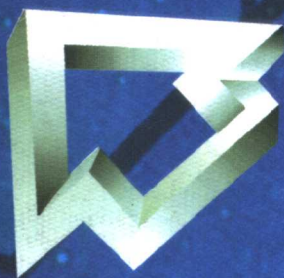


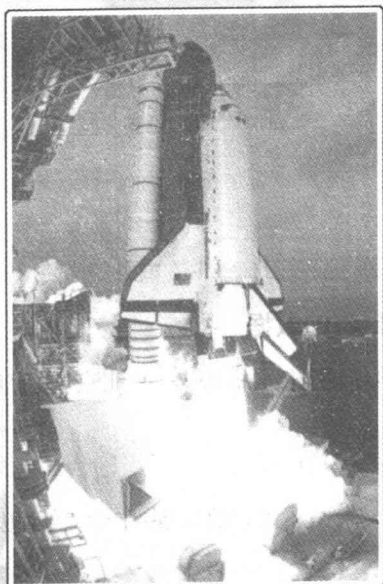
中学数学教学导论

ZHONGXUE SHUXUE JIAOXUE DAOLUN

朱水根 王延文 等著



教育科学出版社



朱水根 王延文 等著

中学数学教学导论

教育科学出版社

404705

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教学导论/朱水根等著. —北京:教育科学出版社,1998.10

ISBN 7-5041-1840-0

I. 中… II. 朱… III. 数学课-中学-教学法 IV. G633.

602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98) 第 28649 号

责任编辑 杨晓琳

责任印制 田德润

责任校对 程丽明

教育科学出版社出版、发行

(北京·北太平庄·北三环中路 46 号)

各地新华书店经销

唐山市胶印厂印装

开本:850 毫米×1168 毫米 1/32 印张:14 字数:340 千

1998 年 10 月第 1 版 1998 年 10 月第 1 次印刷

印数:00 001—3 000 册 定价:28.00 元



作者简介

朱水根, 1941 年生, 福建泉州人, 教授。

1965 年毕业于复旦大学数学系; 1968 年至今在天津师范大学数学系任教。1979 年至 1981 年曾在法国巴黎第六大学求学, 1986 年至 1988 年在刚果恩古瓦比大学数学系任高级讲师。

研究方向是计算数学和数学教育。著有(或参著)《计算方法引论及例题选讲》、《数学教学引论》、《常用数学公式大全》、《关于在 441B—III 型上如何使用 FORTRAN 语言》等多部著作, 并在国内外发表学术论文 20 余篇。



作者简介

王延文, 1964 年生, 山东邹平县人。

1984 年毕业于山东师大数学系, 获理学学士学位。后又攻读天津师大数学系学科教学论(数学)专业研究生, 获教育学硕士学位, 现为天津师大数学系副教授, 系副主任。

主要研究方向为数学教育心理学和初等数学。著有《初等代数的问题与方法》一书, 参编著作多部, 发表论文 20 余篇。现正在主持或承担国家教育科学九五规划项目, 教育部、天津市教委课程改革项目等课题的研究工作。

序

王峰坤

十多年来,国内外数学教育发展十分迅速。一批优秀的科研成果不断面世,内容遍及数学学习理论、数学思维、数学方法论、数学课程论与数学教育评价、数学习题理论等诸多方面。这些成果使得以课程论、学习论和教学论为基本框架的数学教育体系日臻完善,也使我国基础教育由“应试教育”转向素质教育这一重大改革在数学教育领域内获得长足进展。

本书是我国高师院校数学教育类课程改革的一次有益的尝试。书中对于素质教育下中学数学教育目的、教学原则、教学方法和现代学习理论、数学思维、数学思想方法在中学数学教学中的应用,作了相当精确的阐述和深入的探索;对于数学概念、命题与问题解决的教学和数学竞赛、数学教育与未来中学生数学能力的培养,进行了认真的研究;还特别对中学数学课外活动、教育实习与教育的实验等问题,作了富有启发性的探讨。本书的几位作者大多是数学教育硕士研究生毕业后在高师院校任教的中青年教师,又一直跟踪着国内外数学教育研究的前沿工作从事研究,从而本书能够做到以新的教育理论为指导,结合数学教育研究的最新成果,并紧密联系中学数学教育的实际。数学教育理论工作者可以从书中获得新的研究课题,数学教师则可从书中寻找到适当的方法和可行性实验方案。

