

義釋隅舉勾

胡木五 俞幼齡 吳和俊 編譯
汪允鑑 方竹蓀 王 杞

安徽人民出版社

勾股举隅释义

胡木五 俞幼龄 吳和俊 編譯
汪允鑑 方竹蓀 王 杞

安徽人民出版社出版

(合肥市金寨路)

安徽省書刊出版業營業許可証出字第2号

地方国营合肥印刷厂印刷 安徽省新华书店发行

开本：787×1092毫米 1/27 • 印張： $6\frac{22}{27}$ • 字數：117,000

1959年12月第1版

1959年12月合肥第1次印刷

印數：1—1,000册

編譯者的話

梅文鼎是十七世紀中十八世紀初（明末清初）我國的大數學家。他不但精通我國古代算法，而且擅長西洋數理，并使兩者互相參証，融會貫通，在數學和天文研究方面取得了輝煌的成績，写出了很多有價值的著作，受到廣泛重視，推動了我國數學的發展，因而被推崇為當時世界三大數學家之一，與英國的牛頓（公元1642——1722年）和日本的關孝和（公元1642——1708年）齊名。

梅文鼎字定九，號勿庵，安徽宣城人，生于公元1633年，死在公元1721年。在他生活的八十九年間，正是明末清初社會急劇變化和發展的時期。當時一方面由于滿清入主中國，引起了尖銳的民族矛盾；另一方面由于商品經濟的進一步發展，在封建社會內部孕育了資本主義的萌芽，并出現了新興的市民階級，他們對於封建特權及其所依存的大地產專有制堅決反對，因而構成了在政治上和思想上的一系列矛盾。所有這些矛盾反映在學術思想上，便是激烈的新舊學派之爭，結果新學終於戰勝舊學，而成為風靡一時、激勵人心的時代思潮。當時的顧炎武、黃宗羲、王夫之、顏元等便是這個時代思潮的代表者，他們一般都具有：①民族主義思想；②朦朧的舊民主主義思想；③啟蒙階段的科學思想；④朴素的唯物主義思想。他們攻擊的鋒芒主要是指向宋明理

学，因为宋明理学正是特权阶级和大地产私有制所赖以支持的理论基础。梅文鼎是坚决站在新学方面的。他虽然致力于自然科学的研究，而且主要是在数学和天文学方面，在他的学术著作中很少涉及政治思想，但是自然科学研究的每一点成就，都必然进一步揭示出物质世界不依赖于精神或灵性而独立存在的客观规律，都在说明世界是可以认识的；这就不能不给予宋明理学的玄谈、为旧制度的诡辩和神秘主义哲学以致命的打击。事实正是这样，梅文鼎以自己朴素的唯物主义认识，通过数学和天文学的研究，在事实和逻辑推理的基础上，大大加强了当时新学的理论阵地，而成为一支冲击时代的巨大力量。所以我们说，他的伟大贡献已不仅仅限于自然科学的本身。

本来远自明朝中叶起，西方国家的数学和天文学已随着西方传教士的来华陆续传入我国。但是这些西方传教士来华的目的决不是为了传播真正的科学，以促进我国科学文化的发展；他们只是为了加强西方神学宣传，扩大他们国家的政治影响。而当时西方最新的学说，如牛顿的微粒说、哥白尼和伽利略的天文学说、培根和笛卡儿的方法论等等都没有传入，而在数学方面传入的只是古代希腊的几何学、中世纪的三角学和对数等等。这些业已过时并和神学思想没有抵触的东西，虽然在科学上有一定的价值，但是它们很不完备，阐述很不清楚，也就有碍于我国人民接受。而更为严重的是，这些传教士所借以宣扬的主要思想内容却是形而上学，恰恰和真正的科学背道而驰。关于这些，十七世纪我国杰出的哲学家和科学家方以智（安徽桐城人，公元1611——1671年）

