

与“华东师大版”新教材同步

主 编：董德松

黄冈

7 年 级 下

数 学

黄冈重点中学高级教师 陈志良

1 + 1

包家出版社

黄冈1+1

七年级数学(下)

丛 书 主 编 董德松

丛书执行主编 王清明

本 册 主 编 陈志良

编 者 陈志良 齐志斌

江喜元 王 锦

气象出版社

· 图书在版编目(CIP)数据

黄冈1+1系列. 七年级数学. 下:华东师大版/陈志良主编. —北京:气象出版社, 2004. 11

ISBN 7-5029-3850-8

I. 黄… II. 陈… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第118893号

气象出版社出版

(北京市中关村南大街46号 邮编:100081)

总编室:010-68407112 发行部:010-62175925

网址:<http://cmp.cma.gov.cn> E-mail:qxcs@263.net

责任编辑:丁问徽 吴晓鹏 终审:张斌

封面设计:李黎 责任技编:郝平 责任校对:王丽梅

*

北京智力达印刷有限公司印刷

气象出版社发行 全国各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16 印张:12.5 字数:286千字

2004年12月第一版 2004年12月第一次印刷

全套定价:17.00元

本册定价:10.00元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等,请与本社发行部联系调换。

前言

黄冈名师荟萃

黄冈是“高考状元之乡”，也是教育部“新课标教改教学试验区”。该套丛书汇集了黄冈“新课标试验区”重点中学的教学经验，全部由黄冈重点中学重点班或实验班的一线骨干高级教师亲自策划，精心创意编写而成，是黄冈地区初中部的“名师荟萃”。

新课标教材同步

本丛书以教育部“义务教育最新课程标准”为依据，紧密配合人教版、北师大版、华东师大版、苏教版的“新课标实验教科书”的最新教材，以课本的单元(课)章(节)为单位内容编写的完全同步辅导书和检测试卷。

理念新、体裁新、题型新

本套丛书自始至终突出了一个新字，突出了新的形势下新的教育理念，打破陈旧的教学和学习方式，突出了人文知识性、探究开放性、创新拓展性和学习主动性，培养学生积极良好的情感和与时俱进的价值观。栏目设置新颖有创意，能引导学生探究性地学习，启迪思维，激发兴趣，举一反三，融会贯通。所有训练测试题都是老师新创或新改编的题型，材料鲜活、典型规范，并配有标准答案和精确的解析点拨。

本书的内容特点：

1+1模式。《黄冈1+1》是出自于黄冈市重点中学高级教师之杰作，1+1模式即一书一卷模式，是黄冈市练与考互动的教学模式。学生可通过该“辅导书”的学与练和“单元测试卷”的练与考，使知识、概念、方法、技能全面系统地得到明显的提高。

完全解读。丛书是以重、难点为切入点和完全解读为特征的新型同步教辅。编者紧紧抓住重点、难点、考点、疑点、易混易错点这五个方面进行完全解读与点拨，使学生的知识能力的形成落到实处，达到巩固基础、强化重点、突破难点的目的。

能力命题。丛书的指导思想是以能力立意命题，做到内容创新，选材创新，题型创新。命题依据教材，注重基础；同时结合中考的要求，命题源于教材又高于教材，启发学生用所学过的基本概念、原理和规律去分析、解决新问题，在应试中取得最理想的成绩。

三级测评。三级题即基础提高题、综合能力题、挑战高分题。这三级试题是编者针对中、良、优三个学习成绩等级的学生精心设计的试题，也是1+1+1等于优等生的训练试题。题型新颖、设问科学、解题巧妙。分级测评可有效地考查每个学生的学习效果，学生通过检测能尽快地查漏补缺，提高其综合能力和应试能力。

