

教育部審定

中學教師範學校用

美國哈佛大學天算碩士秦翰卿

著

民國新三角學教科書

上海商務印書館出版

上海商務印書館

教育部審定批語

中學師範用國民新教科書

三角學

此書章節次序
分配得宜理論
應用亦復精要
至附*號各節
能與教習以伸縮之
餘地用意更善
應准予審定作為
中學校及師
範學校用書

部(10)

The New Scientific Series:—Trigonometry

COMMERCIAL PRESS, LTD.

中華民國二年五月初版
中華民國五年九月三版

(民國新教科書三角學一冊)

(每冊定價大洋壹元)
(外埠酌加運費匯費)

編纂者 嘉定秦汾
發行者 商務印書館

印刷所 上海北河南路北首寶山路
商務印書館

總發行所 上海棋盤街中市
商務印書館

分售處 商務印書館分館

長沙寶慶常德衡州成都重慶
福州廈門廣州潮州汕頭
澳門香港桂林梧州雲南貴陽
石家莊哈爾濱新嘉坡

中華民國三年一月廿一日稟部註冊二月七日領到文字第一百六十二號執照

編輯大意

是書依據教育部令編輯。專爲中學校，女子中學校，及師範學校，女子師範學校之用。說理務求完備。俾學者思想得漸趨精密。豫備進習專門。用是書者宜注意下列數端。

一、本書首論坐標，正負及任何角等。此種觀念。不獨爲全書之基礎。並於高等學科大有關係。慎勿以其較難領會而舍之。

二、本書於對數僅述大略。足備檢表之用而已。至於對數原理。則宜於高等代數求之。

三、三角表及對數表之造法，三角級數 Trigonometric Series，複素量 Complex Quantities，特麥佛氏定理 De Moivre's Theorem，指數式 Exponential Form，雙曲線函數 Hyperbolic Function 等。超越中學範圍。均不備論。

四、本書內節款之不甚緊要，及問題之較難演算者。均以[*]爲記。倘時間無多。概可畧去。

五、本書習題。均附章節之末。既免間斷正文。並使

學者不能豫知應用法術公式。演算時不致強爲牽合。

六. 各校程度時間未必盡同。教材問題或當增損。是在教者。

七. 反三角函數記號宜用 arc 。但英美諸書多用 -1 指數。蓋習慣使然。不易驟革。吾國尙無定規。本書均用 arc 。期與德法諸書一律。

八. 西文名詞。間有不甚允洽。或不甚便利者。狃於習慣不易更變。其爲吾國尙未規定者。則爲特製新名。以便學者。

九. 本書習題答案。另刊小本。專供教員之用。

十. 本書重要名詞。於始見時均附註英字。卷末並列索引。以備檢查。

編輯時參攷書籍。其最要者則爲 Todhunter, Hobson, Casey, Locke, Hall and Knight, Loney, Wentworth, Granville 之作。習題亦多取於是。餘則編者教授及試驗時所命之題也。

編者識

三角學總目



(章)

(頁)

第一章 論角

第一節 角之計算法	1-3
習題 I	4-5
第二節 角之廣義	5-6
第三節 角之正負號	6-8
第四節 角之位置	8-13
習題 II	13-17

第二章 銳角之三角函數

第一節 三角比定義	18-22
習題 III	22-25
第二節 餘角之各比	25-26
第三節 同銳角諸比間之關係	26-29
習題 IV	29-32
第四節 45° , 60° , 30° 等諸角之各比	32-38
習題 V	38-40

第三章 對數及三角表 直角三角形

第一節 對數	41-45
第二節 對數表及三角表檢查	45-52
習題 VI	52-53
第三節 直角三角形	53-57
習題 VII	58-60
第四節 應用問題	60-65
習題 VIII	65-68

第四章 任何角之三角函數

第一節 任何角之八比定義	69-76
習題 IX	76-79
第二節 各比之變更; 0° , 90° , 180° , 270° , 360° 之各比	79-85
第三節 任何一角諸比之關係	85
第四節 $(90^\circ \pm x)$, $(180^\circ \pm x)$, $(270^\circ \pm x)$, $(360^\circ \pm x)$ 之諸比	86-89
第五節 任何象限內諸比化至第一象限法	89-91
第六節 等比之角	91-94
習題 X	94-98

