



教育部人才培养模式改革和开放教育试点教材
数学与应用数学专业系列教材

中学数学教学概论

李淑文 编



中央广播电视大学出版社



教育部《普通高中课程方案(实验)》
数学与物理、化学、生物、历史、地理、政治、音乐、美术、体育、综合实践活动课程

中学数学教学概论

李俊成 编

人民教育出版社 北京

教育部人才培养模式改革和开放教育试点教材
数学与应用数学专业系列教材

中学数学教学概论

李淑文 编

中央广播电视大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

中学数学教学概论 / 李淑文编. —北京: 中央广播电视大学出版社, 2003.1

教育部人才培养模式改革和开放教育试点教材. 数学与应用数学专业系列教材

ISBN 7-304-02352-X

I. 中… II. 李… III. ①数学课—教学研究—电视大学—教材②数学课—教学研究—中学 IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 004532 号

版权所有, 翻印必究。

教育部人才培养模式改革和开放教育试点教材
数学与应用数学专业系列教材

中学数学教学概论

李淑文 编

出版·发行/中央广播电视大学出版社

经销/新华书店北京发行所

印刷/北京首师大印刷厂

开本/850×1168 1/32 印张/15.5 字数/373 千字

版本/2002 年 12 月第 1 版 2003 年 1 月第 1 次印刷

印数/0001-5000

社址/北京市复兴门内大街 160 号 邮编/100031

电话/66419791 68519502

(本书如有缺页或倒装, 本社负责退换)

网址/<http://www.crtvup.com.cn>

书号: ISBN 7-304-02352-X/O·124

定价: 21.00 元

序 言

，21世纪，中国全面地进入了一个新的发展与竞争的时代，归根结底，竞争是人才的竞争与知识的竞争，团体竞争的优胜者将是那些具有一批高水平人才的团体；个体竞争的优胜者将是那些具有现代科学知识 with 超群工作能力的人。在这竞争的时代，青年人渴望学习到适应工作岗位需要的知识。正是在这种环境下，中央广播电视大学与东北师范大学为满足一大批中学数学教师的要求联合开办了（师范类）本科数学与应用数学专业。

本专业的开办，为追求知识的中学青年教师开辟了一条前进的道路，而知识的获取，要靠学习者的辛勤劳动。可以说，学习是一项艰苦的劳动。这项劳动与其他劳动的一个显著区别是：学习不能由别人代替来完成，甚至也不能合作完成。特别是数学知识的学习，必须经过学习者一番夜不能寐的（有时甚至是痛苦的）冥思苦想，才能掌握数学的本质，才能体会到数学的真谛，能达到由此及彼、由表及里的境界。

数学是众多学科中最为抽象的学科。正是因为它高度的抽象性，决定了它广泛的应用性，同时也造成了数学学习的困难。毋庸讳言，相对其它学科来说，学习数学需要花费更多的时间与精力。但是，数学并不是高不可攀的科学。数学的学习如同攀登高楼一样，只要一步一个台阶（而不是两个台阶，三个台阶，更不是飞跃）地拾级而上，我们并不觉得太困难即可攀上高楼。同

2 中学数学教学概论

样，只要学习者扎扎实实地掌握这一步知识，再去学习下一步的内容，循序渐进，数学就可以成为任你的思维纵横驰骋的自由王国。

作为教师，要充分地考虑到学生在自学过程中遇到的各种困难。我们在教材的编写中，尽最大可能地使教材通俗易懂，由易到难，深入浅出，便于自学，适当地做出一些注释，引导学生深入理解知识，每章开始给出本章学习目标和导学，每章的结尾做出本章的总结，指出本章的重点及难点。并安排了学习辅导内容，介绍典型例题，同时配备了自测题目。

中央广播电视大学与东北师范大学联合开办的本科数学与应用数学专业处于刚刚起步阶段。我们的教师首次编写这套教材，一切处于探索的过程中，因此，这套教材难免有这样或那样的不妥之处。我们热情地欢迎本套教材的读者，提出宝贵的批评意见和建议，使我们的教师及时地改进这套教材，以提高后面学生的学习效果。