我们相信这套丛书必将以它超前的理念、一流的作者、实用的体例，赢得广大学生、家长和老师的欢迎。

编者

2004.11



栏目导读



探究·观察·阅读·体味

注重培养学生的发现、观察或猜想,以及知识形成过程的探究精神;注重对学生获取新知识的能力、分析和解决问题的能力、学习方法的掌握、情感态度与价值观的培养。

[探究答案]为引导学生正确观察、合理猜想、归纳出正确结论提供参考。



解读·重点·难点·疑点

浓缩知识精华,解读重点、难点、疑点、易混易错点、考点,帮助学生开拓思路,走出解题误区,使知能的形成落到实处,从而提高学生的综合能力。



点拨·方法·技巧·规律

讲解、辨析典型例题(包括名题),掌握正确解题思路的分析和方法的提炼,点拨易混易错的误区,引导学生举一反三,融会贯通,从而提高学习成绩。



创新·话题·热题·拓展

浓缩教学经验精华,从学生熟悉的科学、生产、生活和学习的实践活动中,自编或改编新题,指导学生探究性学习,启迪思维,激发学习兴趣。



测评·知识·能力·情感

[基础提高题][综合能力题][挑战高分题]。

精心设计三级梯度知能训练题,为成绩中等、良好、优秀的学生提供了练考平台和标准,在满足了学生个性发展的需求同时,也为追求优秀成绩的同学提供了进步的台阶。



参考答案与点拨

答案准确,题题详解,对易混易错题进行针对性的点拨。

目 录

第六章 一元一次方程	(1)
§ 6.1 从实际问题到方程	(1)
§ 6.2 解一元一次方程	(5)
§ 6.3 实践与探索	(13)
第七章 二元一次方程组	(22)
§ 7.1 二元一次方程组和它的解	(22)
§ 7.2 二元一次方程组的解法	(27)
§ 7.3 实践与探索	(34)
第八章 多边形	(42)
§ 8.1 瓷砖的铺设	(42)
§ 8.2 三角形	(46)
§ 8.3 多边形的内角和与外角和	(55)
§ 8.4 用正多边形拼地板	(60)
第九章 轴对称	(67)
§ 9.1 生活中的轴对称	(67)
§ 9.2 轴对称的认识	(70)
§ 9.3 等腰三角形	(81)
第十章 统计的初步认识	(93)
§ 10.1 统计的意义	(93)
§ 10.2 平均数、中位数和众数	(97)
§ 10.3 平均数、中位数和众数的使用	(101)
§ 10.4 机会的均等与不等	(107)
测评答案及提示	(114)

第六章 一元一次方程



§ 6.1

从实际问题到方程



探究·观察·阅读·体味

探究 1 小颖种了一株树苗,开始时树苗高为 40 厘米,栽种后每周树苗长高约 15 厘米,大约几周后树苗长高

到 1 米?

1. 统一单位,1 米 = _____ 厘米.

2. 列算式求值 _____.

(分析:树苗原高 40 厘米,还需长高 $(100 - 40)$ 厘米;一周长高 15 厘米,需要几周就容易求.)

3. 如果设 x 周后树苗长高到 1 米,则可列方程 _____.



分析:一周长高 15 厘米, x 周长高 $15x$ 厘米,原高 40 厘米,最后长到 1 米,方程自然可得.

探究 2 小明 13 岁,他的爸爸 45 岁,几年后,他爸爸的年龄是小明的 3 倍?

分析:一年后,小明 14 岁,他的爸爸 46 岁.

二年后,小明 15 岁,他的爸爸 47 岁.

三年后,小明 16 岁,他的爸爸 48 岁.

所以,三年后,他爸爸的年龄是小明年龄的 3 倍.

设 x 年后小明爸爸的年龄是小明年龄的 3 倍, x 年后小明的年龄为 _____,小明爸爸年龄为 _____.

则可列方程 _____.

从前面试验检验的办法,只要将 $x = 1, 2, 3, 4$ 分别代入方程的左右两边,看哪个数能使两边的值相等,可得 $x = 3$.

探究 3 甲每小时走 5 千米,甲出发 $4\frac{1}{2}$ 小时后,乙骑摩托车追赶甲,乙用了 35 分钟追上甲,设乙骑摩托车的速度为 x 千米/时,则所列方程是 _____.

分析:35 分钟 = $\frac{35}{60}$ 小时,甲先走了 $4\frac{1}{2} \times 5 = \frac{45}{2}$ (千米)

在追及问题中,相距距离 = 速度差 $\times$ 追及时间,可列方程 _____.

这道题如果再用尝试,检验的办法就不易求值.由此,我们必须学会解方程.



解读·重点·难点·疑点

1) 方程:含有未知数的等式叫方程,如 $3x - 2 = 1$ 等.

2) 方程的解:使方程左、右两边的值相等的未知数的值.

3) 检验某数是不是某方程的解:把所给的数值代入方程的左边和右边,看看左、右两边的值是否相等.若两边相等,则这个数是方程的解.否则,这个数就不是方程的解.

4) 辨析:等式、方程.

① 等式是用等号连接两个代数式的式子,它的本质属性是含有等号.

②方程是含有未知数的等式,它有两个要素:a等号;b未知数.

③方程是等式,但等式不一定是方程.

5)本节重点:列方程,检验给出的值是否为方程的根.

难点:分析题目,找出等量关系.

疑点:从列算式向列方程过渡.



点拨·方法·技巧·规律

【例1】爸爸、妈妈现在的年龄和是72岁,五年后,爸爸比妈妈大6岁,今年爸爸、妈妈两人各多少岁?