早就发现了。他在“物理小識”一书的序言中說傳教士的“西学”是“詳于質測，而拙于言通几；然智士推之，彼之質測，犹未备也！”所謂“質測”就是計算，所謂“通几”就是理論原則。这就是說，傳入我国的西学，仅仅停留于計算的初級阶段（并不完备），而未能提高到理論高度，因此它是肤淺的。

当时在科学研究中我国学术界也分成新旧两派：旧派故步自封，是古非今，目西学为“異学”，一律加以排斥；但“新派”却又一味尊崇西学，既不深知我国古学而又一概予以抹煞。显然的这两种各走极端的态度都是錯誤的。因之在当时系統地整理、繼承和发揚我国古学，批判地吸收西学使之中国化，并提高到理論高度上来，从而促进我国科学研究的健康发展，便成为当务之急。梅文鼎的家乡是在皖南，当时皖南一带官私手工业和商业都很发达。在生产和交换过程中，对数学和自然科学提出了更多的需要，这也是推动梅文鼎致力于数学和自然科学的研究的客观原因之一。正是在这样一个历史时期，梅文鼎把自己的一生献給了祖国的科学研究工作。他联系生产，联系实际，沟通中外古今学說，融会貫通，化繁难为簡易，从而发揚光大了我国古算和古曆，成为我国数学史中繼往开来的泰斗之一。

梅文鼎的一生研究工作，約可分为两个阶段：第一阶段以研究历法为主，涉及数学；第二阶段以研究中西数学为主，兼及中西历法。在梅文鼎出生前，我們安徽便出現了許多学者：数学家程大位（安徽休宁人）、哲学家和科学家方

以智、历法家楊光先（安徽歙县人）等。梅文鼎的父亲也是研究历法的。梅文鼎受了前輩学說的影响和家庭的熏陶，自幼便爱好科学。“疇人傳”載：“（梅文鼎）儿时侍父士昌及塾师罗士宾仰觀星气，輒了然于次舍运轉大意。”^①到二十七岁时，他便“师事竹冠道士倪觀海”，^②从学中国大統历。不久，他便把自己的心得和見解写成“历学駢枝”两卷，送給倪觀海看，倪氏讀了大为贊叹，認為“青出于藍而胜于藍”。經過梅文鼎的整理和补充后，“历学駢枝”增为四卷。这一部專門解釋大統历的著作，受到了当代人的重視，認為它和当代科学家王錫闡的“大統历法启蒙”、黃宗羲的“授时历故”可以并美，鼎足而三。

为什么梅文鼎一开始便致力于历法的研究呢？因为历法的研究在当时具有重大的现实意义。它不仅对于农业生产的发展有密切关系，而且当时由于工商业的发展，要求开拓更广大的国内外市場；以“三保太监”郑和下西洋（公元1405——1433年）开始的对外航运交通事业已有了重大发展，而历法与航运事业又有极为密切的关系。当时在历法研究上也存在着新旧两派之爭：一派人認為我国古历經過历代专家的修訂已經很精密了，不需要西历了，便排斥西历；另一派人則指責古历久有誤差，不承認古历的优点和不尊重我国人民的傳統习惯，坚持改用西历。梅文鼎却独排众議。他仔細地研究了我国历代七十几个历法家的著作，和自唐朝起陸續傳入我国的西方历法，“不仅能明其立法之故，而且

①阮元：“疇人傳”卷三十八。

②同上。

訂其訛誤，補其遺缺。”^⑥正因他具有這種聯繫實際和實事求是的治學方法，以及批判地繼承古學同時吸取西學精華的態度，才使他一生写出了許多有價值的歷法著作；這些著作在溝通中西歷法，並給予深入淺出地解釋方面，確有獨到之處，因此深受當代人的推崇。清廷開局由黃宗羲主編的“明史”歷志，便是由梅文鼎審閱的。梅文鼎曾摘訛舛五十餘處，並為此專門寫了“明史歷志擬稿”。明史歷志的最後定稿，主要就是採用了梅文鼎在擬稿中的意見。只此一桩便可充分說明梅文鼎在當時歷法家中的崇高地位。後人譽梅文鼎為近三百年中我國歷算家中的第一人，對他來說可算當之無愧。

