

面向21世纪课程教材



工程力学实验

Experiments in Engineering Mechanics

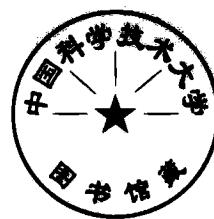
王杏根 高大兴 徐育澄 主编

华中科技大学出版社

面向21世纪课程教材

工程力学实验

王杏根 高大兴 徐育澄 主编



华中科技大学出版社
· 武汉 ·

图书在版编目(CIP)数据

工程力学实验/王杏根 高大兴 徐育澄 主编
武汉:华中科技大学出版社, 2002年5月
ISBN 7-5609-2687-8

I. 工…
II. ①王… ②高… ③徐…
III. 工程力学-高等学校-教材
IV. TB12

工程力学实验

王杏根 高大兴 徐育澄 主编

责任编辑:叶见欣

封面设计:刘卉

责任校对:张兴田

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)87545012

录 排:华中科技大学出版社照排室

印 刷:湖北新华印务有限公司

开本:787×1092 1/16

印张:12.5

字数:210 000

版次:2002年5月第1版

印次:2002年5月第1次印刷

印数:1—2 000

ISBN 7-5609-2687-8/TB·53

定价:16.00元

(本书若有印装质量问题,请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

华中科技大学是教育部面向 21 世纪《工科本科力学系列课程教学内容和体系改革的研究与实践》项目主持单位之一。本书根据该项目提出的分层次、小型、模块化课程设置的指导思想,将原理论力学、材料力学和工程力学等基础力学课程实验进行综合,融为一体,架构为《工程力学实验》。

在内容上,将实验分为基本实验和选择性实验两类。在基本实验方面,注意提高基本实验的质量,更新和改造了以验证为主的一些基础实验。在动态测试部分,引入了振动、动平衡、动应变、动应力测量等实验内容;在选择性实验方面,推出了一批具有较强工程应用背景的实验,如含缺陷体材料力学性能测试等。有部分是演示实验,这有助于扩大学生视野。

本书可作为工科各专业学习基础力学课程时的实验教材,也可作为相关专业技术人员的参考书。

前 言

教育部面向 21 世纪《工科本科力学系列课程教学内容和课程体系改革的研究与实践》项目于 1996 年 1 月启动,华中科技大学力学系是主持单位之一。作者对近几年的实验教学改革进行了认真总结,结合多年从事基础力学实验教学的体会,在独立设课、多轮试点、反复修改的基础上编写了本书。在编写中,我们作了以下考虑:

1. 将原理论力学、材料力学、工程力学等基础力学课程实验,进行综合,融为一体,架构为《工程力学实验》模块,独立设课。既配合理论教学,又相对独立,并有自己相应的目标和要求。
2. 在内容上,将实验分为基本实验和选择实验两类。

在基本实验方面,注重提高基本实验的质量,如采用图解法测定材料的拉、压力学性能和扭转力学性能指标;更新和改造了以验证为主的一些基础实验,如弯曲正应力实验采用夹层梁(或叠梁)装置,薄壁圆管弯扭组合变形时内力素的测定可由学生选择组桥方案;在动态测试中,引入了振动、动平衡、刚架结构的动应变、动应力测量等实验内容;既考虑了金属材料,也考虑了复合材料等其它材料的实验,如复合材料力学性能测试;一些实验考虑了系列性,将实验内容连贯起来形成了实验链,如平面应变断裂韧度 K_{IC} 的测定。

为贯彻“因材施教”和不同专业的需求,本书推出了一批选择性实验,这些实验一般具有较强的工程应用背景。如稳定与屈曲实验,旋转件的动态应变测量,硬化指数 n 、残余应力、裂纹扩展速率、延性断裂韧度等力学参数的测定等;在选择性实验中,有部分实验是演示实验,如温度对材料力学性能的影响、疲劳、光测应力、冲击等实验项目,这类实验有助于扩大学生视野。