愿有更多类似于本书的数学教育论著出版,为新的世纪培养更多的高水平的数学教育工作者。

1997.7.2



中国的基础教育正从“应试教育”转向素质教育,随着素质教育的不断深入,对跨世纪的中学数学教师从专业素养、教育理论、能力水平等诸方面都提出了更高的要求。因此,高等师范数学教育的改革应适应这一发展趋势,积极置身于全国乃至世界数学教育的发展之中,及时地更新课程和教学内容,才能更好地体现高等师范院校数学教育的先进性和带头作用。

1979年,全国13所高等师范院校合作编写的《中学数学教材教法》一书,是我国在数学教育理论建设方面的重要标志。十几年来,国内外数学教育发展迅速,涌现了一批优秀的科研成果,研究内容涉及“数学学习理论”“数学思维”“数学方法论”“数学课程与数学教育评价”“数学习题理论”等多个方面,其内容已远远超过上述教材所包含的知识领域。

从目前高等师范院校数学教育发展状况来看,教学思想落后、课程设置不合理、教学内容陈旧、理论脱离实际等方面存在的问题依然非常突出。譬如,一些与中学有直接联系的课程多是一些经验的归纳与总结,缺乏教育理论的分析与指导,又加上高等师范院校的学生缺乏在中学实际工作的经验,因此一些课程的内容引不起学生兴趣。

鉴于以上情况,我们在高等师范院校“中学数学教材教法”课程的基础上,编写了《中学数学教学导论》一书。该书力图以新的教育理论为指导,结合国内外数学教育研究的最新

成果，紧密联系中学数学教育实际，阐明在素质教育下中学数学教育目的、教学原则、教学方法等数学教育的根本问题；探索现代学习理论、数学思维、数学思想方法及其在中学数学教学中的应用；研究数学概念、命题与问题解决的教学；研究数学竞赛与数学教育的关系；研究中学生数学能力的培养；探讨中学数学课外活动、中学数学教育实习和数学教育的实验等问题。我们希望，此书能为培养 21 世纪合格的中学数学教师作出贡献。

本书由天津师范大学数学教育研究室朱水根、王延文担任主编，朱鸿玲、王光明、苏帆担任副主编，在集体讨论的基础上编写而成。编写组成员分工如下：朱水根负责全书整体设计并撰写第一、二章的部分内容，王延文负责全书整体设计并撰写第三、四、八章，朱鸿玲撰写第五、十一章及第二章部分内容，王光明撰写第六、七、十章，苏帆撰写第一、二章部分内容及第九章。本书稿经过编写组多次认真讨论，最后全书由朱水根、王延文统一修改并定稿。

天津师范大学数学系鲁又文教授、韩家楠副教授对本书的编写给予了大力的支持，提出了许多具体的修改意见；资料室的鲍桂兰同志为本书的编写提供了帮助。在此，我们对以上同志表示衷心的感谢。