【解析】五年后,爸爸比妈妈大6岁,也就是爸爸、妈妈的年龄差是6岁.由于爸爸、妈妈的年龄差不随年龄的变化而变化,所以爸爸、妈妈现在的年龄差仍是6.这样原问题就归结成“已知爸爸、妈妈的年龄和是72岁,他们的年龄差是6岁,求两人各是多少岁”的和差问题.

【解】设妈妈的年龄为 x 岁,则爸爸的年龄为 $(x+6)$ 岁,可列方程

$$x + (x + 6) = 72$$

解得

$$x = 33 \quad x + 6 = 39$$

答:妈妈今年33岁,爸爸39岁.

【例2】下列方程中,括号内的数是否为方程的解.

1. $\frac{5x+1}{4} = x+1$ {3,5}

2. $4(t+1) = 9(t-3) - 3(t+2)$ $\left\{\frac{37}{4}, \frac{37}{2}\right\}$

【方法】分别将对应的数代入方程中的未知数,看左、右两边是否相等,相等则为方程的解,不相等则不是.

1. 当 $x=3$ 时,左边=4,右边=4,左边=右边,所以3是方程的解.

当 $x=5$ 时,左边= $\frac{26}{4} = \frac{23}{2}$,右边=6,左边 $\neq$ 右边,所以5不是方程的解.

2. 同样可求出方程2的解是 $\frac{37}{2}$.



创新·活题·熟题·拓展

【例1】我国股市交易中,每买卖一次需付交款费的千分之七点五作为交易费用,某投资者以每股10元的价格买入股票1000股,当该股票涨到12元时全部卖出,该投资者实际盈利多少?

【分析】在这次交易中买应交费 $1000 \times 10 \times 7.5/1000$

卖应交费 $1000 \times 12 \times 7.5/1000$

在不计交费的情况下,他获利 $(12-10) \times 1000$

所以,他实际获利 $(12-10) \times 1000 - 1000 \times 10 \times 7.5/1000 - 1000 \times 12 \times 7.5/1000 = 1835$ (元)

答:该投资者实际盈利1835元.

【例2】化纯循环小数 $0.\dot{8}1$ 为分数.

【分析】将一个纯循环小数化为分数,直接化有困难,可借助方程来求解.

【解答】设 $x = 0.\dot{8}1$ ①

则 $100x = 81.\dot{8}1$ ②

②-①得: $99x = 81$

$$\therefore x = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}$$

【点拨】

任何一个循环小数都可化为分数,运用上述方法将问题转化为方程的这种思想是今后常用的方法.

【例3】(广东省数学竞赛试题)某商场计划拨款9万元从厂家购进50台电视机,已知该厂家生产的三种不同

型号的电视机出厂价分别是:甲种每台 1500 元,乙种每台 2100 元,丙种每台 2500 元.

(1)若商场同时购进其中两种不同型号的电视机共 50 台,用去 9 万元请你研究一下商场的进货方案.

(2)若商场销售一台甲种电视机可获利 150 元,销售一台乙种电视机可获利 200 元,销售一台丙种电视机可获利 250 元,在同时购进两种不同型号电视机的方案中,为使销售时获利最多,你选择哪种进货方案?

(3)若商场准备用 9 万元同时购进三种不同型号的电视机 50 台,请你设计进货方案.

【分析】(1)三种电视机只购进二种,有三种情况,需分类讨论.(2)建立在(1)的基础上,根据(1)的结果可直接求出.(3)三种电视机都进,建立方程时由于未知数多于方程的个数,答案不惟一,也要结合实际情况讨论.

【解】(1)由于从三种不同号的电视机中同时购进其中两种,故应分情况讨论:

①设购甲种电视机 x 台,乙种电视机 $(50-x)$ 台,则

$$1500x + 2100(50-x) = 90000, \therefore x = 25, 50-x = 25$$

②设购甲种电视机 x 台,丙种电视机 $(50-x)$ 台,则

$$1500x + 2500(50-x) = 90000, \therefore x = 35, 50-x = 15$$

③设购乙种电视机 y 台,丙种电视机 $(50-y)$ 台,则

$$2100y + 2500(50-y) = 90000, \therefore y = 87.5, 50-y = -37.5 \text{ (不合题意,舍去)}$$

(2)由(1)知:方案①获利: $150 \times 25 + 25 \times 200 = 8750$ 元;

$$\text{方案②获利: } 150 \times 35 + 250 \times 15 = 9000 \text{ 元}$$

故选方案②进货,可使销售时获利最大.