各类力学性能指标测定均依据国家标准执行。

3. 在内容处理上,对已学过的基本理论,只引用“结论”,注重“结论”在实验中的应用;对学生未学过的理论,注重基本概念和物理意义

的叙述；在实验数据处理上，对工程应用较多的方法则列举实例以供参考。

本书共安排实验 23 个，其中基本实验 10 个，选择性实验 13 个，供不同的专业和不同的学时要求选用。

本书由王杏根、高大兴负责全书的统稿。其中 1-1、1-3～1-6、2-13、及附录 B-2、B-3-1、B-4 和 B-5 由徐育澄编写；1-7、2-4、2-5、2-7、2-8 由王杏根编写；1-8～1-10 由肖锡武和李誉编写；2-9 由刘敦康编写；附录 B-1、B-3-2 由胡鹏编写；附录 A-4 由伍行健编写；2-3 由匡健供稿；其余由高大兴编写。

清华大学徐秉业教授、武汉理工大学李卓球教授、湖北工学院余天庆教授，以及华中科技大学刘再华教授审阅了本书稿，提出了宝贵的修改意见。在本书编写过程中，得到校内外有关专家和老师的帮助和指教，谨此一并致谢。编者还要感谢华中科技大学出版社的支持和有关编辑耐心、细致的工作。

由于编者水平有限，书中难免存在一些错误和不足之处，敬请读者批评指正。

作 者

2001 年 6 月于华中科技大学

目 录

第一章 基本实验	(1)
1-1 金属材料拉伸实验	(1)
1-1-1 图解法测定金属材料拉伸时的力学性能	(1)
1-1-2 用卸荷法测定金属材料的规定残余伸长应力 σ_r	(10)
1-2 复合材料拉伸实验	(13)
1-2-1 图解法测定复合材料的拉伸力学性能	(13)
1-2-2 用电测法测定复合材料的弹性常数	(18)
1-3 金属材料压缩实验	(20)
1-4 金属材料扭转实验	(24)
1-4-1 用逐级加载法或指针法测定金属材料扭转时的力学性能	(24)
1-4-2 用图解法测定金属材料的扭转力学性能	(29)
1-5 梁弯曲正应力实验	(33)
1-6 弯扭组合变形时的内力素测定	(38)
1-7 平面应变断裂韧度 K_{Ic} 的测定	(42)
1-8 振动实验	(51)
1-8-1 测定梁的各阶固有频率	(51)
1-8-2 测定梁的主振型	(56)
1-8-3 阻尼率测试	(59)
1-8-4 测定圆板各阶固有频率及主振型	(62)
1-9 刚性转子的动平衡实验	(64)
1-10 刚架的动力特性与动态应变测量	(69)
1-10-1 刚架的动态应变测量	(69)
1-10-2 刚架的动力特性测量	(75)
1-10-3 刚架的动力吸振实验	(80)
第二章 选择性实验	(84)
2-1 测定复合材料切变模量 G	(84)
2-2 金属薄板应变硬化指数 n 值测试	(86)
2-3 钻盲孔法测量残余应力	(87)
2-4 压杆稳定实验	(89)

2-5 大挠度压杆稳定性实验	(92)
2-6 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 的测试	(94)
2-6-1 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 的测试(CT 和 CCT 试样)	(94)
2-6-2 疲劳裂纹扩展速率 da/dN 的测试(TPB 试样)	(101)
2-7 裂纹尖端张开位移 CTOD 的测定	(104)
2-8 延性断裂韧度 J 积分的测定	(113)
2-9 旋转件应力测量实验	(123)
2-10 温度对材料力学性能的影响	(127)
2-11 疲劳实验	(128)
2-12 光弹性实验	(133)
2-13 冲击试验	(137)
附录 A 实验数据处理和误差分析	(140)
A-1 数理统计名词解释	(140)
A-2 误差的基本概念	(143)
A-3 实验数据的处理	(149)
A-4 计算机数据采集与分析	(155)
A-4-1 采样与量化	(155)
A-4-2 采样过程的数学描述	(156)
A-4-3 数据采集硬件的主要技术指标和选用原则	(157)
A-4-4 离散数据的幅值域分析	(157)
A-4-5 离散数据的频域分析函数	(159)
附录 B 实验设备和仪器简介	(161)
B-1 电子万能试验机	(161)
B-2 力传感器与电子引伸计	(166)
B-3 动态电阻应变仪	(167)
B-3-1 YD—21 型动态电阻应变仪	(167)
B-3-2 YE3817 型应变放大器	(170)
B-4 3033 型 x-y 函数记录仪	(172)
B-5 YB 型引伸计检定仪与电子引伸计的标定	(174)
附录 C 附表	(181)
附表 1 单位换算表	(181)
附表 2 $Y(a/W)$ 值	(181)
附表 3 相关系数 γ 、显著性检验表	(184)
附表 4 t 分布的临界值表	(185)