鉴于我们水平有限，加之成书时间仓促，本书定有许多不足之处，恳请读者不吝赐教。

本书由天津师范大学数学系赞助出版。

作 者 1996 年 12 月于天津师范大学

目 录

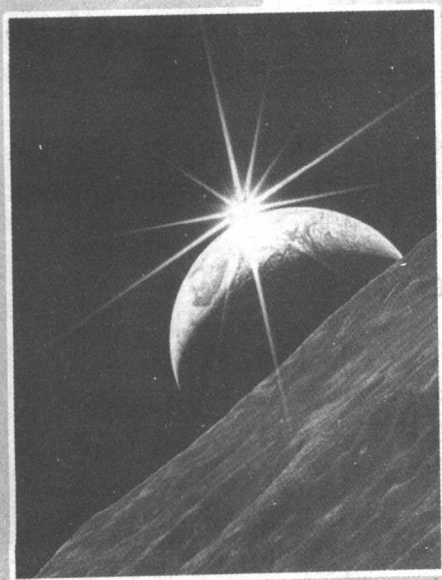
第一章 中学数学教育的目的	(1)
第一节 中学数学教育的地位及作用.....	(2)
第二节 我国数学教育目的的变化与特点.....	(5)
第三节 我国中学数学教育存在的问题	(12)
第四节 我国数学教育改革动向	(21)
第二章 中学数学教学的原则与方法	(41)
第一节 教学原则	(42)
第二节 教学方法	(46)
第三节 中学数学学习原则	(52)
第三章 学习理论及其在数学教学中的应用	(67)
第一节 皮亚杰关于智力发展的阶段理论	(68)
第二节 奥苏伯尔的有意义言语学习理论及其在数 学教学中的应用	(75)
第三节 布鲁姆的目标教学理论及其在数学教学中 的应用	(86)
第四节 加涅的认识累积理论及其启示.....	(100)
第五节 波利亚的数学教育思想.....	(109)
第四章 数学思维及其教学应用	(123)
第一节 数学思维的意义及特征.....	(125)
第二节 数学思维的品质.....	(129)
第三节 数学思维的逻辑方法.....	(144)
第四节 数学思维的基本成分.....	(176)

第五章 中学数学能力	(195)
第一节 中学数学能力概述.....	(196)
第二节 思维能力的培养.....	(203)
第三节 运算能力的培养.....	(212)
第四节 空间想像能力的培养.....	(215)
第五节 解题能力的培养.....	(218)
第六节 数学语言能力的培养.....	(222)
第七节 数学自学能力的培养.....	(225)
第六章 数学思想、方法与数学教学	(229)
第一节 什么是数学思想、方法.....	(230)
第二节 数学思想、方法的重要作用.....	(232)
第三节 中学数学思想、方法的内容.....	(239)
第四节 数学思想、方法的教学.....	(253)
第七章 数学概念、命题与问题解决教学	(257)
第一节 数学概念及其教学.....	(258)
第二节 数学命题及其证明.....	(273)
第三节 问题解决的教学.....	(285)
第八章 中学数学竞赛与数学教育	(291)
第一节 数学竞赛概况.....	(293)
第二节 奥林匹克数学的内容及特征.....	(312)
第三节 奥林匹克数学的教育功能.....	(315)
第四节 奥林匹克数学的解题策略及方法.....	(318)
第五节 数学高才生的认知特点及其培养.....	(340)
第九章 中学生的数学课外活动	(349)
第一节 开展中学生数学课外活动的意义.....	(351)
第二节 数学课外活动的形式.....	(353)

第三节	开展数学课外活动应注意的若干问题·····	(371)
第十章	数学教育实验与命题技术 ·····	(375)
第一节	数学教育实验及其意义·····	(376)
第二节	中学数学命题技术·····	(388)
第十一章	数学教育实习 ·····	(399)
第一节	数学课的类型和结构·····	(401)
第二节	数学课堂教学的备课·····	(407)
第三节	数学课堂教学的组织·····	(414)
第四节	中学数学教师的素养·····	(419)
第五节	数学教育论文的撰写·····	(425)
主要参考书目	·····	(432)

第一章

中学数学教育的目的



第一节 中学数学教育的地位及作用

数学,由于其极端的重要性,在教育中占有无可比拟的地位。每个人在学校所受的教育中,数学是一个重要的部分,这是公认的事实。然而,使每个人都受到良好的数学教育,却是一个尚未解决的问题。从某种意义上讲,这是一个世界性问题。如果把这个问题局限于研究每个人应该掌握哪些数学知识与技能,以及如何把这些东西教好,那么数学教育的问题是解决不好的。更为根本的问题是应弄清楚数学在整个教育中的地位与重要性。长期以来,这些问题没有被认真讨论过,甚至于数学是否都有用都为一部分人所怀疑,这不仅有害于我们数学教学水平的提高,也会影响科学、技术甚至整个社会的发展。

事实上,数学教育的地位是由其作用决定的。在当前信息革命的时代里,数学除了传统的“思维体操”作用之外,更多地体现在各种行业、各个学科中的重要作用。

一、数学在自然科学中的作用

在现今科学、技术发达的社会里,扫除“数学盲”的任务已经可以与扫除“文盲”的任务并提,而成为当今教育的重要目标。事实上,可以说我们大家都生活在数学的时代——科学已经“数学化”,甚至文化已经“数学化”,数学水平的高低,已成为一个公民、一个民族科学技术水平高低的标志。多年来的经验证明:不同层次的高质量的科学和数学教学,包括中学前、中学和大学的