史宁中

于长春

2002年4月25日

前 言

本书是为中央广播电视大学本科开放教育试点数学与应用数学专业“中学数学教学研究”课程编写的文字教材。教材内容的取舍主要是依据教育部师范教育司 1999 年制定的《中学教师进修高等师范本科（专科起点）教学计划》中学数学教学研究部分进行的。

在编写过程中，借鉴并吸收了普通高校本科和函授本科多年教学实践的成果，同时也参照了国内外流行的数学教育学、中学数学教材教法的基本内容和写法，尽量做到既介绍数学教育的基本理论和方法，又兼顾到中学数学教学的实践和研究。同时，本书还介绍了国内外数学教育的改革动态和前沿课题以及基础教育课程改革的新思想和新要求。力求使学员通过本课程的学习能够获得中学数学教育、教学的基本理论与方法，懂得数学教育的特殊规律，增强数学教学能力和数学教育研究能力，为成为适应新世纪需要的高素质的中学教师打下坚实基础。

考虑到电大远程开放教育学员的实际情况，本课程文字教材采用“合一式”形式编写，把教学内容和辅导内容融为一体，以方便学员的自学。

在编写本书过程中，我们参阅了许多著作和文章，很受教益。在此，谨向有关的作者致谢。北京师范大学钟善基教授担任了本书的主审，首都师范大学周春荔教授、张景彬教授参加了本

4 中学数学教学概论

书的审定工作，中央电大的王石丞副研究员承担了本课程多种媒体教材的一体化设计。他们认真地审阅了全书，并提出了许多宝贵的修改意见，在此特对他们表示衷心的感谢。中央电大师范部和中央电大出版社的有关同志对本书的编辑出版给予了大力支持，在此也一并表示谢意。

由于编者的水平有限，本书一定会有许多缺点和错误，敬请广大读者给予批评指正。

李淑文

2002年10月

目 录

第一章 绪 言	(1)
1.1 中学数学教学研究的内容和特点	(2)
1.2 中学数学教学研究的方法	(8)
第二章 中学数学教育概述	(12)
2.1 数学的对象和特点	(13)
2.2 数学教育的价值	(19)
2.3 中学数学教学目的与内容	(29)
2.4 国内外数学教育的改革	(50)
第三章 数学学习的基本理论	(82)
3.1 认知—发现理论和数学学习	(84)
3.2 认知—接受理论和数学学习	(89)
3.3 数学学习的心理过程	(93)
第四章 数学思维与数学学习	(103)
4.1 数学思维	(104)
4.2 数学学习的基本思维过程	(133)

第五章 数学学习与形式逻辑	(157)
5.1 数学概念	(159)
5.2 数学命题	(173)
5.3 数学推理	(190)
5.4 数学证明	(203)
第六章 中学数学的教学原则	(217)
6.1 教学原则概说	(218)
6.2 数学教学原则	(223)
第七章 中学数学教学方法和教学媒体	(253)
7.1 启发式教学思想	(254)
7.2 常用的数学教学方法	(261)
7.3 教学方法的选择	(265)
7.4 中学数学教学媒体	(269)
第八章 数学基础知识的教学和数学能力培养	(290)
8.1 数学概念的教学	(291)
8.2 数学命题的教学	(300)
8.3 数学问题解决的教学	(310)
8.4 数学能力及其培养	(343)
第九章 中学数学教学工作	(356)
9.1 中学数学教学的基本工作	(357)
9.2 数学教育教学研究	(388)

9.3 数学教学实习	(398)
第十章 中学数学教育实验和评价	(414)
10.1 数学教育实验	(416)
10.2 数学教育的评价	(422)
10.3 数学教育评价中常用的定量方法	(448)
自测题参考答案	(463)

第一章 绪 言

[学习目标]

1. 了解中学数学教学研究的内容和特点。
2. 了解中学数学教学研究的研究方法。

[导 学]