附表 5 标准正态偏量	(186)
附表 6 标准差修正系数 K	(188)
附录 D 相关的国家标准(GB)目录	(189)
参考文献	(190)

第一章 基本实验

1-1 金属材料拉伸实验

1-1-1 图解法测定金属材料拉伸时的力学性能

拉伸实验可测定材料的一些基本力学性能。常见的测试方法有图解法、指针法或逐级施力法。本实验采用图解法。

一、实验目的

- (1) 测定弹性模量 E 。
- (2) 测定强度性能指标：
 - ① 规定非比例伸长应力 σ_p 。
 - ② 屈服点 σ_s (或上屈服点 σ_{su} 和下屈服点 σ_{sl})。
 - ③ 抗拉强度 σ_b 。
- (3) 测定塑性性能指标：
 - ① 断后伸长率 δ_k 。
 - ② 断面收缩率 ψ 。
- (4) 绘制真应力-应变 ($S-e$) 曲线。
- (5) 测定材料的应变硬化指数 n 。

二、实验设备和仪器

- (1) 电子(或普通)万能试验机。
- (2) 电子引伸计。
- (3) 引伸计检定仪。
- (4) 力传感器。
- (5) 动态电阻应变仪。
- (6) $x-y$ 函数记录仪。
- (7) 游标卡尺。

注:若在电子万能试验机上进行实验,则无需配置(2)~(6)项仪器。

三、实验试样

拉伸试样的形状随金属产品的品种、规格及试验目的不同而分为圆形、矩形及异形三类。最常用的是圆形和矩形试样。

圆形和矩形试样均由夹持、过渡和平行三部分组成(见图 1-1)。夹持部分稍大,过渡部分以圆角与平行部分光滑地连接,以保证试样破坏时断口在平行部分。夹持部分的形状和尺寸依据试样大小、材料特性、试验目的以及试验机夹具的结构进行设计。平行部分长度为 l ,对于圆形试样,不小于 $l_0 + d_0$,对于矩形试样,不小于 $l_0 + \frac{b_0}{2}$ 。

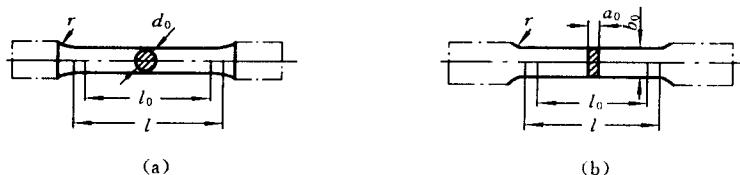


图 1-1 拉伸试样

(a) 圆形试样; (b) 矩形试样

按试样原始标距 l_0 和原始横截面面积 A_0 之间的关系分,试样可分为比例试样和定标距试样两种。比例试样 $l_0 = K \sqrt{A_0}$,系数 K 通常取 5.65 或 11.3,前者称为短比例试样(简称短试样),后者称为长比例试样(简称长试样)。对于圆形试样, l_0 分别等于 $5d_0$ 和 $10d_0$,一般应采用短比例试样。定标距试样的 l_0 与 A_0 无上述比例关系。

原始标距 l_0 与标称标距的偏差应小于 $\pm 0.5\%$ 。处理数据时可忽略偏差而直接用标称标距计算。

对试样形状、尺寸和加工技术要求在国家标准 GB6397—86 中均有明确规定。

四、实验原理

将仪器按图 1-2 所示的布置。在试验过程中,力传感器和电子引伸计分别将感受到的载荷和变形转换为电信号输入到动态电阻应变仪的两个通道,经放大后分别输入 x-y 函数记录仪,x-y 函数记录仪就自动绘制出载荷-伸长($F-\Delta l$)曲线。一般自动绘制的曲线,是从初载荷 F_0 开始的,因此,应予以修正(见