第五章 幾角諸函數間之關係

第一節 兩角之和之函數	99-102
第二節 兩角之較之函數	102-105
第三節 兩角函數之和較及積	105-107
習題 XI	107-110
第四節 倍角之函數	110-113
第五節 分角之函數	113-120
習題 XII	120-124

第六章 斜角三角形

第一節 三角形諸邊及諸角間之關係	125-133
習題 XIII	133-136
第二節 斜三角形之解法	136-148
習題 XIV	149-152
習題 XV	152-155
習題 XVI	155-162

第七章 三角形之性質及多邊形

第一節 三角形之性質	163-169
第二節 正式多邊形	169-172
習題 XVII	172-176

第八章 反函數,圖形消去法及三角方程

第一節 反三角函數 177-179

習題 XVIII 179-182

第二節 圖形 182-185

習題 XIX 186

第三節 消去法 186-190

習題 XX 190-192

第四節 三角方程解法 192-194

習題 XXI 195-196

公式集要 197-199

中西名詞索引

中學新教科書

三角學

第一章

論角

第一節 角之計算法

1. 角 兩不同向之直線相交則成角 Angle。

角之大小視兩相交線中間之開闊而定，與相交線之長短無涉。

凡量角必先指定一角爲單位 Unit。

2. 六十分法 兩互垂線相交而成之角，謂之直角。故半周等於兩直角，全周等於四直角。

設以直角分爲九十等份，則每份謂之一度之角
An angle of one degree。此一度之角往往用爲量角之單位。凡一角能適容此單位角若干次者，則謂之若干

度之角，或謂之等於若干度。

例如，一直角等於九十度，全周等於四直角，即為三百六十度。

以一度之角分為六十等份，所得之每份即謂之一分之角 An angle of one minute。凡角之適能容此一分之角若干次者，可以幾分，或幾度幾分表之。

例如，二度半之角，可謂之二度三十分。

以一分之角分為六十等份，每份即謂之一秒之角 An angle of one second。凡角之等於幾度幾分有零者，以幾度幾分幾秒表之。

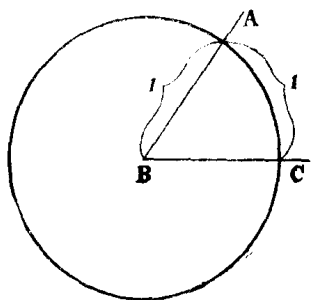
例如，三度五分半之角，可以三度五分三十秒表之，三度八分之一，等於三度七分三十秒。

度，分，秒三字往往用 $^{\circ}$, $'$, $''$ 三符號表之。如三度七分三十秒，寫作 $3^{\circ} 7' 30''$ 。

用度，分，秒表角之大小謂之六十分法 Sexagesimal system。

3. 圖周法 設有一角 ABC 。試以角尖 B 為心，以 1 為半徑作圓。是圓與 BC 及 BA 線交於 C 點及

△點。如是，則 $\angle ABC$ 爲中心角，故與其弧 AC 成正比例。故 $\angle ABC$ 之大小可以 AC 弧之長量之。若 AC 弧等於半徑（即 1），則 $\angle ABC$ 卽爲圓周法 Circular System 內之單位角。其名曰半徑度 Radian。



若某角與此單位角之比爲若干，則此角卽謂之等於若干半徑度。

4. 由幾何學之理。知圓周 C 與其半徑 R 之比爲 2π 。故若 $R = 1$ ，則 $C = 2\pi$ 。故全圓周四直角等於 2π 半徑度。故 $360^\circ = 2\pi$ 半徑度。

於是，得 1 半徑度 $= \frac{360}{2\pi}$ 度 $= 57^\circ 17' 45''$ ，

1 度 $= \frac{2\pi}{360}$ 半徑度 $= 0.17453$ 半徑度。

以半徑度爲量角之單位者，謂之圓周法。此法在高等數學多用之。

習題 I

1. $24\frac{1}{2}$ 度, $30\frac{1}{2}$ 度, 37820 分, 89624 秒 試化成度分秒式.

2. $3\frac{2}{3}$ 直角, $\frac{5}{9}$ 直角, $\frac{7}{9}$ 直角; 試化成度分秒式.