(3)方法同(1)设购进甲种电视机 x 台,乙种电视机 y 台,丙种电视机 $(50-x-y)$ 台

$$\text{依题意有: } 1500x + 2100y + 2500(50-x-y) = 90000$$

$$\text{故知} \quad x = 35 - \frac{2}{5}y$$

产生如下四种方案:

方案一:当 $y = 5$ 时, $x = 33, 50-x-y = 12$

方案二:当 $y = 10$ 时, $x = 31, 50-x-y = 9$

方案三:当 $y = 15$ 时, $x = 29, 50-x-y = 6$

方案四:当 $y = 20$ 时, $x = 27, 50-x-y = 3$

【点拨】

这是一个实际问题中的优化设计问题,要求在解题时学会检索、处理信息,同时还要结合所学知识将实际问题转化为数学问题,构建数学模型,这一思想方法,是体现学习有无创造性的根本方法.



测评·知识·能力·情感

A 基础提高题

(时间:45 分钟 分数:45 分)

一、选择题

1. $4x+3=5x-4$ 的解是

A. $x=1$

B. $x=4$

C. $x=7$

D. $x=0$

2. 某数的 5 倍与 2 的和等于 8,若用 x 表示某数,列出方程是

A. $5x+2=8$

B. $5(x+2)=8$

C. $5x+8=2$

D. $5(x+8)=2$

3. 设某数为 x ,“比某数的 $\frac{3}{5}$ 大 1 的数的相反数是 4”,可列方程为

A. $-x\left[\frac{3}{5}+(-1)\right]=4$

B. $-\frac{3}{5}(x-1)=4$

C. $-\frac{3}{5}x-1=4$

D. $\frac{3}{5}x-1=4$

二、根据下列条件列出方程

4. x 的 2 倍与 x 的 $\frac{1}{3}$ 的和等于 10.

5. y 的 3 倍比 y 的相反数小 5.

6. z 的 20% 减去 10 等于 z 的一半.

7. 某数与 2 的差的 $\frac{1}{2}$ 比某数的 2 倍与 4 的差的 $\frac{1}{2}$ 小 1.

8. 某数与 8 的和的 $\frac{1}{2}$ 比某数的 $\frac{1}{4}$ 大 12.

9. 同一种服装,甲店比乙店的进价便宜 10%,甲店按 20% 的利润定价,乙店按 15% 的利润定价,甲店的定价比乙店的定价便宜 22.4 元.问甲店的进价是多少元?

B 综合能力题

(时间:45 分钟 分数:45 分)

一、选择题

1. 方程 $x(x+1)=12$ 的解是 ()

A. $x=3$

B. $x=-4$

C. $x=3$ 或 $x=-4$

D. $x=3$ 且 $x=-4$

2. 下列方程中,解为 -2 的方程是 ()

A. $3x-2=2x$

B. $4x-1=2x+3$

C. $3x+1=2x-1$

D. $5x-3=6x-2$

3. 一件工作,甲单独做 20 小时完成,乙单独做 12 小时完成,现由甲单独做 4 小时,剩下的甲、乙合做,还需几小时完成?若设剩下部分要 x 小时完成,下列方程正确的是 ()

A. $1 = \frac{4}{20} - \frac{x}{20} - \frac{x}{12}$

B. $1 = \frac{4}{20} + \frac{x}{20} - \frac{x}{12}$

C. $1 = \frac{4}{20} + \frac{x}{20} + \frac{x}{12}$

D. $1 = \frac{4}{20} - \frac{x}{20} + \frac{x}{12}$

二、根据下列条件列出方程

4. 某数的 $\frac{1}{3}$ 减去 $\frac{1}{2}$ 的差的一半比这个数与 $-\frac{1}{3}$ 的积多 2,求某数.

5. 某数 y 与 -1 的和的 $\frac{3}{4}$ 加上这个数与 1 的差的 2 倍等于 -6 ,求某数.

6. 甲、乙两人在 400 米环形跑道上骑自行车.甲的速度是每分钟 500 米,乙的速度是每分钟 450 米.

(1)两人同时同地同向出发,最少多少分钟后在跑道上相隔 100 米?

(2)两人同时同地背向出发,至少多少分钟后在跑道上相隔 100 米?

7. 小张和小王两人进行投掷比赛,规定投中目标一次记 20 分,未中目标一次则扣 12 分,两人各投了 10 次,共得了 208 分,其中小张比小王多 64 分.小张、小王各投中了几次?(只列方程不求解)

8. 一份数学试卷有 20 道选择题,规定做对一题得 5 分,一题不做或做错扣 1 分,结果某学生得分为 76 分,问他做对了几题?

9. 打扫学校校园,甲班需要4小时,乙班需要3小时,现在先由甲班打扫1小时,再调乙班一起打扫,还需要多少小时打扫完?

