



高职高专人才培养创新教材出版工程

高职高专基础课教材系列

# 高等数学

(上册)

■ 中国高等教育学会 组编 / 马韵新 陈建华 主编

# Mathematics



科学出版社

---

● 高职高专人才培养创新教材出版工程

---

高职高专基础课教材系列

# 高等数学(上册)

中国高等教育学会 组编

马韵新 陈建华 主编

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是“高职高专基础课系列教材”之一,根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写而成。上册内容包括:极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用;下册内容包括微分方程、级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、重积分、曲线积分与曲面积分。每章附有习题,书末附有答案。带“\*”号的内容供选用。

本书可作为高职高专理工科专业数学教学用书,也可供高等师范专科学校非数学专业使用,还可以作为成人高校学生及自学者的辅导用书。

### 图书在版编目(CIP) 数据

---

高等数学(上册)/马韵新, 陈建华主编. —北京: 科学出版社,  
2004.5

高职高专人才培养创新教材出版工程, 高职高专基础课教材系列  
ISBN 7-03-013340-4

I . 高… II . ①马… ②陈… III . 高等数学—高等学校: 技术学校-教材  
IV . 013

---

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 041828 号

责任编辑: 许 远 / 责任校对: 郭根标  
责任印制: 安春生 / 封面设计: 王凌波

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2004年5月第 一 版 开本:B5(720×1000)

2004年5月第一次印刷 印张:14

印数:1—17 000 字数:270 000

定价: 16.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(环伟))

## 《高等数学(上册)》编委会名单

组 编	中国高等教育学会
本书主编	马韵新 陈建华
主 审	罗成林
副 主 编	张国勇 宋然兵 何 平 裴亚枫
编 委	王仲英 王 忠 屈文文 付希刚 李建奎 初胜安 赵香兰 郭田芬 尹江艳 张英杰 王月山 石 平 张运玲
系列策划	郝根标

## 序

高职高专教育是我国高等教育体系的重要组成部分。近年来，高职高专教育呈现出前所未有的发展势头，办学思想日益明确，办学规模不断扩大，教育教学改革不断深化。目前，高职高专学校数量和在校生总数均占到普通高等学校的一半以上。

毋庸置疑，目前已经出版的一批高职高专教材在“主导教学方向、稳定教学秩序”方面起到了很好的作用。但是，现有的教材依然存在品种不多，可供学校选择的余地不大；一些教材不适应高职高专院校的教学要求，特别是在如何“提高教学质量、创新教学内容”上做得还不够。

目前，我国的高职教育发展面临着新的形势——在《2003—2007年教育振兴行动计划》中，提出了“职业教育与培训创新工程”的任务，要求以促进就业为目的，进一步转变高等职业技术学院的办学指导思想，实行多样、灵活、开放的人才培养模式，把教育教学与生产实践、社会服务、技术推广结合起来，加强实践教学和就业能力的培养。适应这一要求，以“产学结合、就业导向、推行双证、两年学制”为主要特点的专业建设和课程改革即将在高职高专院校展开，我国的高职高专教育又面临着一次新的教学改革与创新的机遇。

专业建设和课程改革开发是教学改革的核心。由中国高等教育学会组织编写、中国高等职业技术教育研究会参与、科学出版社出版的“高职高专基础课系列教材”（也是“高职高专人才培养创新教材出版工程”的一部分），就是适应高职高专改革的新形势应运而生的。它是中国高等教育学会组织众多从事高职高专教学工作，同时参与相关教育理论研究，具有丰富教学经验和突出的教材建设与教学改革成果的一线的专家、学者、教师共同努力的结晶。系列教材包括《高等数学》（含上、下册）；《计算机公共基础》（含主教材、习题和实训）；《大学英语》（共三册，配套教师用书、磁带）。今后还将陆续出版其他教材。

本系列教材根据高职高专学制缩短、基础课学时减少的新形势，以及强调基础课中理论讲授的“够用”与“适用”、与相关的专业课紧密整合的新特点，精心编写而成的。本系列教材的出版，是如何进行高职高专的基础课课程改革和教材建设的有益探索，是发挥教材在“提高教学质量、创新教学内容”关键作用的有益尝试。希望本教材的出版能促进广大高职高专院校更加深入地研究、总结基于新形势的基础