教学在内,是保持一个国家科学实力的关键因素之一。我们认为,充分认识数学的科学教育功能,不仅仅是数学界、科学界、教育界的当务之急,而且是政府部门乃至全社会的当务之急。

数学,在科学中具有至高无上的重要性。当今社会的生存与繁荣靠科学技术,科学技术的发展依赖于数学。例如,现代物理学愈发展就愈数学化,物理学家杨振宁的规范场理论体现在数学上,其实质就是数学家陈省身的纤维丛理论。又如,物质的微观结构本来就与几何学密切相关,DNA 是一种双螺旋结构,它是数学中纽结理论的研究对象。那种认为数学没有直接经济效益,对科学技术关系不大的观点应该被抛弃。因此我们应该充分认识到数学的重要性,并在培养未来的科技工作者和劳动者的教育中,让数学发挥其强大的功能。

二、数学在社会科学中的作用

数学在社会科学中的作用日益扩大,尤其是计算机参与后所发生的巨大变革,使得数学在社会中的地位日益提高,数学社会化、社会数学化已是明显的事实。人们可以把数学对于我们社会的贡献比喻为空气和食物对生命的作用,随着数学科学的发展,科学(自然科学、社会科学)的发展,以及数学在社会中应用的发展,这一点将会显得越来越重要。只有充分认识到这一点,才能使我们意识到,不仅数学在自然科学中具有至高无上的重要性,数学在社会科学中同样具有决定性的作用。不仅自然科学家的培养离不开数学教育,社会科学家的培养同样如此。例如,当今经济学很多内容,特别是计量经济学和数理经济学,都是直接应用数学的。近年来,在获得诺贝尔经济学奖的学者中,很多是因为借助了先进的数学理论和方法而作出重大贡献的。如 1975 年,康托

第一节 中学数学教育的地位及作用

维奇 (Kantovich) 因创建“物资最优调拨理论”而获奖；1981 年，托宾 (Tobin) 因绘出“投资决策的数学模型”而获奖。

三、数学在人文科学中的作用

数学，作为研究量的规定性与结构关系的科学，在人文科学中也不是无能为力的。历史的发展证明，数学对人文科学有着积极的推动作用。现在人文科学的新特征及数学发展的新趋势，更进一步表明，这种推动作用将会进一步增加。人文科学教育中数学的作用，现在比以往任何时候都更为重要。定量化、精确化的特征，决定了数学在未来人文科学教育中，是不可缺少的重要力量。

四、数学教育对人才素质的影响

由上可见，随着社会的发展，科技的进步，数学对人类生活的各个方面将产生越来越深广的影响。现在数学不再只是科学的语言，它也以直接的和基本的方式为商业、财政和国防等作出贡献。它为学生打开职业的大门，它使国民能够作出有充分依据的决定；它为国家提供技术经济竞争的学问。可以说，数学教育对人才素质的养成起着关键的作用。受过良好数学教育的人，他们在数学方面的学习和训练所形成的科学素质，无论干什么工作，都会起到重要作用。如，数学中必须准确把握概念，这会使他们在工作中能够注意不走偏，或曲解他人的思想；数学中讨论的问题非常明确、实际，因此，他们在工作中能够避免遇事含糊不清或流于空泛议论；数学中严密的逻辑思维，使他们在工作中具有洞察事物本质并迅速找出解决问题方法的能力；数学中严格、简洁的叙述和论证，会使他们在工作中形成不拖泥带水的工作作风，谈

话和行文简明扼要，避免和减少失误；数学求解问题的技巧，会使他们能够妥善地解决工作中遇到的矛盾；数学中繁杂的精确计算，会使他们善于经营管理，妥善安排；数学中的演绎和归纳的训练，会使他们的工作中善于分析和综合，避免片面性。如此等等，不一而足。^①几乎人的各方面的素质，都与数学教育息息相关。