C 挑战高分题

1. 10年前妈妈的年龄是女儿的7倍,15年后妈妈的年龄是女儿的2倍,现在母女俩的年龄各是多少岁?
2. 学校第一批买进3个篮球和8个排球共值500元,第二批买进4个篮球和5个排球共值525元,求1个篮球、1个排球各多少元?
3. 求某商品按进价的百分之几标价,然后再8折优惠销售,这件商品的获利率仍为20%.

探究答案

探究1 1. 100; 2. $\frac{100-40}{15}$; 3. $(100-40) \div 15x$

探究2 $13+x$; $45+x$; $45+x=3(13+x)$

探究3 $\frac{35}{60}(x-5)=4 \cdot \frac{1}{2} \times 5$



§ 6.2 解一元一次方程

探究·观察·阅读·体味

探究1

如果将天平的两边看作是方程的两边,可联想到方程的变形.

1. 方程的两边都_____同一个数或同一个整式,方程的解不变.
2. 方程的两边都_____同一个不为零的数,方程的解不变.

天平保持平衡。

天平两边同时
加入相同质量的砝
码,天平仍然平衡。天平两边同时
拿去相同质量的砝
码,天平仍然平衡。**探究 2** 观察下列方程 $18x + 40 = 100$

$$45 + x = 3(13 + x)$$

它们的共同特点是:只含有_____个未知数,并且含有未知数的式子都是_____式,未知数的次数都是_____,这样的方程叫_____。

**解读·重点·难点·疑点**

1. 一元一次方程:只含有一个未知数,未知数的指数为1。
2. 最简形式: $ax = b (a \neq 0)$
3. 标准形式: $ax + b = 0$ (其中 x 是未知数, a, b 是已知数,并且 $a \neq 0$)
4. 方程变形:方程两边都加上或都减去同一个数或同一个整式,方程的解不变;方程的两边都乘以或除以同一个不为零的数,方程的解不变。
5. 解一元一次方程的一般步骤:(1)去分母;(2)去括号;(3)移项;(4)合并同类项;(5)系数化为1。
6. 辨析方程的解和解方程:方程的解是演算的结果,即求出的适合方程的未知数的值;解方程是求方程解的演算过程。
7. 本节重点是一般一元一次方程的解法;难点是一元一次方程的变形及灵活运用;疑点是移项、变号及去分母时,应对方程的每项都同乘以或同除以不等于零的数。

**点拨·方法·技巧·规律****【例 1】** 解下列方程

① $x - 2 = 4$ ② $5x = 4x - 7$

【解】 ①由 $x - 2 = 4$ 方程两边都加上 2 得, $x = 4 + 2$, 即 $x = 6$ 。

②由 $5x = 4x - 7$

两边都减去 $4x$ 得 $5x - 4x = -7$, 即 $x = -7$ 。

由上面两例可得:移项要变号。

【点拨】
这一步变形可看作是方程的左边的“-2”移动到右边变形为“2”。

【点拨】
这一步变形可看作是方程右边的“ $4x$ ”移动到左边变形为“- $4x$ ”。

【例2】解下列方程

$$(1) -2x = 3 \quad (2) \frac{3}{4}x = \frac{2}{3}$$

【解】(1)方程两边都除以-2得,

$$x = -\frac{3}{2}$$

(2)方程两边都除以 $\frac{3}{4}$ 得

$$x = \frac{8}{9}$$

【例3】解方程: $5(x-1)+3=3x-(2x-7)$

【解】原方程的两边分别去括号,得

$$5x-5+3=3x-2x+7$$

$$\text{即} \quad 5x-2=x+7$$

$$\text{移项得} \quad 5x-x=7+2$$

$$\text{即} \quad 4x=9$$

$$\text{方程两边同除以4得} \quad x = \frac{9}{4}$$

【例4】解方程 $\frac{x-4}{3} + \frac{x+2}{4} - \frac{x-1}{6} = 1$

【解】去分母得, $4(x-4)+3(x+2)-2(x-1)=12$

$$\text{去括号得} \quad 4x-16+3x+6-2x+2=12$$

$$\text{移项得} \quad 4x+3x-2x=12+16-6-2$$

$$\text{合并同类项得} \quad 5x=20$$

$$x=4$$

【点拨】

对方程进行乘除变形时,要注意的是方程的两边要同时进行。

【规律点拨】

方程最后的形式必为“ $x=a$ ”。

【点拨】

此例与上两例比较,较为复杂,其中除有上两例中出现的移项,未知数的系数化为1外,还增加了“去括号”,“合并同类项”两步。其中移项时,要注意将含有未知数的项移到左边,常数项移到右边。