课建设与改革、专业建设与课程开发的经验，不断将高职高专教育的课程改革引向深入。

高职高专基础课教材系列  
编 委 会 主 任  
中国高等教育学会秘书长

徐善模

2004年4月29日

# 《高职高专人才培养创新教材出版工程》

## 出版说明

### 一、特色与创新

随着高等教育改革的进一步深化,我国高职高专教育事业迅速发展,办学思想日益明确,办学规模不断扩大,办学形式日趋多样化,取得了显著的办学效益和社会效益。

毋庸置疑,目前已经出版的一批高职高专教材在主导教学方向、稳定教学秩序、提高教学质量方面起到了很好的作用。但是,有关专家也诚恳地指出,目前高职高专教材出版中存在的一些问题,主要是:教材建设仍然是以学校的选择为依据、以方便教师授课为标准、以理论知识为主体,以单一纸质材料为教学内容的承载方式,没有从根本上体现以应用性岗位需求为中心,以素质教育、创新教育为基础,以学生能力培养为本位的教育观念。

经过细致的调研,科学出版社和中国高等职业技术教育研究会共同启动了“高职高专人才培养创新教材”出版工程。该工程本着“教学改革与学科创新引路,科技进步与教材创新同步”的创新理念,根据新时代对高职高专人才的需求,旨在策划出版一系列体现教学改革最新理念,内容领先、思路创新、突出实训、成系配套的高职高专教材。

我们在教材的出版过程中,力求突出以下特点:

(1)理念创新:秉承“教学改革与学科创新引路,科技进步与教材创新同步”的理念,根据新时代对高职高专人才的需求,策划出版一系列体现教学改革最新理念,内容领先、思路创新、突出实训、成系配套的高职高专教材。

(2)方法创新:摒弃“借用教材、压缩内容”的滞后方法,专门开发符合高职特点的“对口教材”。在对职业岗位(群)所需的专业知识和专项能力进行科学分析的基础上,引进国外先进的课程开发理论体系,坚持教材开发的四元结构(知名专家把关、教学一线教师编写、教研机构指导、行业用户参加),以确保符合职业教育的特色。

(3)特色创新:加大实训教材的开发力度,填补空白,突出热点,积极开发五年制高职教材和紧缺专业、热门专业的教材。对于部分教材,提供“课件”、“教学资源支持库”等立体化的教学支持,方便教师教学与学生学习。对于部分专业,组织编写“双证教材”,注意将教材内容与职业资格、技能证书进行衔接。

(4) 内容创新:在教材的编写过程中,力求反映知识更新和科技发展的最新动态,将新知识、新技术、新内容、新工艺、新案例及时反映到教材中来,更能体现高职专业设置紧密联系生产、建设、服务、管理一线的实际要求.

## 二、精品与奉献

“高职高专人才培养创新教材出版工程”吸引了一批职业教育和高等教育领域的权威专家积极参与,共同打造精品教材.其实施的过程可以总结为:教育部门支持、权威专家指导、一流学校参与、学术研究推动.

(1) 国内的高等职业教育院校(主要是北京联合大学、天津职业大学及中国高等职业技术教育研究会的其他副会长、常务理事、理事单位等)积极参加本教材出版工程,提供了先进的教学经验,在此基础上出版一大批特色教材.

(2) 本教材出版工程得到了许多教育行政部门的大力支持,许多省(市)教育行政部门将本省(市)的精品课程和教材的建设、特色专业的建设结合起来通盘考虑.

(3) 在教材的编写过程中,得到了许多行业部委、行业协会的支持,对教材的推广起到促进作用.

先进的理念、科学的方法、有力的支持,必然导致精品的诞生.根据我们的规划,下列教材即将与读者见面:

### (一) 高职高专基础课教材

### (二) 高职高专专业课教材

#### (1) 紧缺专业教材

- 软件类专业系列教材
- 数控技术类专业教材
- 汽车类专业教材
- .....

#### (2) 热门专业教材

- 电子信息类专业教材
- 交通运输类专业教材
- 经济管理类专业教材
- 旅游类专业教材
- 生物工程类专业教材
- 食品工程类专业教材
- 精细化工类专业教材
- 广告类专业教材
- 艺术设计类专业教材

—— .....

**(三) 高职高专特色教材**

- 高职高专院校实训教材  
——国外职业教育优秀教材
- .....

