提要与知识背景 .....	(209)
范例解析与思维发散 .....	(209)
综合知能测试与答案提示 .....	(216)
<b>热点专题 5 不等式的应用 .....</b>	<b>(219)</b>

热点提要与知识背景 .....	(219)
范例解析与思维发散 .....	(219)
综合知能测试与答案提示 .....	(226)



# 第一篇 基础知能

## 一、代数式

本章知识包括列代数式、求代数式的值及几个基本公式。通过这些知识的学习，初步了解与代数式有关的概念、计算和推理。其中列代数式是把语言所表达的数量关系用数学式子表示出来，是一个抽象的过程，求代数式的值则是一个由抽象到具体的过程，通过公式的学习，会用公式来解决简单的实际问题。

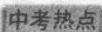
### 重点·难点与中考热点



1. 掌握用字母表示数的意义，知道用字母表示数是代数的基本特征。
2. 列代数式，熟悉语言表达和符号表达的相互转化。列代数式的实质就是将语句里所蕴含的数量关系用数学语言（即代数式）来表达。首先要理解语句中各种数量的意义及相关关系，用适当的字母表示各种数量，然后将字母及数用适当的运算符号连接起来，从而把相应的数量关系表示出来。
3. 会对常用公式进行合理变形，能够使用公式来解决一些简单的实际问题。



列代数式。这里需要正确分析数量关系，形成由语言叙述到列代数式的抽象思维能力，这是学好本节知识的关键。突破的关键是弄清基本数量关系的语言叙述与代数式表示之间的关系。列代数式时要注意题中的“大”、“小”、“倍”、“倒数”等与代数式中的加、减、乘、除的运算之间的关系；同时也要注意运算顺序。



本节考点是：①代数式的规范书写、说明具体代数式的意义、用字母表示简单的数量关系，考题以客观题为主。②列代数式，求代数式的值，公式的简单



应用等,考题以解答题为主.

## 知识点精析与应用拓展

### 知识点精析

#### 1. 字母表示数的意义

用字母表示数具有抽象性与概括性,渗透了抽象与概括的思维.字母可以简捷地揭示事物规律及其本质特征.如用字母表示运算律,用字母表示公式,用字母表示未知数等.用字母表示数是代数的基本特征.

#### 2. 代数式

用基本的运算符号(包括加、减、乘、除以及以后要学的乘方、开方等)把数和表示数的字母连接起来的式子叫做代数式.单独的一个数或一个字母也是代数式.

#### 3. 说出代数式的意义

说出代数式的意义,具体的说法没有统一规定,所以每个代数式的意义的说法不惟一,但应以简明而又不致引起误会为出发点,见例 2.

#### 4. 如何正确书写代数式

(1)在代数式中字母与字母相乘时,乘号通常写成“·”或省略不写,如  $a \times b$  应写成  $ab$  或  $a \cdot b$ ;若是相同字母相乘,可以写成幂的形式,如  $a \cdot a = a^2$ .

(2)数字与字母相乘时,数字在前,字母在后.如  $x \times 5$  应写成  $5x$ .带分数与字母相乘时,把带分数化成假分数,字母写在分子位置,与分子相乘,如  $5\frac{3}{4} \cdot x$  应写成  $\frac{23}{4}x$  或  $\frac{23x}{4}$ .

(3)数字与数字相乘时,乘号不能省略.

(4)在代数式中出现除法运算时,应写成分数形式,如  $3 \div (x - y)$  应写成  $\frac{3}{x - y}$ .

#### 5. 列代数式

列代数式的实质就是将语句里所蕴含的数量关系用数学语言(即代数式)来表达.

#### 6. 列代数式应注意的问题

(1)在同一问题中,不同的对象要用不同的字母来表示.

(2)理解关键词语的意义,如和、差、积、商、大、小、多、少、倍、几分之几、倒

数、平方、立方、增加了、增加到等词语的意义以及它们之间的数量关系.

(3)要注意代数式的实际意义,以及最后单位的书写.

(4)关键要分清题目中数量关系的运算层次和运算顺序,必要时会正确地添加括号.

### 7. 代数式的值

用数值代替代数式里的字母,按照代数式指明的运算计算出来的结果叫做代数式的值.代数式的值由其字母的取值所决定,当字母取不同的值时,代数式的值不一定不同.