然而梅文鼎最卓越的成就却在數學方面。當時我國許多古算書籍，包括古代“算經十書”和宋元間的“天元術”、“四元術”等大都久已失傳。梅文鼎對於所能見到的古算和前人數學著作，給以精確的訂正，並加以淺釋和論證，使這些古代學術不但得到重新發揚而且有了創造性的發展。例如我國古算書“周髀算經”、“九章算術”等書，其中有許多古奧難解之處，或間有只有方法而缺乏論證的算理，他都給予闡明或加以圖解說明，這就大大有利於當代和後輩研究和繼承這些寶貴的遺產。他改進了古代籌算的工具和算法，糾正了前人對方程的誤解，擴展了楊輝三角法的七乘方到十二乘方。他根據割圓術、用勾股定理，証得圓內接正六邊形一邊的平方與內接正十邊形一邊的平方和，等於內接正五邊形一

⑥阮元：“疇人傳”卷三十八。

边的平方（即 $a_6^2 + a_{10}^2 = a_5^2$ ），与他当时未見到的西方較新的数学“几何原本”第13卷中同一命题的結論相同。同时他又用图解說明“招差术”（即級数）的原理，并得出自然数的平方与立方規律：

$$\begin{array}{ll}
 1^2 = 1 & 1^3 = 1 \\
 2^2 = 1 + 3 & 2^3 = 1 + (1 + 6) \\
 3^2 = 1 + 3 + 5 & 3^3 = 1 + (1 + 6) + (1 + 6 + 2 \times 6) \\
 4^2 = 1 + 3 + 5 + 7 & 4^3 = 1 + (1 + 6) + (1 + 6 + 2 \times 6 + 3 \times 6) \\
 \dots\dots\dots & \dots\dots\dots
 \end{array}$$

所有这些都足以說明梅文鼎已攀登到了当时我国数学的最高峯。

当时傳入我国的西算，梅文鼎所見的有价值的书并不多，仅徐光启、李之藻等編譯的“几何原本”前六卷、“同文算指”等几种，和若干介紹关于平三角和弧三角（即球面三角）的基本公式的书籍。可是梅文鼎却能結合我国古算加以研究和發揮，有深入浅出的闡明和創造性的发展。如他的“笔算”、“筹算”、“度算”和“比例数解”等书，就是分別介紹西算“同文算指”、Napler 筹算、对数和伽利略的比例規等；对于它們，梅文鼎改西算橫式为中算直式，并用我国語言通俗地加以解釋，从而使它們中国化，适合我国人民的接受能力。他根据崇禎曆书“測量全文”等編輯成“平三角举要”、“弧三角举要”等书。尤其是他印証古算，給西算以增补和創造性的发展，对我国数学的貢獻最大。在这方面，他曾經用我国古算的勾股法和图解，很巧妙

地把“几何原本”中的难题和正弦、余弦、正切、半角等三角公式一一加以証明，并据此說明“九九加減术”（即积化和差公式）。他所写的“塹堵測量”一书，便是中法与西法結合研究的一本論証有关立体几何和球面三角学的著作。他在书中自述道：“……八綫在平圓可以图明，在渾圓者难以笔显……乃以坚楮肖之，为徑寸之仪而三弧三面各綫所成之勾股，了了分明……”他正是凭借自制的模型，把西方傳来的球面三角射影成平面三角，然后通过图解用勾股法，深入浅出地說明球面三角的定理，并加以发揮。西算“几何原本”中“理分中末綫”（即黄金分割，又叫中外比），仅有一种求作方法，缺乏应用实例，梅文鼎經過摸索后得出六种求“理分中末綫”的方法，其中有一法和后于他一百多年的1850年英国劍桥大学的試題相似；并且他还利用“理分中末綫”求得正十二面体及正二十面体的体积，比一般书上的求法簡便，补充了許多有关正多面体的定理，这些定理和他当时所未見到的“几何原本”第13—15卷中各定理符合。所有这些都足以說明梅文鼎数学造詣之精深，已达到当时世界数学界的先进水平。