欢迎广大教师、学生在教学使用中提出宝贵意见，以便我们改进教材出版工作、提高质量。

中国高等职业技术教育研究会

编 学 出 版 社

2004年3月

## 前　　言

高等职业及高等专科教育是高等教育的重要组成部分,近几年来获得了突飞猛进的发展。为更好地适应各企事业单位的人才需求,教育部颁布了《高职高专教育基础课程教学基本要求》及《高职高专教育专业人才培养目标及规格》两份文件。依照文件精神,中国高等教育学会组织、遴选了一批学术造诣高、教学及实践经验丰富、直接来自一线的高职高专院校教师编写了本系列高职高专基础课教材。目前,本系列教材已被列为《高职高专人才培养创新教材》出版工程。

本教材是根据教育部制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》编写而成。定位在“以应用为目的,以必须够用为度”的平台上,力图做到“精选内容、降低理论、加强基础、突出应用”。并在基本维护系统性与连贯性的原则下,对内容体系作了局部调整,以更好地体现“高职高专”的特色;本教材强调“基本”二字,定理推导尽可能简略,计算着重在于方法、规律的介绍;在叙述中注意文字简练、清晰准确、循序渐进、由浅入深;力图使学生准确掌握必需的数学知识,提高应用数学知识的能力,为培养高层次、复合型、实用型高质量人才打下坚实的基础。

《高等数学》内容包括:极限与连续、导数与微分、中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、级数、向量代数与空间解析几何、多元函数微积分、重积分、曲线积分与曲面积分。每章附有习题,书末附有答案。带“\*”号的内容供选用。

本书可作为高职高专理工科专业数学教学用书,也可供高等师范专科学校非数学专业使用,还可以作为成人高校学生及自学者的辅导用书。

本书由马韵新、陈建华担任主编,罗成林担任主审,负责全书的总体规划和统稿工作。参加编写的有马韵新、陈建华、付希刚、王仲英、裴亚枫、宋然兵、何平、张国勇、屈文文、李建奎、赵香兰、初胜安、王忠、郭田芬等。

本书的编写工作是在中国高等教育学会秘书长张晋峰同志的直接关心和指导下进行的。在科学出版社有关工作人员的大力支持下,确保了本套教材的顺利出版,在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不当或错误之处,恳请广大读者批评指正,以便再版时改进。

编　者  
2004年4月

# 目 录

<b>第一章 极限与连续</b> .....	1
1-1 函数 .....	1
1-2 数列的极限 .....	9
1-3 函数的极限 .....	11
1-4 无穷小与无穷大 .....	15
1-5 极限运算法则 .....	17
1-6 两个重要极限 .....	23
1-7 无穷小的比较 .....	27
1-8 函数的连续性与间断点 .....	29
1-9 连续函数的运算与性质 .....	33
<b>第二章 导数与微分</b> .....	39
2-1 导数的概念 .....	39
2-2 求导法则 .....	45
2-3 高阶导数 .....	51
2-4 微分 .....	53
<b>第三章 中值定理与导数的应用</b> .....	59
3-1 中值定理 .....	59
3-2 洛必达法则 .....	64
3-3 函数的单调性与极值 .....	70
3-4 曲线的凹凸及拐点 .....	77
3-5 函数图形的描绘 .....	80
3-6 曲率 .....	85
3-7 方程的近似解 .....	89
<b>第四章 不定积分</b> .....	93
4-1 原函数与不定积分的概念 .....	93
4-2 基本积分公式和不定积分的性质 .....	97
4-3 换元积分法 .....	101
4-4 分部积分法 .....	111
* 4-5 两种特殊类型的积分举例 .....	115
4-6 积分表的使用 .....	123

---

<b>第五章 定积分</b>	127
5-1 定积分的概念	127
5-2 定积分的性质	132
5-3 定积分的基本公式	135
5-4 定积分的换元积分法和分部积分法	141
* 5-5 定积分的近似计算	146
5-6 广义积分	151
<b>第六章 定积分的应用</b>	157
6-1 微元法	157
6-2 平面图形的面积	159
6-3 体积	164
6-4 平面曲线的弧长	167
6-5 定积分在物理方面的应用举例	169
<b>习题答案与提示</b>	176
<b>附录一 中学数学常用公式</b>	192
<b>附录二 常用积分公式</b>	200