3. 1 直角, 3 直角, $\frac{4}{3}$ 直角; 各等於若干半徑度.

4. 30° , 45° , 60° , 180° , 270° ; 各等於若干半徑度.

5. $37^\circ 30'$, $123^\circ 45'$, $11^\circ 15'$; 各等於若干半徑度.

6. π 半徑度, $\frac{1}{3}\pi$ 半徑度, $\frac{5}{4}\pi$ 半徑度, $\frac{7}{4}\pi$ 半徑度, $\frac{1}{2}\pi$ 半徑度, 各等於若干度.

7. 3 半徑度, 5.2 半徑度; 各等於若干度.

$$(\pi = 3.1416)$$

8. 試徒手作 30° , 60° , 45° , 120° , 160° 等角.

9. 試徒手作 1 半徑度, 2 半徑度, 3 半徑度等角.

10. 地球之半徑為 4000 英里. 有同在赤道上兩點, 其經度相差 $63^\circ 30'$. 問兩點相距若干英里.

11. 有齒輪其半徑爲三尺，上有齒一百十三個。問二齒間之距離爲幾尺。

12. 設時鐘分針之長爲三寸半，問其極端於二十五分鐘內行過之弧長幾何。

13. 在赤道上經度相差 1 度，則距離爲 69.170 英里。問赤道之半徑爲若干英里。

14.* 百分法 Centesimal System 內所用之單位角爲直角之百分之一。此單位角名曰級 Grade。問一級等於若干度，一級等於若干半徑度。

15.* 50 級，72 級，34 級，諸角各等於若干度。

16.* π 半徑度， $\frac{3}{4}\pi$ 半徑度，3 半徑度，5 半徑度，諸角各等於若干級。

17.* $54^\circ 32'$ ， $78^\circ 49'$ ， $182^\circ 34' 30''$ ，諸角各等於若干級。

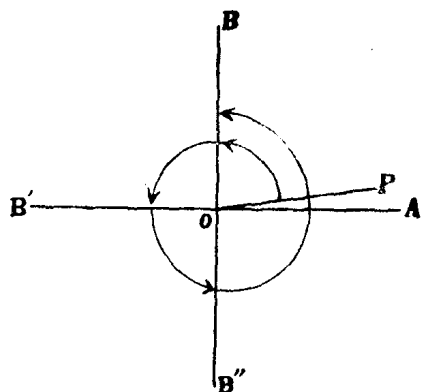
第二節 角之廣義

5. 有同在一處之兩線。若一線在線上之一點旋轉，則此線與不動之線成各種之角。

此線旋過若干度，即謂此線與不動線成若干度之角。

例如，設 OP 線本與 OA 線同在一處。今 OP 在 O 點旋

轉。OP 旋轉至 OB 時與 OA 成一直角。至 OB' 時與 OA 成二直角至 OB'' 時與 OA 成三直角。若 OP 旋過 OA 而再至 OB，則與 OA 成五直角，即 450° 。



依此則 OP 與 OA 所成之角，不限定小於 360° 。若 OP 旋轉不已，則與 OA 所成之角，可大於任若干度。

故依角之廣義，則一角之大小，不僅視其二邊間之開闔而定，並須視旋轉之邊，曾經過他邊幾次。

例如，若 OP 旋轉，曾經過 OA 四次而後至 OB，則 OP 與 OA 成 $4 \times 360^\circ + 90^\circ$ 之角。

第三節 角之正負號

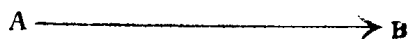
6. 正負 凡幾何之可有相反之兩方向者，則可用正負號表其方向。

例如，寒暑表以冰點為零度。溫度可高於冰點，並可

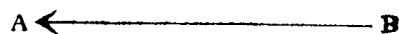
低於冰點，高於冰點若干度謂之正若干度。低於冰點若干度謂之負若干度。

7. 正負線 一點引長則成線。若有 AB 一線，可作為自 A 點引至 B 點而成，亦可作為自 B 點引至 A 點而成。欲表明其分別，則 AB 線可謂之正線，而 BA 線則謂之負線。蓋此二線之長雖等而方向則相反。故