图 1-3)。

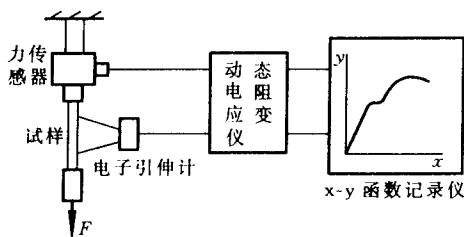


图 1-2 自动绘制 $F-\Delta l$ 曲线仪器布置

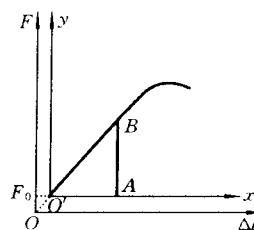


图 1-3 自动绘制曲线的修正

1. 弹性模量 E

弹性模量 E 是材料在服从胡克定律的范围内应力与应变之比, 可从记录曲线的弹性直线段上读取相距尽量远的 O' 、 B 两点间的载荷增量示值 \overline{AB} 和伸长增量示值 $\overline{O'A}$ (见图 1-3), 再按下式计算:

$$E = \frac{nm \overline{AB} l_e}{\overline{O'A} A_0 \text{平均}} \quad (1-1)$$

式中: n 为伸长放大倍数; m 为每格代表的力值; \overline{AB} 为载荷增量示值; $\overline{O'A}$ 为伸长增量示值; l_e 为电子引伸计标距; A_0 为试样原始横截面平均面积。

用来计算弹性模量 E 的 $F-\Delta l$ 曲线, 其载荷轴比例的选择应使弹性直线段的高度超过载荷轴量程的 $3/5$, 其伸长放大倍数的选择应使弹性直线段与载荷轴的夹角不小于 40° 。

2. 强度性能指标

1) 规定非比例伸长应力 σ_p

试样标距部分的非比例伸长达到规定的原始标距的百分比时的应力, 称为规定非比例伸长应力, 记为 σ_p 。所谓非比例伸长是指超出载荷与伸长成正比范围的那部分伸长。如图 1-4 所示, $F-\Delta l$ 曲线上 C 点的总伸长为 AC , 比例伸长为 AB , BC 就是非比例伸长。这里规定的百分比称为规定非比例伸长率, 记为 ϵ_p 。相应的应力应用下标说明, 如 $\sigma_{p0.01}$ 、 $\sigma_{p0.05}$ 和 $\sigma_{p0.2}$ 分别表示 ϵ_p 为 0.01% 、 0.05% 和 0.2% 时的非比例伸长应力。

通常把 $\sigma_{p0.01}$ 称为条件比例极限, $\sigma_{p0.2}$ 称为屈服强度。

σ_p 测定: 在 $F-\Delta l$ 曲线(见图 1-5)上, 自弹性直线段与伸长轴的交点 O 起, 截

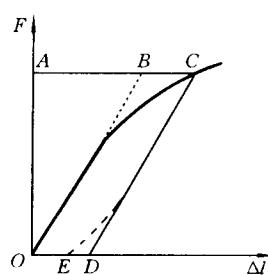


图 1-4 总伸长、比例伸长、非比例伸长和残余伸长的定义

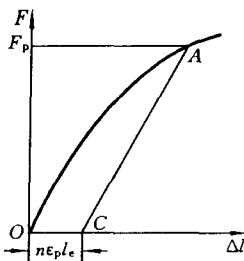


图 1-5 规定非比例伸长应力图解法

取 OC , 使 $\overline{OC} = n\epsilon_p l_e$ (n 为伸长放大倍数, l_e 为电子引伸计标距, ϵ_p 为规定非比例伸长率), 过 C 点作弹性直线段的平行线交曲线于 A 点, A 点所对应的载荷 F_p 即为规定非比例伸长力。按下式计算规定非比例伸长应力:

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_0} \quad (1-2)$$

为使图解法测得的结果误差不致于太大, 国标 GB228—87 规定: 载荷轴每毫米所代表的应力一般不应大于 10N/mm^2 , 曲线的高度应使 F_p 处于载荷轴量程的 $1/2$ 以上, 伸长放大倍数的选择应使图中 \overline{OC} 段长度不小于 5mm 。