【点拨】

此例比上例更为复杂,主要增添了“去分母”这一步,在去分母时,是将方程的各项乘以分母的最小公倍数,要注意的是在乘以最小公倍数时,不能漏项。

【技巧点拨】

在对方程变形时,要针对方程的具体特点,合理安排方程变形的步骤。

【规律点拨】

解一般一元一次方程的步骤主要有:①去分母;②去括号;③移项;④合并同类项;⑤未知数的系数化为1。一般解一元一次方程按这个顺序变形外,但对特殊的一元一次方程要善于灵活处理。

【例5】解方程 $\frac{0.5x+2}{0.03} - x = \frac{0.3(0.5x+2)}{0.2} - 10\frac{11}{12}$

【解】原方程可化为: $\frac{50x+200}{3} - x = \frac{3(x+4)}{4} - \frac{131}{12}$

去分母得 $4(50x+200) - 12x = 9(x+4) - 131$

去括号得 $200x + 800 - 12x = 9x + 36 - 131$

移项得 $200x - 12x - 9x = 36 - 131 - 800$

合并同类项得 $179x = -895$

系数化为1,得 $x = -5$.

【解析】将方程中的部分小数化成整数,不同于去分母,是将含小数项的分子、分母根据分数的基本性质乘以一个适当的数,而不是方程所有的项都跟着乘以这个数,如此题的第一步过程为 $\frac{50x+20}{3} - 100x = \frac{3(5x+20)}{20} - 100 \times 10\frac{11}{12}$ 就是错误的,增大了本题的计算量.

【例6】在梯形面积公式 $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ 中,当 $b = 18\text{cm}$, $h = 8\text{cm}$ 时, $S = 120\text{cm}^2$,求当上底 a 与高 h 的长度不变, $b = 22\text{cm}$ 时的梯形的面积.

【解析】在这个题目中,要想求出下底 b 变为 22cm 时梯形的面积 S ,就必须先求出待定的字母 a 的值,只要字母 a 求出来了,那么在梯形面积公式 $S = \frac{1}{2}(a+b)h$ 中,就成了已知 a, b, h 这三个量去求第四个量 S 的问题了,又从已知条件中,已知 $S = 120, b = 18, h = 8$ 这三个量,则可以通过解以 a 为未知数的一元一次方程.

【解】将 $S = 120, b = 18, h = 8$ 代入公式中,得

$$120 = \frac{1}{2}(a+18) \cdot 8$$

解得 $a = 12$

再次把 $a = 12, b = 22, h = 8$ 代入梯形面积公式中,得

$$S = \frac{1}{2}(12+22) \cdot 8 = 136(\text{cm}^2)$$

答:所求梯形的面积为 136cm^2 .

【例7】已知关于 x 的方程 $3[x - 2(x - \frac{a}{3})] = 4x$ 和 $\frac{3x+a}{12} - \frac{1-5x}{8} = 1$ 有相同的解.求这个相同的解.(北京市第十届“迎春杯”决赛试题)

【解】由 $3[x - 2(x - \frac{a}{3})] = 4x$ 解得 $x = \frac{2a}{7}$;

由 $\frac{3x+a}{12} - \frac{1-5x}{8} = 1$, 解得 $x = \frac{27-2a}{21}$;

依两个方程的解相同得 $\frac{2a}{7} = \frac{27-2a}{21}$;

解得 $a = \frac{27}{8}$, 故 $x = \frac{2}{7} \cdot \frac{27}{8} = \frac{27}{28}$.

$\therefore$ 两个方程相同的解为 $x = \frac{27}{28}$.

【解析】(1)本题亦可由第一个方程得 $a = \frac{7}{2}x$; 由第二个方程得 $a = \frac{27-21x}{2}$; 故 $\frac{7}{2}x = \frac{27-21x}{2}$, 解得 $x = \frac{27}{28}$.
(2)在学了二元一次方程组后,还可以看成 a, x 的二元一次方程组求解.

【例8】在甲处劳动的有52人,在乙处劳动的有23人,现从甲、乙两处共调出12人到丙处劳动,使在甲处劳动的人数是在乙处劳动人数的2倍,求应从甲、乙两处各调走多少人?

【解析】此题属于劳力调配问题,相等关系为:

调入后甲处人数 = 调入后乙处人数 $\times 2$

【点拨】

原方程的分母、分子都含小数,将小数化为整数,可极大简化解题的计算量,可为接下来的解题步骤减小麻烦,方程中

$\frac{0.5x+2}{0.03}$ 的分子、分母都乘以100,

$\frac{0.3(0.5x+2)}{0.2}$ 的分子、分母乘以20,即能

使方程中的所有小数化为整数.

【点拨】

这道题的关键是求待定的字母 a 的值,而求 a 的过程,实质是解关于 a 的一元一次方程.

【点拨】

可分别用 a 的代数式表示两个方程的解,由两个方程的解相同得到关于 a 的方程,求出了 a 后即可得出 x .