数学教育对人才培养，强国富民的重要作用，引起了世界各国的普遍重视。美、日、英等发达国家在本国科学家、教育家调查研究的基础上，纷纷提出许多数学教育改革对策，如美国提出的“关于未来数学教育的国家报告”，日本提出的“培养有个性的创造性人才”，英国提出的“面向 21 世纪的国家课程的指导思想”，等等，都是一些具有十分重要意义的教育改革措施。

当前国际经济的竞争，在某种程序上已转化为数学教育的竞争。对所有学生进行优质的数学教育是一个国家经济兴旺发达所必需的。

第二节 我国数学教育目的 的变化与特点

一、我国数学教育目的的变化与发展

数学教育目的，由于它受制于数学教育的性质、任务，受制于数学学科的特点和发展水平，及受制于学生的认识发展水平等，

^① 路见可：《重视数学教育，提高国民素质》，见：严士健：《面向 21 世纪的中国数学教育》，南京，江苏教育出版社，1994。

第二节 我国数学教育目的的变化与特点

所以它处于不断的变化发展之中，因时代的不同而呈现出不同的特征。纵观我国古代、近代和现代的数学教育目的，无论是内容的多少，还是要求的深浅都几经变化。

就古代数学教育而言，对数学教育目的虽没有明确的文字规定与表述，但从一些现存的史料中可以看出数学教育以“经世致用”为目的，讲究实用，注重算法。如隋唐时期开始在国内监内设“算学科”，以《算经十书》为教科书，其内容皆以生产与生活不同领域的问题分类，其中的《九章算术》246题无一不是以应用问题出现的。该时期的数学教学中，实用性和问题解答的算法化体现得极为鲜明。南宋末年的杨辉在《日用算术》中说：“以乘除加减为法，秤斗尺田为问”，“用法必载源流，命题须责实有（用）”而在他的被人们称为“迄今发现最早的数学教学大纲”——“习算纲要”中称：“夫算题者题从法取，法将验题，凡欲明一法，必设一题”。算法与习题的结合是其鲜明特色。至于明代以后，产业鼎盛，为其服务的珠算盛行，数学教育的实用色彩更加浓厚。

在近代数学教育时期，清政府的“癸卯（1903年）学制”是第一个以法令形式公布并推行于全国的学校教育系统。该学制中学堂（学制5年）的“算学”，其教育目的为“凡教算学者，其讲算术，解说务须详明，立务须简捷，兼讲运算之理，并使习熟于速算；其讲代数，贵能简明解释数理之问题；其讲几何，须详于论理，使得应用于测量求积之法。”这一教育目的对算、代、几不同科目，分别从算法与算理、数理、论理与应用方面提出了不同的要求。

辛亥革命之后我国普及西算，“五四运动”使中国数学教育走上正轨。1922年11月，北京政府公布《学校系统改革令》，1923年6月刊布新学制各科课程纲要。在“初级中学算学课程纲要”中

规定数学教育目的为^①：

- (1) 使学生能依据数理关系，推出事物的当然结果。
- (2) 供给研究自然科学的工具。
- (3) 适应社会上生活的需要。
- (4) 以数学的方法，发展学生论理的能力。

这一提法简捷明了，把实用功能性目标和形式论理性目标并提，显然比较着眼于应用。今天来看，这一提法仍有其积极意义。它虽然和我们今天的提法有许多不同，但和现今欧美各国的提法却很相近。

以上的提法经过 1929 年、1933 年、1936 年、1941 年多次修改，仍然大同小异，按 1941 年~1949 年解放前夕所执行的“重行修正课程标准”所载，初中数学教育目标规定为：

- (1) 使学生了解形与数之性质关系，并知运算理由与方法。
- (2) 供给学生日常生活中数学之知识，及研究自然环境中数量问题之工具。
- (3) 训练学生关于计算作图之技能，养成计算准确迅速，作图精密整洁之习惯。
- (4) 培养学生分析能力、归纳方法、函数观念及探讨精神。
- (5) 使学生明了数学之功用，并欣赏其立法之精，应用之博，以启发向上探讨之兴趣。

这一提法较 1923 年的提法更为细致，但其基本精神未变。

解放以后，立即开始向苏联学习。苏联的一套想法和名词进入我国，但仍保留解放前的许多痕迹，可说是一种过渡性的数学教育目的。

^① 张奠宙：《数学教育学》，江西教育出版社，1991。