对于 $F-\Delta l$ 曲线无明显弹性直线段的材料, 可用滞后环法确定 F_p 。

滞后环法: 先估计规定非比例伸长应力, 称为预期规定非比例伸长应力, 记为 σ'_p 。由此确定相应的载荷 F'_p , 称为预期规定非比例伸长力。连续加载至 F'_p , 再卸载至约 F'_p 的 10% , 接着加载至包络线以后, 正常情况下将绘出一个滞后环(见图 1-6)。通过滞后环两端点画一直线, 从曲线的真实原点 O 起截取 OC ($\overline{OC} = n\epsilon_p l_e$), 过 C 点作直线 CA 平行于上述所画直线, 交曲线于 A 点, A 点对应的力 F_p 即为规定非比例伸长力(见图 1-6(a))。若 CA 线位于滞后环右侧, 则以 CA 线与包络线的交点所对应的载荷 F_p 作为规定非比例伸长力(见图 1-6(b)、(c))。

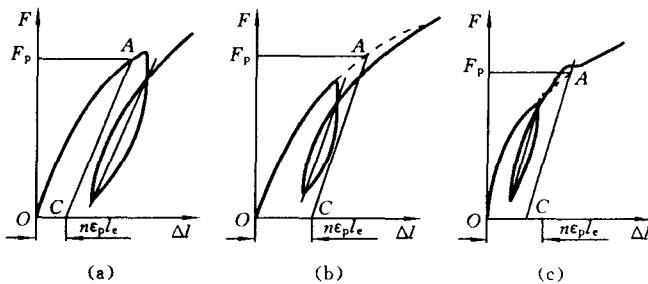


图 1-6 滞后环法求规定非比例伸长应力

2) 屈服点 σ_s 、上屈服点 σ_{su} 和下屈服点 σ_{sl}

有些金属材料受力时具有明显的物理屈服现象, 它们的 $F-\Delta l$ 曲线有图 1-7 所示的四种类型。

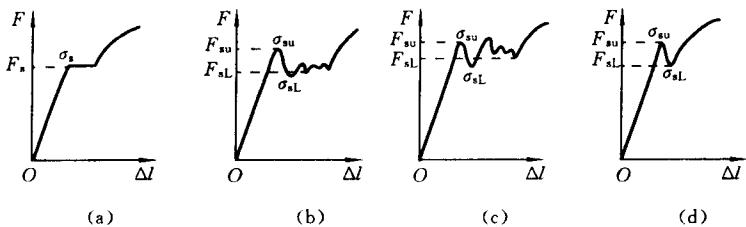


图 1-7 屈服点、上屈服点和下屈服点定义

屈服点 σ_s : 试验时载荷恒定, 变形仍持续增加时的应力(见图 1-7(a));

上屈服点 σ_{su} : 屈服阶段中, 载荷首次下降前的最大应力(见图 1-7(b)、(c)、(d));

下屈服点 σ_{sL} : 屈服阶段中, 不计初始瞬时效应时的最小应力(见图 1-7(b)、(c)、(d))。

用图解法确定 σ_s 、 σ_{su} 和 σ_{sL} 时, $F-\Delta l$ 曲线的载荷轴比例与测定 σ_p 时相同, 伸长放大倍数根据材质选择, 应使曲线至少能绘制到屈服阶段结束。从图上采集数据 F_s 、 F_{su} 或 F_{sL} , 按以下公式计算相应应力:

$$\text{屈服点}, \quad \sigma_s = \frac{F_s}{A_0} \quad (1-3a)$$

$$\text{上屈服点}, \quad \sigma_{su} = \frac{F_{su}}{A_0} \quad (1-3b)$$

$$\text{下屈服点}, \quad \sigma_{sL} = \frac{F_{sL}}{A_0} \quad (1-3c)$$

若无特殊要求, 通常只测定 σ_s 或 σ_{sL} 。

3) 抗拉强度 σ_b

抗拉强度 σ_b 是材料所能承受的最大应力。可根据 $F-\Delta l$ 曲线采集最大载荷 F_b , 按下式计算抗拉强度:

$$\sigma_b = \frac{F_b}{A_0} \quad (1-4)$$

3. 塑性性能指标

1) 断后伸长率 δ_k

断后伸长率是试样拉断后标距的伸长与原始标距的百分比, 即

$$\delta_k = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100\% \quad (1-5)$$