【解】 设应从甲处调出 x 人, 则从乙处调出 $(12-x)$ 人, 依题意, 得

$$52-x=2[23-(12-x)]$$

解这个方程, 得 $x=10$ $\therefore 12-x=2$.

答: 应从甲处调出 10 人, 从乙处调出 2 人.

【点拨】

设甲处调走人数为 x 时, 则可

列下表表示:

甲处原有 52 人	乙处原有 23 人
应从甲处调出 x 人	应从乙处调出 $(12-x)$ 人
甲处现有 $(52-x)$ 人	乙处现有 $[23-(12-x)]$ 人

创新·活题·熟题·拓展

【例 1】 x 为何值时, 代数式 $5-\frac{x+2}{3}$ 的值与代数式 $7-x$ 的值相等.

【解】 由题意知: $5-\frac{x+2}{3}=7-x$.

$$\text{解得 } x=4.$$

【例 2】 若关于 x 的方程 $|x|=ax+1$ 有且只有一个负根, 求 a 的取值范围.

【解】 $\because x<0, \therefore |x|=-x$.

原方程可化为 $-x=ax+1$

$$\therefore -(a+1)x=1$$

$$\because 1>0 \therefore -(a+1) \text{ 与 } x \text{ 同号}$$

$$\therefore -(a+1)<0 \therefore a+1>0$$

$$\therefore a>-1.$$

【例 3】 已知 $x=2$ 是关于 x 的方程 $2x^2+3ax+2a=a$ 的解, 求关于 y 的方程 $\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(y-a)-\frac{1}{2}\right]-\frac{1}{2}\right\}=a$ 的解.

【解】 将 $x=2$ 代入 $2x^2+3ax+2a=a$ 得

$$8+6a+2a=a, \therefore a=-\frac{8}{7}$$

将 $a=-\frac{8}{7}$ 代入 $\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}(y-a)-\frac{1}{2}\right]-\frac{1}{2}\right\}=a$ 得,

$$\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(y+\frac{8}{7}\right)-\frac{1}{2}\right]-\frac{1}{2}\right\}=-\frac{8}{7}$$

$$\text{解得 } y=-\frac{51}{7}.$$

【例 4】 当 k 取何整数时, 方程 $3(x-1)=kx+14$ 有正整数解? 并求出正整数解.

【解】 由 $3(x-1)=kx+14$ 得 $(3-k)x=17$

$x=\frac{17}{3-k}$ $\because$ 方程有正整数解, $\therefore 3-k$ 为 17 的约数.

$$\therefore 3-k=1 \text{ 或 } 3-k=17$$

$$\therefore k=2 \text{ 或 } k=-14$$

当 $k=2$ 时, $x=17$, 当 $k=-14$ 时, $x=1$.

【例 5】 解方程 $|3x-1|=4-|3x-1|$

【解】 原方程可变形为 $2|3x-1|=4$

$$|3x-1|=2$$

$$\therefore 3x-1=2 \text{ 或 } 3x-1=-2$$

$$\therefore x=1 \text{ 或 } x=-\frac{1}{3}.$$

【例6】(孝感市“迎春杯”初一数学邀请赛试题)李伟从家里骑摩托车到火车站,如果每小时行30千米,那么比火车开车时间早到15分钟;若每小时行18千米,则比火车开车时间迟到15分钟.现在李伟打算在火车开车前10分钟到达火车站,求李伟此时骑摩托车的速度应该是多少?

【解法1】 设李伟从家到火车站的路程为 y 千米,则由开车时间固定这一等量关系可简便地得出方程.

$$\frac{y}{30} + \frac{15}{60} = \frac{y}{18} - \frac{15}{60}$$

$$\text{解得 } y = \frac{45}{2}.$$

李伟从家出发到火车正点开车的时间(即以上方程的任一端的值)为1小时,李伟的应有速度则为 $x = \frac{y}{1 - \frac{10}{60}} =$

27(千米/小时)

答:略.

【解法2】 设李伟从家出发到火车正点开车的时间为 z 小时,则由距离相等可列出方程:

$$30(z - \frac{15}{60}) = 18(z + \frac{15}{60})$$

解得 $z = 1$

由 z 的值不难求得 x 的值:

$$x = \frac{30(z - \frac{15}{60})}{z - \frac{10}{60}} = 27(\text{千米/小时})$$

答:略.

【例7】 已知关于 x 的方程 $a(3x+2)=4x-5$ 无解,试求 a 的值.

(“希望杯”初一竞赛题)

【分析】 把关于 x 的方程 $a(3x+2)=4x-5$ 化成最简的形式为:

$(3a-4)x = -5-2a$, 因为方程无解,所以未知数 x 的系数为 $3a-4=0$,但 $-5-2a \neq 0$,由此可得 a 的值.