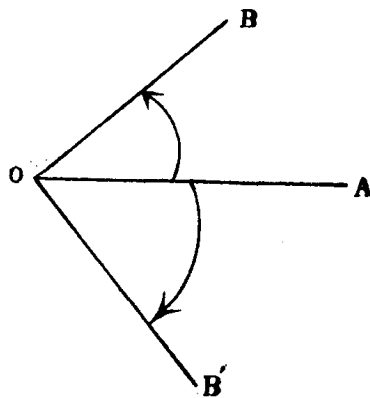
$$AB = -BA,$$



$$BA = -AB,$$



8. 正負角 若兩線本同在一處，而一線旋轉則與他線成角。如 OP 線本與 OA 線同在一處。若 OP 順右手指（即逆鐘向 Counter-clockwise）旋轉至 OB ，則與 OA 成 $\angle AOB$ 。若 OP 線逆右手指（即順鐘向 Clockwise）旋轉至於 OB' ，則與 OA 成 $\angle AOB'$ 。欲表兩角旋出方向之分別，則以前角為正角，以後角為負角。究竟



何種角應作為正，並無一定之理由。惟依向來之習慣。凡角之因其一邊順右手指旋轉而成者，謂之正角，如 $\angle AOB$ 。逆右手指旋轉而成者，謂之負角，如 $\angle AOB'$ 。

故若 $\angle AOB$ 與 $\angle AOB'$ 之大小同，則 $\angle AOB = -\angle AOB'$

若 OP 順右手指旋至 OB ，

則 $\angle AOB = +90^\circ$ ，若至 OB'' ，

則 $\angle AOB'' = +270^\circ$ 。

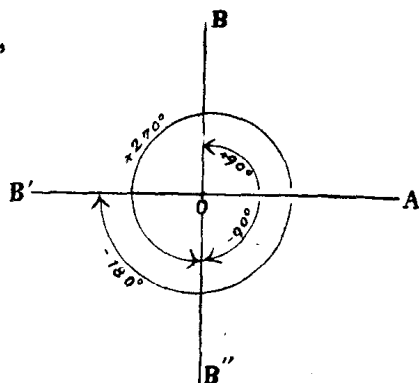
若 OP 逆右手指旋至 OB'' ，

則 $\angle AOB'' = -90^\circ$ ，若至 OB' ，

則 $\angle AOB' = -180^\circ$ ，若經過

OA 而再至 OB'' ，

則 $\angle AOB'' = -450^\circ$ 。



第四節 角之位置

9. 象限 若通過一點作兩互垂線，則此兩線等分全平面為四份。每份謂之一象限 Quadrant。

上左角一份名為第一象限，

上右角一份名為第二象限，

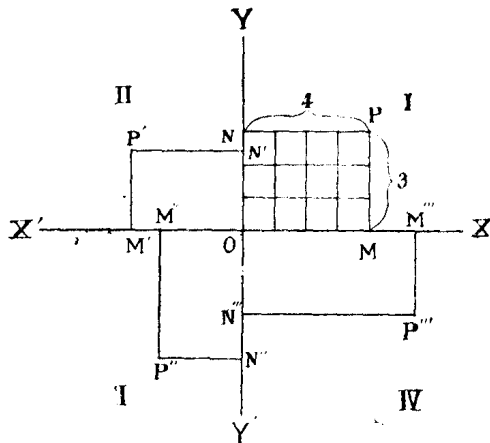
下右角一份名為第三象限，

下左角一份名為第四象限。

10. 點之位置 設 XX' 及 YY' 為通過 O 點之

兩互垂線， P 為平面上之任一點，則 P 之位置視 P 至 YY' 線之距離及至 XX' 之距離（即 NP 及 MP ）而定。

例如，某點至 YY' 之距離為 4，至 XX'



之距離為 3，則此點必在 P 處（見圖）。

NP 及 MP 兩幾何謂之 P 點之坐標 Co-ordinates. NP 名橫坐標 Abscissa. MP 名縱坐標 Ordinate. XX' 及 YY' 兩線謂之坐標軸 Axes of Co-ordinates. XX' 謂之 X -軸, YY' 謂之 Y -軸. O 點謂之原點 Origin.

設 P 為第一象限內之點，則 P 之橫坐標為 NP ,
縱坐標為 MP .

設 P' 為第二象限內之點，則 P' 之橫坐標為 $N'P'$,
縱坐標為 $M'P'$.