# 第一章 极限与连续

高等数学研究变量(数列或函数)的极限、一元和多元微积分、无穷级数。函数是高等数学的主要研究对象,为了顺利地建立以后的各种理论,本章首先系统地介绍函数的有关知识。

## 1-1 函 数

### 1-1-1 函数的概念

在学习函数的概念之前,我们先来看几个例子。

**例 1.1.1** 在自由落体运动中,路程  $s$  随时间  $t$  而变,它们之间的依赖关系由公式

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

表示。

**例 1.1.2** 关系式  $y = x^2$  表示抛物线上点  $(x, y)$  的两个坐标之间的依赖关系。

**例 1.1.3** 气象台为了掌握某地气温变化情况,使用自动记录器将每天的气温记录下来,直接画出一条如图 1.1.1 所示的曲线。根据这条曲线,我们可以确定一天中任何一时刻的气温。由此,我们引入函数的定义:

**定义 1.1.1** 设有两个变量  $x$  和  $y$ ,变量  $x$  的变化范围是非空实数集合  $D$ 。如果对于  $D$  中每一个值  $x$ ,按照某种确定的对应关系,都可以确定变量  $y$  的一个惟一确定的值,我们就叫变量  $y$  是变量  $x$  的一个函数,记作

$$y = f(x), \quad x \in D$$

其中  $x$  称为自变量,  $y$  称为因变量。 $x$  的变化范围  $D$  称为函数的定义域,对于  $D$  中的每一个  $x$  值都有惟一确定的函数值  $y$  与之对应,所有函数值的全体称为函数的值域。

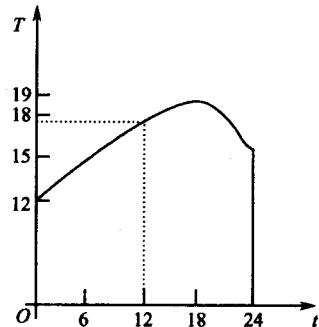


图 1.1.1

为了理解这个定义,说明以下几点:

(1) 函数的表示法. 函数有三种表示法:公式表示法,图像表示法,表格表示法.

公式表示法常用于理论研究与计算中,它的优点是表达清晰、紧凑、准确. 缺点是抽象、不易理解;图像表示法在工程中常用,例如:生产进度表、记录图等. 它的优点是直观、一目了然. 缺点是不便于分析研究;表格表示法在设计工作中常用,优点是使用方便,如对数表、三角函数表等. 它的缺点是不便于分析研究. 在具体使用时要根据实际情况使用不同方法.

(2) 函数的两个要素——定义域和函数关系. 在实际使用中,函数的定义域根据实际意义来确定. 确定一个函数,主要是函数关系和定义域. 只要定义域相同,而且函数关系式  $f$  相同,则  $y = f(x)$  和  $u = f(v)$  就是同一函数.

(3) 建立函数关系.

**例 1.1.4** 有一位父亲 30 岁生得一儿子,则他的年龄  $y$  与他儿子的年龄  $x$  之间的函数关系是

$$y = 30 + x \quad (x > 0)$$

**例 1.1.5** 有一块边长为  $a$  的正方形铁皮,将它的四角剪去适当大小相等的小正方形,制成一只无盖盒子,求盒子的体积与小正方形边长之间的函数关系.

解 设剪去的小正方形的边长为  $x$ ,盒子的体积为  $V$ ,由图 1.1.2 容易得到

$$V = x(a - 2x)^2 \quad \left( x \in \left(0, \frac{a}{2}\right) \right)$$

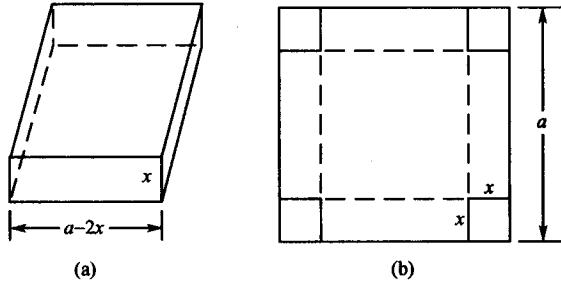


图 1.1.2

## 1-1-2 几种类型的函数

### 1. 基本初等函数

#### 1) 常数函数

$$y = c$$

这是所有函数中最简单的一类,对于任意  $x$ ,它始终取同一个值. 定义域是整

个实数集(图 1.1.3).

### 2) 幂函数

$$y = x^\alpha \quad (\alpha \text{ 为任一给定的实数})$$

例如:  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^{\frac{1}{2}}$ ,  $y = x^{-2}$  等. 这类函数的定义域可以因  $\alpha$  的不同而不同, 如  $y = x^2$  的定义域是整个实数集;  $y = x^{\frac{1}{2}}$  的定义域是  $[0, +\infty)$ ,  $y = x^{-2}$  的定义域是  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ , 等等(图 1.1.4).