### 8. 求代数式的值的方法

(1)先代入,用数值代替代数式里的字母.

(2)再计算,按照代数式指明的运算计算出结果.

必要时,可先化简代数式,再进行上述两个步骤.

### 9. 公式与代数式的关系

公式是被大众公认的基本数量关系式.公式不是代数式,公式中含有等号,而代数式中不含等号,但公式的左右两边都是代数式.

## 应用拓展

通过代数式的学习,学会用字母代替数,揭示更普遍更一般的规律;能够建立基本数量关系的语言表达与代数式表达之间的互化关系;正确分析数量关系,形成由语言叙述到列代数式的抽象思维能力;能由实际问题中数量关系的变化规律归纳总结出一些新的一般性公式.

## 典型题解析与释疑解惑

**例 1 判断下列各式哪些是代数式,哪些不是代数式.**

$$(1) a^2 + ab + b^2; (2) S = \pi R^2; (3) \frac{3}{4}; (4) a^2 - b^2 \geq 2; (5) \frac{x+y}{2x-y}; (6) m.$$

**思路分析** 判断一个式子是否是代数式,就是根据代数式的定义,看它是否含有数字、字母、运算符号、表示运算顺序的括号等.

**解** (1)、(3)、(5)、(6)是代数式,(2)、(4)不是代数式.

**【释疑解惑】** 由于等号("=")、不等号(">"、"<"、" $\neq$ ")不是运算符号,所以含有等号或不等号的式子不是代数式.如(2)、(4),因含等号与不等号,所以不是代数式.

**例 2** 说出下列代数式的意义:

$$(1) 2(m-n); (2) 2m-n; (3) \frac{c}{ab}; (4) a-\frac{c}{b}; (5) x^2-y^2; (6) (x-y)^2.$$

**思路分析** 用语言表达一个具体的代数式的意义时,首先要弄清楚这个代数式中有哪些运算,然后明确这些代数式运算的先后顺序如何,叙述中最后的运算要在式子中最后体现出来.

解 (1)  $2(m-n)$  的意义是  $m$  与  $n$  的差的 2 倍.

(2)  $2m-n$  的意义是  $m$  的 2 倍与  $n$  的差.

(3)  $\frac{c}{ab}$  的意义是  $c$  除以  $ab$  的商或  $c$  比  $ab$ .

(4)  $a-\frac{c}{b}$  的意义是  $a$  减去  $\frac{c}{b}$  的差.

(5)  $x^2-y^2$  的意义是  $x$  与  $y$  的平方差.

(6)  $(x-y)^2$  的意义是  $x$  与  $y$  的差的平方.

**释疑解惑** (5)、(6)注意运算的先后顺序:(5)是先对  $x$ 、 $y$  平方再作差;(6)是先对  $x$ 、 $y$  作差再求差的平方.式子中最后的运算步骤要放在语句的最后.

**例 3** 设甲数为  $a$ ,乙数为  $b$ ,用代数式表示

(1) 甲、乙两数的平方和;

(2) 甲、乙两数的和的平方;

(3) 甲、乙两数的差与甲、乙两数的平方差的商;

(4) 甲、乙两数的倒数和的 2 倍与乙数的立方的和.

**思路分析** 据列代数式应注意的问题将语句里所蕴含的数量关系用数学语言(即代数式)表达出来.

$$\text{解 } (1) a^2 + b^2; (2) (a+b)^2; (3) \frac{a-b}{a^2 - b^2}; (4) 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + b^3$$

**释疑解惑** 在(1)、(2)两题中要正确理解“平方和”与“和的平方”所指的运算顺序,前者为先“平方”再求“和”,后者是先求“和”再求“平方”.类似地有“平方差”、“差的平方”、“立方和(或差)”、“和(或差)的立方”等.对于语言叙述较为复杂的题目,如(3),(4),只要注意抓住“的”的分层分析,且掌握“先读先写”的方法即可.

**例 4** 用代数式表示:

(1) 一个两位数,个位数为  $a$ ,十位数比  $a$  的 2 倍多 1;

## 第一篇 基础知能

(2) 被 7 除商  $n$  余 3 的数.思路分析

① 据多位数的结构特点, 一个多位数 = 个位数字  $\times 1 +$  十位数  $\times 10 +$  百位数  $\times 100 +$  千位数  $\times 1000 + \dots$

② 运用“被除数 = 商  $\times$  除数 + 余数”即可求解第 2 题.