下标 k 表示试验所用试样类别: 长试样 k 取 10, 短试样 k 取 5, 定标距试样 k 取标距长度。

试样的塑性变形集中在缩颈处并向两边逐渐减小。因此，断口位置不同，标距部分的塑性伸长也不同。若断口在试样中部，发生严重塑性变形的缩颈段全部在标距长度内，标距长度就有较大的塑性伸长量；若断口距标距端很近，则发生严重塑性变形的缩颈段只有一部分在标距长度内，另一部分在标距长度外，因此，标距长度的塑性伸长量就小。这说明断口位置对测得的伸长率有影响。为避免这种影响，国标 GB228—87 对 l_1 的测定作了如下规定。

试验前将试样标距分成十等分。若断口到邻近标距端距离大于 $l_0/3$ ，则可直接测量标距两端点间的距离。若断口到邻近标距端距离小于或等于 $l_0/3$ ，则应用所谓移位法（亦称为补偿法）测定：在长段上从断口 O 点起取长度基本上等于短段格数的一段，得 B 点，再由 B 点起取等于长段所余格数（偶数）之半得 C 点（见图 1-8(a)）；或取所余格数（奇数）减 1 与加 1 之半得 C 与 C_1 点（见图 1-8(b)）；移位后的 l_1 分别为：

$$\overline{AO} + \overline{OB} + 2\overline{BC} \quad \text{或者} \quad \overline{AO} + \overline{OB} + \overline{BC} + \overline{BC_1}$$

测量时，两段在断口处应紧密对接，尽量使两段轴线在一直线上。若断口处形成缝隙，此缝隙应计入 l_1 内。

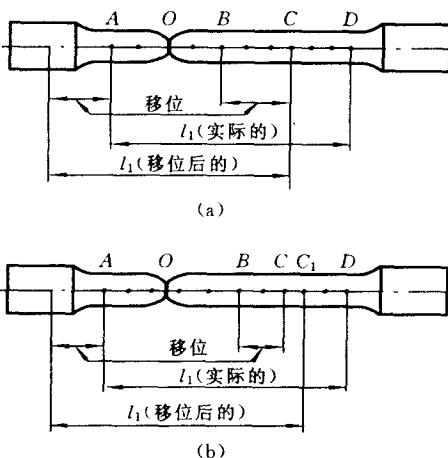


图 1-8 测 l_1 的移位法

对于材料相同、尺寸不同的试样，测得之伸长率是不同的。据实验知，试样缩颈前的均匀塑性伸长变形 Δl_B 由试样的原始标距 l_0 决定：

$$\Delta l_B = \beta l_0 \quad (a)$$

试样缩颈后的局部塑性伸长变形 Δl_U 由试样的原始横截面面积 A_0 决定：

$$\Delta l_U = \gamma \sqrt{A_0} \quad (b)$$

总的塑性伸长变形 Δl_K 为

$$\Delta l_K = \Delta l_B + \Delta l_U = \beta l_0 + \gamma \sqrt{A_0} \quad (c)$$

所以

$$\delta_k = \frac{\Delta l_K}{l_0} = \beta + \gamma \frac{\sqrt{A_0}}{l_0} \quad (1-6)$$

式中: β, γ 是与材料有关的常数。

要使材料相同、尺寸不同的试样能测得相同的伸长率, 必须使 $\frac{\sqrt{A_0}}{l_0}$ 是常数, 为此国标选定 $\frac{l_0}{\sqrt{A_0}} = 5.65$ 或 11.3, 对于圆柱试样, 就相当于 $l_0 = 5d_0$ (短试样) 或 $l_0 = 10d_0$ (长试样)。

用短试样测得的断后伸长率记为 δ_5 , 用长试样测得的断后伸长率记为 δ_{10} 或 δ 。显然, $\delta_5 > \delta_{10}$, 由试验知, 同种金属材料 δ_5 比 δ_{10} 大 1.2~1.5 倍。

工程上把 $\delta > 5\%$ 的材料称为塑性材料, 把 $\delta < 5\%$ 的材料称为脆性材料。

2) 断面收缩率 ψ

断面收缩率 ψ 是试样拉断后缩颈处横截面积的最大缩减量与原始横截面积的百分比, 即

$$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\% \quad (1-7)$$

对于圆柱试样, 测定 A_1 时, 应将试样两段对接起来, 在缩颈最小处两个相互垂直方向上测量其直径, 用二者的算术平均值计算 A_1 。

4. 绘制真应力-应变曲线 ($S-e$ 曲线)