在当时的数学領域內，梅文鼎的研究可称既精而深，他的著作数量既多質量又高。他現有的数学著作卷目有：“笔算”、“筹算”、“度算釋例”、“少广拾遺”、“方程論”、“勾股举隅”、“几何通解”、“平三角举要”、“方圓累积”、“几何补編”、“弧三角举要”、“环中黍尺”、“塹堵測量”；即相当于現代的算术、代数、平面几何、平面三角、立体几何、球面三角。在世界上还没有发现微

积分的当时，这些书籍已涉及到数学领域内的各个方面了。

梅文鼎之所以能在历法和数学方面取得巨大成绩，是和他朴素的唯物主义认识分不开的。他在“中西算学通”自序中曾说：“数学者征之于实……器即为道，人即为天，又何必古今中外之不可一视乎！”“数学者征之于实”，就是说数学来源于实践和日常生活的需要；数学的产生和发展和生产有密切的关系。“器即为道，人即为天，又何古今中外之不可一视乎！”这是说科学研究工作必须依靠人、相信人，不能迷信“天”；对于中外古今学说，不应持有偏见，而应以真理为标准。在“学历说”中，他还提到天体运行和日月交食等现象，都有一定的数据可算可测；他承认天体种种现象都是有规律的，可以认识的。所有这些精辟的见解，都是唯物的。在当时，这些大胆的提法，不仅直接驳斥了那些无知之徒附会天象妄言祸福的无稽之谈，而且更重要的是对以虚玄的理论和空谈来为旧制度辩护的唯心主义学说，以坚决的打击。

梅文鼎的科学研究从历法开始，本身就反映了他从事科学研究首先着重于与生产实践联系最为密切的部门。在梅文鼎的一生研究工作中，他还特别注意那些直接服务于生产的工具。他读过王公征著的“奇器图说”一书，见其中有“引重转术”（即利用圆木轴引起重物）的制法，他认为对民生日用很有益处，便参考西方传入的力学补充说明它的道理，写成“奇器补证”二卷。在读史、读诗中，他见到有“水碓”（灌水器）及“筒车灌田法”的记载，他也不轻易放过，对它们进行了研究和补充说明。以上只是一二实例，从

中已可窺見梅文鼎對於科學與生產之間聯系的認識了。

為着發揚光大我國的古學和批判地學習西學，梅文鼎刻苦鉅研和實事求是的治學精神，非常突出。他常常廢寢忘食，深夜不睡。劉輝祖曾經和梅文鼎同住過一段時間。梅文鼎的刻苦求學的精神給他留下了深刻的印象。事後劉輝祖對桐城方苞說：“吾每寐覺漏鼓四五下，梅君猶篝燈夜誦，味爽則已興矣！”^⑧由於刻苦鉅研和認真思考，常常使他一夕枕上所得，累數日書之不尽。當時中西書籍刻印的不多，在求學中他不得不手抄叢帙，一生所積不下幾萬卷；遇有一字異同，也不敢忽略。至於古書難懂之處，或研究中的問題，他都分條摘錄成冊，把它命名“思問篇”，隨身攜帶準備隨時請教別人。

為着解決數學和歷法研究中的疑難問題，梅文鼎還自制過許多數學模型和天文儀器。單從他自訂的書目中有“勿庵側望儀式”、“勿庵仰望儀式”、“勿庵渾蓋儀式”和“勿庵月道儀式”等卷目判斷，就可知道他自制的天文儀器很多。可惜由於原作的失傳，這些天文儀器的制法和作用竟無從稽考了。