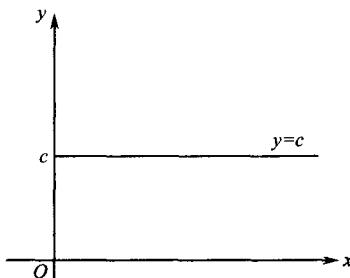


图 1.1.3

### 3) 指数函数

$$y = a^x \quad (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$$

这一类函数的定义域是整个实数集. 对于任何  $x$ , 均有  $a^x > 0$ , 对任何  $a(a > 0, a \neq 1)$ , 图形通过点  $(0, 1)$ , 见图 1.1.5.

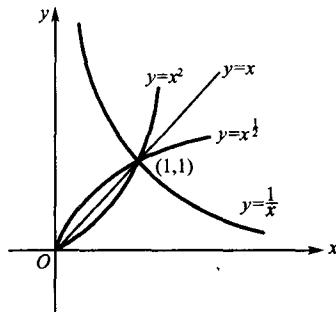


图 1.1.4

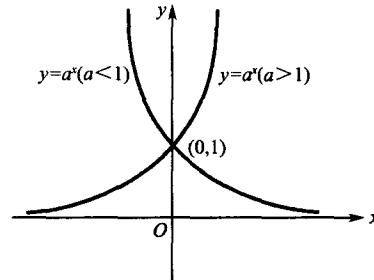


图 1.1.5

### 4) 对数函数

$$y = \log_a x \quad (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$$

对数函数的定义域为  $(0, +\infty)$ , 见图 1.1.6.

### 5) 三角函数

$$y = \sin x, \quad y = \cos x, \quad y = \tan x, \quad y = \cot x$$

$\sin x$  和  $\cos x$  的定义域是整个实数集,  $\tan x$  的定义域是不含  $\frac{\pi}{2}$  的非零整倍数的任何实数,  $\cot x$  的定义域是不含 0 和  $\pi$  的整倍数的任何实数(图 1.1.7).

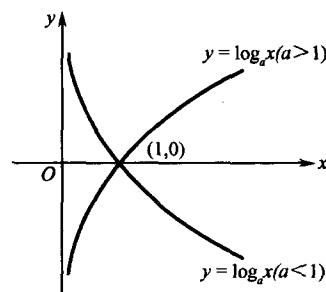


图 1.1.6

### 6) 反三角函数

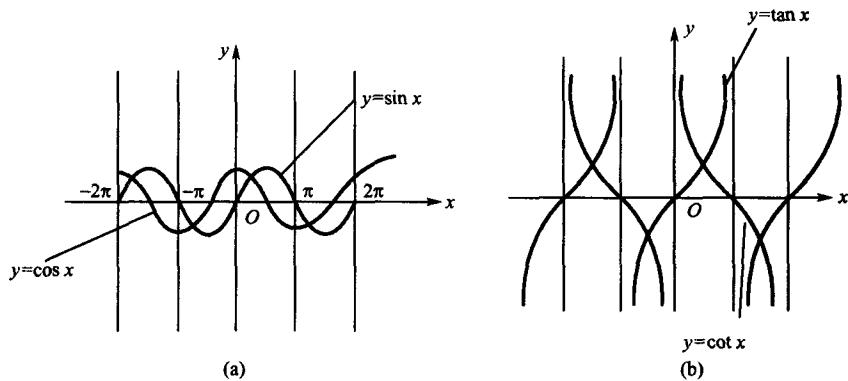


图 1.1.7

$$y = \arcsin x, \quad y = \arccos x, \quad y = \arctan x, \quad y = \text{arccot } x.$$

$y = \arcsin x$  和  $y = \arccos x$  的定义域是闭区间  $[-1, 1]$ .  $y = \arctan x$  和  $y = \text{arccot } x$  的定义域是整个实数集, 见图 1.1.8.