【解】 由 $a(3x+2)=4x-5$ 得

$$(3a-4)x = -5-2a$$

$\therefore$ 方程无解

$$\therefore 3a-4=0 \text{ 且 } -5-2a \neq 0$$

$$\text{当 } 3a-4=0 \text{ 时, } a=\frac{4}{3}.$$

$$\text{这时 } -5-2a = -5-2 \times \frac{4}{3} = -\frac{23}{3} \neq 0.$$

即 $-5-2a \neq 0$ 成立.

答: a 值为 $\frac{4}{3}$ 时,方程 $a(3x+2)=4x-5$ 无解.

【点拨】

讨论方程的解,可分为以下三种情况:

方程 $ax+b=0$ 中, a 、 b 为已知数, x 为未知数

当 $a \neq 0$ 时,方程有惟一解

$$x = -\frac{b}{a};$$

当 $a=0, b=0$ 时, x 为任何数(或有无数解)

当 $a=0, b \neq 0$ 时,方程无解.

能力·知识·情感

A 基础提高题

(时间:45分钟 分数:45分)

1. 解一元一次方程的一般步骤是_____这些过程的主要依据是_____和_____.
2. 方程 $9a-3=4a+1$ 变形为 $9a-4a=1+3$,这种变形称为_____,变形时要注意_____.

3. 若 $\frac{2a-1}{4}$ 与 4 互为相反数, 则 $a =$ _____.

4. 下列解方程的过程正确的是 ()

A. 由 $\frac{4}{7}x = 5 - \frac{2}{7}x$, 得 $4x = 5 - 2x$

B. 由 $30\%x + 40\%(1+x) = 5$, 得 $30x + 40(x+1) = 5$

C. 由 $0.1x - 6 = 8$, 得 $x = 14$

D. 由 $\frac{x}{0.2} - 1 = x$, 得 $5x - 1 = x$

5. 方程 $\frac{2x+1}{3} - \frac{10x+1}{6} = 1$ 去分母, 正确的是 ()

A. $2x+1 - (10x+1) = 1$

B. $4x+2 - 10x+1 = 6$

C. $4x+2 - 10x - 1 = 6$

D. $2(2x+1) - (10x+1) = 1$

6. 解方程 (1) $12x + 8 = 8x - 4 - 2x$

(2) $-(3x+4) = -5(x+2)$

(3) $1 - \frac{1}{2}x = 3 - \frac{1}{6}x$

(4) $3 - 6(2x-1) = 3x+39$

(5) $\frac{2x-1}{5} + \frac{3x+1}{3} = x+2$

(6) $60\%k + 45\%(1-k) = 15\% \times 3$

(7) $\frac{20x-3}{5} - \frac{10x-7}{10} = \frac{9x+1}{3} - \frac{7}{30}$

(8) $y = 1 + \frac{y}{2} + \frac{y}{4} + \frac{y}{6} + \frac{y}{8}$

B 综合能力题

(时间: 45 分钟 分数: 45 分)

1. 方程 $\frac{2003x}{20040} - \frac{2004x}{20030} = 0$ 的解是 $x =$ _____.

2. 若 $\frac{x-1}{0.4} + \frac{x-2}{0.3} = -1.6$ 则 $\frac{x-1}{4} + \frac{x-2}{3} =$ _____.

3. 若方程 $kx - 10x + 3 = 0$ 有一个根是 $x = \frac{3}{4}$, 则 $k - \frac{1}{k} =$ _____.

4. 当 $x=2, y=3$ 时, 代数式 $axy + x - y$ 的值是 5, 那么当 $x=2, y=-3$ 时, $axy + x - y =$ _____.

5. 解下列方程

(1) $0.25x - \left\{ -\frac{7}{6}x - \left[0.25x - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}x - 2\right) \right] \right\} = x$

(2) $|4x+2| = 3$

(3) $2x + |x| + 3 = 0$

6. 已知方程 $2(x+1) = 3(x-1)$ 的解为 $a+2$, 求方程 $2[2(x+3) - 3(x-a)] = 3a$ 的解.

7. 小明在解方程 $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+a}{3} - 1$ 去分母时, 方程右边的 -1 没有乘 3, 因而求得解为 $x=2$, 试求 a 的值, 并求出方程的正确解.

8. 某工厂生产某种产品, 每件产品的出厂价为 50 元, 其成本价为 25 元, 因为在生产过程中, 平均每生产一件产品有 0.5 立方米污水排出, 所以为了净化环境, 工厂设计两种方案对污水进行处理, 并准备实施.

方案 1: 工厂污水先净化处理后再排出, 每处理 1 立方米污水所用原料费为 2 元, 并且每月排污设备损耗费为