本章简要地介绍了中学数学教学研究的内容、特点和研究方法，目的是使读者对这门课程有一个大概的了解，为系统地学习和研究这门课程打下良好的基础。

1. 在本章的学习过程中，读者要明确中学数学教学研究是建立在数学和教育学的基础上，综合运用心理学、哲学、逻辑学等相关学科的成果于数学教育、教学的实践而形成的一门综合性的交叉学科，具有综合性、实践性、科学性和发展性等特点，还有很多尚需研究的课题。因此，在学习和研究这门学科时，要善于吸取有关学科的新理论、新思想、新方法；要善于研究国内外中学数学教学的经验和教训；要善于深入数学教学实际，大力开展数学教学实验研究活动。

2. 关于中学数学教学研究的方法有很多，一般教育学的研究方法都适应该学科的研究。但如果说有一种程序式的研究方

2 中学数学教学概论

法，这个程序大致包括四个阶段，即：深入调查，综合研究，反复实验，科学评估。

[关键词]

内容，特点，方法

中学数学教学研究是建立在数学和教育学的基础上，综合运用心理学、哲学、逻辑学等相关学科的成果于数学教育、教学的实践而形成的一门综合性的交叉学科。在培养合格中学师资方面具有十分重要的作用。为了便于读者系统地学习和研究这门课程，这里对它的内容、特点和研究方法，先作一概略的介绍。

1.1 中学数学教学研究的内容和特点

1.1.1 中学数学教学研究的内容

从广义上说，对数学教学可有不同的理解，可以是数学活动的教学，可以是数学知识的教学。无论是数学活动的教学，还是数学知识的教学，都可能指小学、中学、大学和各类中等专业学校里的数学教学，还可能指电视教学、函授教学乃至自学。而我们从中央广播电视大学数学与应用数学专业的办学方向和学生工作的实际需要出发，把中学数学教学研究对象限定为“中学数学教学”，即现阶段我国普通中学进行的有统一的数学教学大纲（或数学课程标准），有确定的数学教材，由教师和学生共同参与，能产生预期社会效果的教与学的活动。这种活动显然是社会教育现象的一部分。作为一名中学教师，除了必须具备良好的政

治思想素质，掌握必要的数学与其他文化科学知识之外，还必须专门研究中学数学教学。

对中学数学教学的研究，由来已久，但是还远未形成一门成熟的理论，仅就中学数学教学的本质和如何对它进行研究这样的问题，迄今仍然众说纷纭。有人说中学数学教学是一门科学，也有人说中学数学教学是一门艺术，还有人说它既是一门科学，又是一门艺术，莫衷一是。然而，即便如此，对中学数学教学的研究却从来没有停止过。虽无定法，但却有规律可循。当前对中学数学教学的研究涵盖教与学两个方面，是教与学的统一。这样就涉及到以下诸方面的研究：教什么？学什么？怎么教？怎么学？教得怎样？学得怎样？为什么这样教与学？具体地说，以下课题特别受到重视。

第一，关于中学数学教学的教学目的问题。主要研究教学目的制定的依据，在中学数学教学中传授知识和发展学生能力的关系，研究中学数学教学的总体目标和阶段性目标的关系等。

第二，关于中学生学习心理问题。譬如，研究中学生学习数学的心理特征，中学生数学认知结构的形成和发展过程，中学生认知发展过程中外界条件的促进作用。

第三，关于数学思维的问题。包括研究数学思维的特点，如何培养学生的创新意识，如何发展学生的创造性思维等重要的课题。

第四，关于中学数学教学的教学原则问题。主要是在一般教学原则理论指导下，研究体现数学学科特征，适应学生认识规律的中学数学教学原则。

第五，关于中学数学教学的教学方法问题。主要研究诸如启发式教学思想、讲授教学法、发现教学法、自学辅导教学法和计

算机辅助教学等各种教学方式,以及这些教学方法如何适应数学特点,如何推进中学数学教学的科学化和现代化等。

第六,关于中学数学教学的整体改革问题。譬如,研究历史上的、中国的、外国的教学改革运动,研究如何使中学数学教学能适应社会进步和科技发展,研究如何获取现代各种教学改革的信息,如何引进先进教学改革的方案等。

第七,关于中学数学教学的“教学评价”问题。譬如,研究如何进行行政评价、教师评价、学生评价,研究教学评价中如何进行自我评价与相互评价,研究如何使教学评价计量化、科学化等。