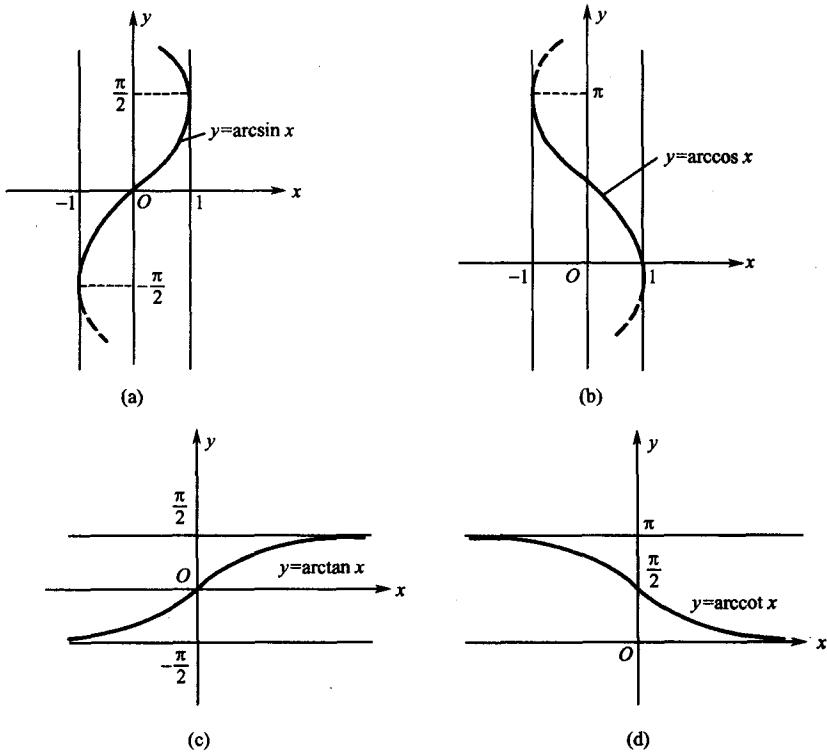


图 1.1.8

## 2. 复合函数

我们先来看一个例子. 设  $y = u^3$ , 其中  $u = (1 - 2x)$ , 将  $u = (1 - 2x)$  代入  $y = u^3$  得到  $y = (1 - 2x)^3$ . 这种将一个函数代入另一个函数的运算叫做复合运算.

一般地, 假设有两个函数

$$y = f(u), \quad u = \varphi(x)$$

将  $u = \varphi(x)$  代入  $y = f(u)$ , 得到  $y = f(\varphi(x))$ , 这种运算叫做复合运算, 得到的函数  $y = f(\varphi(x))$  叫做复合函数.

**例 1.1.6**  $y = a^{\sin x}$  是由哪些基本初等函数复合而成的?

**解** 令  $u = \sin x$ , 则  $y = a^u$ ,  $u = \sin x$ , 所以  $y = a^{\sin x}$  是由  $y = a^u$  和  $u = \sin x$  复合而成的.

同理  $y = \sqrt{1 + \sin^2 x}$  可以看成  $y = u^{\frac{1}{2}}$ ,  $u = 1 + v^2$  和  $v = \sin x$  三者复合的结果.

## 3. 初等函数

如果函数可用一个数学式子表示, 且这个式子是由基本初等函数经有限次四则运算以及复合运算而构成的, 则这类函数统称为初等函数.

初等函数是高等数学中经常遇到的, 也是工程技术中常见的函数.

**例 1.1.7** 问  $y = \cose^x + \sqrt{1 + \lg(3 + \cose^x)}$  是初等函数吗?

**解** 这个函数是用一个数学式子表示的. 如果令

$$y_1 = \cose^x, \quad y_2 = \sqrt{1 + \lg(3 + \cose^x)}$$

则  $y = y_1 + y_2$ , 而且  $y_1$  和  $y_2$  是复合函数, 因此这是一个初等函数.

## 4. 反函数

**例 1.1.8** 在自由落体运动中, 已知时间  $t$ , 要求路程  $s$ , 可用公式  $s = \frac{1}{2}gt^2$ .

如果反过来, 已知路程  $s$  来确定下落的时间  $t$ , 则应从上式解出  $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$ . 这时自变量、因变量互相转化.

在一定条件下, 函数的自变量与因变量互换后得到的新函数叫做原来那个函数的反函数. 例如  $t = \sqrt{\frac{2s}{g}}$  是  $s = \frac{1}{2}gt^2$  的反函数.

**注意** (1) 反函数与原函数的图形对称于直线  $y = x$ .

(2) 并不是所有函数都有反函数. 因为可能对于  $y$  的某些值, 满足  $y = f(x)$  这一条件的  $x$  值不止一个. 如  $y = \sin x$  在  $y = \frac{1}{2}$  时, 满足  $\sin x = \frac{1}{2}$  的  $x$  值就有无穷