解 (1)  $a + 10(2a + 1)$ ; (2)  $7n + 3$ .

**释疑解惑** 对于(1), 个位数为  $a$ , 十位数比  $a$  的 2 倍多 1, 所以十位上的数是  $2a + 1$ , 又由位数的特点, 得十位数为  $10(2a + 1)$ ; 再由位数特点, 得到所述两位数的代数表示.

**例 5** 求代数式的值

(1) 当  $a = \frac{1}{3}$  时, 求  $a^2 + 3a - \frac{1}{9}$  的值;

(2) 当  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{1}{3}$ ,  $c = \frac{1}{4}$  时, 求  $a^2 + b^2 + bc$  的值;

(3) 已知  $x + 2y = 3$ , 求  $3x + 6y - 8$  的值.

思路分析

据求代数式的值应注意的问题求值.

① 代数式的相同字母只能用一个给定的值去代替.

② 代入时其他的运算符号及原来的数字都不能改变.

③ 代数式中原来省略的乘号代入数字出现数字与数字相乘时, 必须添上乘号.

④ 一些数值(如分数)在代入后应加上括号, 如当  $a = \frac{2}{3}$  时,  $a^2$  应写作  $\left(\frac{2}{3}\right)^2$  而不能写作  $\frac{2^2}{3}$ .

⑤ 要严格按照格式书写求值过程, 求代数式值的书写格式, 要写明“当……时”, 表示这个代数式的值是在这种情况下求得的.

解 (1) 当  $a = \frac{1}{3}$  时,

$$a^2 + 3a - \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3 \times \frac{1}{3} - \frac{1}{9} = \frac{1}{9} + 1 - \frac{1}{9} = 1$$

(2) 当  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = \frac{1}{3}$ ,  $c = \frac{1}{4}$  时,

$$a^2 + b^2 + bc = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$



突破

## 代数式与不等式

(3) 当  $x + 2y = 3$  时,

$$3x + 6y - 8 = 3(x + 2y) - 8 = 3 \times 3 - 8 = 9 - 8 = 1$$

**释疑解惑** (3) 无法求出  $x$ 、 $y$  具体的值, 考虑将所求适当变形后, 可以把已知整体代入. 这是一种整题思维的方法, 在解决问题时会常常用到.

**例 6** 某商店进了一批货, 出售时要在进价的基础上加上一定的利润, 数量  $x$  与售价  $C$  之间的关系如下表

数量 $x$ (千克)	售价 $C$ (元)
1	$2 + 0.3 + 0.08$
2	$4 + 0.6 + 0.08$
3	$6 + 0.9 + 0.08$
4	$8 + 1.2 + 0.08$

(1) 写出用数量  $x$  表示售价  $C$  的公式;

(2) 计算 2.4 千克的售价.

**思路分析** 根据公式求值, 一般应先推导出要求的公式, 再将给定字母的值代入公式求出所要求的值.

**解** (1)  $C = (2 + 0.3)x + 0.08 = 2.3x + 0.08$ ;

(2) 当  $x = 2.4$  时,  $C = 2.3 \times 2.4 + 0.08 = 5.60$  (元).

**答** 数量  $x$  表示售价  $C$  的公式为  $C = 2.3x + 0.08$ , 出售 2.4 千克货物时, 售价为 5.60 元.

**释疑解惑** 在推导公式过程中, 一定要认真思考, 全面分析, 在观察中要注意到哪些量在变, 哪些量不变, 正确寻找出其中的规律, 尤其是寻找单位对应的数量. 本题售价栏中的数是三部分的和, 其中第一、第二部分随着数量  $x$  的变化而变化, 而第三部分是一个常量 0.08, 且有

$$\frac{2+0.3}{1} = \frac{4+0.6}{2} = \frac{6+0.9}{3} = \dots = \frac{2+0.3}{1} = 2.3$$

## 基础知能测试与答案提示

## 一、填空题

1. 每个球重  $m$  克, 10 个球重量是 \_\_\_\_\_ 克.