在《工程力学基础》中已经知道, 在缩颈之前的均匀变形阶段, 真应力 S 、真应变 e 与工程应力 σ 、工程应变 ϵ 有下述关系:

$$S = \sigma(1 + \epsilon), \quad e = \ln(1 + \epsilon) \quad (1-8)$$

图 1-9 定性地示出了有屈服阶段的材料的 $S-e$ 曲线。 OA 为弹性阶段, AB 为屈服阶段, BC 为强化阶段, CD 为局部变形阶段。

在 OA 弹性阶段, 由于变形很小, $S-e$ 曲线与 $\sigma-\epsilon$ 曲线相近似。

在 AB 屈服阶段, 由于横截面减小, $S-e$ 曲线不像 $\sigma-\epsilon$ 曲线那样呈平台, 而为上升曲线。

在 BC 强化阶段, 有多种描述它的经验公式, 通常用 Hollomon 幂律公式描

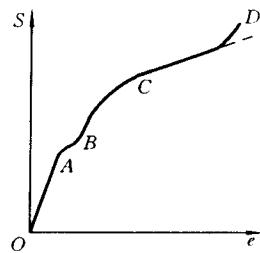


图 1-9 有屈服阶段的材料的
真应力-应变曲线

述为

$$S = ke^n \quad (1-9)$$

式中: k 为应变硬化系数; n 为应变硬化指数(或形变强化指数),它反映材料形变强化的能力。在塑性力学和断裂力学中将用到 n ,它介于 0 到 1 之间;在极限情况下, $n=1$ 是线弹性情况, $n=0$ 是理想塑性情况。

在 CD 局部变形阶段。实验证明, C 点以后有很长一段近似直线,最后曲线上翘,这是试样缩颈到一定程度后形成三向应力状态,使变形困难之故。

作 $S-e$ 曲线时, OA 阶段可近似地认为与 $\sigma-\epsilon$ 曲线相同。

在均匀塑性变形阶段,可从 $F-\Delta l$ 图上采集足够多的($F, \Delta l$)数据,从而计算出 σ, ϵ 值,再据(1-8)式计算出 S, e 值,就可描绘出均匀塑性变形部分 AC 段的 $S-e$ 曲线。

要根据实验确定 CD 段的 $S-e$ 曲线,需测量变形过程中缩颈处最小横截面的直径,这存在技术上的困难。

从 $F-\Delta l$ 曲线上采集($F, \Delta l$)数据:屈服前根据相等载荷间隔确定相应伸长量 Δl ,屈服后根据相等伸长间隔确定相应载荷 F ,缩颈后不再取数据。

5. 确定应变硬化指数 n

对(1-9)式取对数得:

$$\log S = \log k + n \log e \quad (1-10)$$

这说明,在双对数坐标纸上 S 和 e 呈直线关系, $\log k$ 是截距, n 是斜率。

但(1-10)式是由经验公式(1-9)式得到的,实验所得数据在双对数坐标纸上并不严格呈直线关系。因此,要做的工作就是采集相应实验数据,用它们拟合直线 $\log S = \log k + n \log e$,从而求出应变硬化指数 n 和标准差 s 。

数据采集:在 $F-\Delta l$ 曲线上,从材料屈服后(对于有明显屈服阶段的材料,在屈服阶段结束后;对于无明显屈服阶段的材料,在应力达到 $\sigma_{0.2}$ 以后)到最大载荷之间,取大致相等间隔的伸长量,确定相应的载荷,得到 N 对($\Delta l, F$)数据, N 不应少于 5。

由数据($\Delta l, F$)计算出相应的(e, S)值,从而得到 N 对($\log e, \log S$)数据,用最小二乘法计算应变硬化指数 n 及其标准差 s :

$$n = \frac{N \sum_{i=1}^N (\log e_i \log S_i) - \sum_{i=1}^N \log e_i \sum_{i=1}^N \log S_i}{N \sum_{i=1}^N (\log e_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^N \log e_i \right)^2} \quad (1-11)$$

令

$$X_i = \log e_i, \quad Y_i = \log S_i, \quad a = \log k$$

则