更為可貴的是，梅文鼎自幼便決定把自己的一生獻身於科學研究事業，並且六十年如一日，从不轉移自己的興趣和愛好。他曾說：“……積數十年之探索而後能會通簡易；”又說：“吾為此學皆歷最艱苦之後而後得簡易”。可見他在數學和歷法上的成就，皆和他自己幾十年如一日的科學研究

⑧ 阮元：“疇人傳”卷三十八。

恆心和異于常人百倍的勤奮分不開的。梅文鼎還說過：“……吾惟求此道大顯，使古絕學不致失傳，則死且無憾，不必身擅其名也。”為了發揚光大我國古學，使千年萬載的後輩能夠繼承祖先的遺產，梅文鼎甘於犧牲個人的一切，乃至“死且無憾，不必身擅其名也。”這種態度，這種精神又產生在那樣的時代，更是難能可貴了。

由於梅文鼎具有治學認真和誨人不倦的無私精神，當時不少人得到了他的教益，並且被團結在他的周圍。潘天成從梅文鼎學歷法而以運算為苦，梅文鼎除詳細教導外，還專門寫了一本“算步歷式”，以便於他和其他人學習歷法。秀水張維敬為了歷法上的一些問題，徒步千里到宣城向梅文鼎討教和辯論，最後終於得出了共同的結論。桐城胡宗緒與梅文鼎曾經討論過數學，經過梅文鼎的幫助後，胡宗緒写出了“梅胡問答”、“九九淺說”等書。還有劉允恭賣掉家產從秀水到宣城拜梅文鼎為師，後來劉允恭以學習成績優異和梅文鼎的孫子穀成，同在清廷修訂有關數學和歷法的書籍。和梅文鼎同年並且四次同梅文鼎一同應考的方中通（方以智之子），著有“數度衍二十六卷”，曾請梅文鼎作序；梅文鼎沒有寫序，方中通竟把他給梅文鼎的一封長信置於該書卷首，于此可見當代如何推崇梅文鼎了。至於梅文鼎的兄弟文鼎、文鼐和兒孫們受他的影響更大，直到他的曾孫個個都精通歷算。可惜梅文鼎的兄弟文鼎、兒子以燕、曾孫梅鈞、梅鈞都去世很早，僅兄弟文鼐和穀成有著作傳世。其中以穀成成就最大，他繼承了他祖父的數學學說，並為他祖父編輯了“梅氏叢書輯要”。

不仅如此，就連当时欢喜研究历算的大官僚李光地、李煥斗和清宗室裕亲王等人，也都非常敬重他，爭迎他作貴賓，以便就近請教。曾編“数理精蘊”的康熙皇帝，看了他的著作也深叹：“此人用力深矣！”

梅文鼎的数学和历法著作給后世的影 响 也 极 大。著有“数学”八卷的江永，就曾把书名命名“翼梅”，梅即指梅文鼎，表明自己深受梅文鼎的影响。我国唯物主义哲学家戴震（安徽休宁人），也曾对梅文鼎的著作进行学习，并改編了梅文鼎的“筹算”等书。最近有人認為在那个时期，曾經形成了一个以梅文鼎为核心的“安徽学派”。这样說法也表明了梅文鼎在当代的地位和对后世的深远影响。

从梅文鼎手訂的“历算书目自序”看来，他一生写过的天文和数学著作89种，計217卷。他死后，他的著作由他的朋友魏荔彤、楊学山刻过29种、計76卷，书名“梅氏历算全书”。后来他的孙子穀成認為魏氏刻本的編次不妥，且有錯誤，重新編刻，改名为“梅氏丛书輯要”。計有：笔算五卷、筹算二卷、度算釋例二卷、少广拾遺一卷、方程六卷、勾股举隅一卷、几何通解一卷、平三角举要五卷、方圓羈积一卷、几何补編四卷、弧三角举要五卷、环中黍尺五卷、塹堵測量二卷、历学駢枝五卷、历学疑問二卷、疑問补二卷、交食四卷、七政二卷、五星管見一卷、揆日記要一卷、恆星紀要一卷、历学答問一卷、亲箸一卷、附录二卷（这二卷是穀成的作品），共六十二卷。这些見之于世的梅文鼎的著作，不及他自訂书目的三分之一，其余三分之二的遺作由于統治階級的不予重視和印刷条件的限制，未能刊印而失傳了，这