1.1.2 中学数学教学研究的特点

学习和研究一门学科必须掌握它的特点。由于中学数学教学研究的对象十分复杂,它的理论还未达到精确化,人们对这一学科及其特点还没有统一的看法。下面着重介绍几个比较显著的基本特点。

一、综合性

所谓综合性是指中学数学教学研究是一门与数学、哲学、教育学、心理学、逻辑学等学科相关联的综合性学科。但中学数学教学研究不是这些学科的随意拼凑与组合,而是从数学与数学教学的特点出发运用这些学科的原理、结论、思想、观点和方法,来解决中学数学教学本身的问题。

研究数学教育、教学必须要有一定的数学修养,而且数学的造诣越高,越能把握数学内部的精髓,正是从这个意义上说,研究数学教学一刻也不能离开数学。但值得指出的是,数学教学不是数学的自然结果,因为数学教学有其自身的规律性。

数学学习是一个特殊的认识过程，它当然要受制于一般的认识规律。但是数学学习的对象有其自身的特点（如抽象性、概括性较强，基本上是演绎的体系，知识的前因后果联系比较紧密等），这样，数学学习又有其特殊性。数学教学研究的综合性就是这种一般性与特殊性的高度统一。这种统一不是简单地把特殊性作为一般性的肯定例证，换句话说，不是一般性结论加数学教学方面的例子，而是在一般性理论（教育学、心理学等）指导下，从数学教学的特殊性出发引出适合于数学教学的必要的一些结论，从而充实、丰富一般性结论。

中学数学教学研究的综合性特点要求我们，要注意与数学教学密切相关的学科的发展。例如，形式逻辑已较普遍地吸取了数理逻辑的一些研究方法和成果，认知心理学派提出关于数学认知结构的观点，教学论里吸收了许多系统论、信息论与控制论的观点，等等，都要引起我们的注意与研究。特别要防止已被其他学科抛弃的旧思想、旧观点、旧方法仍被我们奉若神明，这样，数学教育学就显不出时代特点了。

二、实践性

中学数学教学研究主要是研究中学数学教学的规律。其中有教学的规律、学生学习的规律、数学教学评价等，以及这些规律之间的关系，以期更有效地提高中学数学教学质量。

中学数学教学的实践性表现在以下三个方面：

第一，中学数学教学研究要以广泛的实践经验为其背景。实践始终是数学教学研究的源泉，离开了实践，数学教学就成为无源之水、无本之木。例如，在概念的教学，教师总结出许多方法，如揭示概念本质特征的对比、类比及正反例论证的方法；在体系中掌握概念的知识结构与内在联系的方法等等。这些都是我

们研究概念的教学与学习的丰富背景。离开这些背景，只是从理论到理论的论述，是不能解决教学实际问题的。

但是，任何实践经验，都缺乏一定的概括，都带有一定的局限性，它一般是与当时特定的情景、条件联系在一起的，因此，有必要加以提炼、概括，把它们上升为适用范围较广的理论，而这正是数学教学研究的任务之一。

第二，数学教学所研究的问题来自于实践。以数学学习和教学为例来说，就有许多悬而未决的问题需要去研究。如数学学习具有怎样的心理规律？数学问题解决的心理机制是什么？如何通过数学教学培养学生的创新意识和实践能力？现代化教学手段对教学内容选择、教学材料的组织、教学进度的影响，以及对学生学习态度、学习方法的影响等问题，都是当前亟待解决的问题，也是数学教学应该研究的问题。

第三，数学教学研究要能指导数学教学实践，并通过实践检验其理论。由于中学数学教学研究是对中学生学习数学知识、发展数学思维的规律以及数学教学规律的研究，其理论必将对中学教师的教学实践提供依据，指导教师的教学实践，并受中学数学教学实践的检验。

三、理论性

中学数学教学研究的理论性体现在，数学教学研究要符合数学学习、数学教学的一般规律，符合事物发展的趋势，符合其他学科的一般规律，符合实际。要根据数学教学过程的固有特性和本质规律来揭示数学教学过程，对数学学习、数学教学等方面的问题给予系统的回答。数学教学研究的实践性并不是脱离理论指导的盲目实践。因此，这门学科，不仅具有很强的实践性，同时又是一门理论。