不能不說是我国科学上的一大損失。

为了发揚和学习梅文鼎的治学精神，介紹和学习他的科学成就，以达到“古为今用”的目的，我們特从“梅氏丛书輯要”中选出“勾股举隅”一卷，依原文段落将原文譯为今文，附加詞解和补釋。“勾股举隅”主要是介紹勾股弦定律（即直角三角形定律）及其应用。勾股弦定律又称商高定律，西方称毕达哥拉斯定律。梅文鼎进一步扩展了它的应用，并常常借此沟通中西算法，化繁难为簡易。他在“弦三角举要”序中說：“全部历书皆弧三角之理，即皆勾股之理。屢未尝正言其为勾股，使之望洋无际，……窃为一言以蔽之曰：析渾圓、寻勾股而已。……积数十年之探索而后能会通簡易。”正因为梅文鼎极其重視和善于运用勾股弦定律，而勾股弦定律及其应用在今天又能广泛使用，特别是適合具有中学数学水平以上的干部和羣众閱讀，所以我們的編譯工作也首先从“勾股举隅”着手。

由于編譯時間匆促，我們限于水平对梅文鼎在数学和天文方面精深的研究体会不深，譯述不妥或疏漏之处在所难免，希望讀者随时給以批評和指正。

1958年11月

目 錄

編譯者的話

勾股舉隅	(1)
和較名義	(5)
弦實兼勾實股實圖	(25)

(以上是直角三角形基本概念部分)

勾股求弦	(34)
勾弦求股	(36)
勾股積與弦求勾股	(38)
勾股積與勾股和求勾股	(43)
勾股積與弦較較求諸數	(47)
勾股積與弦較和求諸數	(53)
勾股積與弦和較求諸數	(67)
勾股積與弦和和求諸數	(75)
勾弦和與股弦和求諸數	(87)
勾弦較與股弦較求諸數	(91)
勾股較與弦和和求諸數	(95)
勾股較與弦和較求諸數	(103)
弦與勾股和求勾股用量法	(107)

勾股容圓 (124)

(以上是直角三角形的解法部分)

測圓簡法 (128)

勾股測量 (132)

測遠 (134)

重測 (138)

窺望海島 (154)

度影量竿 (157)

隔水量高 (160)

(以上是直角三角形的應用——測量部分)

勾股⁽¹⁾ 举隅⁽²⁾

原文

勾股名义，肇見于周髀算經⁽³⁾。其曰：折矩⁽⁴⁾以为勾广⁽⁵⁾三；股修⁽⁶⁾四；徑隅⁽⁷⁾五者，著其名也。又曰：偃矩⁽⁸⁾以望高，复矩⁽⁹⁾以测深，臥矩⁽¹⁰⁾以知远者，致其用也。迨后刘徽、祖冲之⁽¹¹⁾割圓以求密率，西人六宗⁽¹²⁾以求八綫⁽¹³⁾，可謂精义入神矣，要皆不能外勾股以立算。此其所以居九数⁽¹⁴⁾之終，而曰以御高深广远，良不誣焉。勾股之相求者，約有四端：曰勾、曰股、曰弦⁽¹⁵⁾、曰积⁽¹⁶⁾。四者知其二，即可以得其余。而以勾股弦三者相併相減以生和較，相併为和，相減为較。参伍錯綜，遂如五花八門。然要皆知其二，即可得其余也。茲編不过略举数端，以示涂徑，学者由此而深造焉可已。

毀成⁽¹⁷⁾謹識。

詞解

(1) 勾股——勾和股都是直角三角形的直角边，勾表示短直角边，股表示长直角边。这里說的勾股是直角三角形