



21世纪 高等职业教育辅导教材

应用经济数学 解题指导

● 李志文 主编
● 张国雁 主审

上海交通大学出版社

应用经济数学解题指导

主 编 李志文
主 审 张国雁

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书与《应用经济数学》相配套。共有三个方面的内容:(1) 微积分;(2) 线性代数;(3) 概率统计。本书根据《应用经济数学》教材的顺序,以章为单位集中知识要点,指出重点与难点,对各章课堂演练、实习作业作详细的解析,并给出相应的练习题,以便读者自学。书中附有参考答案。

图书在版编目(CIP)数据

应用经济数学解题指导/李志文主编. —上海:上海交通大学出版社,2004

21 世纪高等职业教育通用教材

ISBN 7-313-03830-5

I. 应... II. 李... III. 经济数学—高等学校:技术学校—解题
IV. F224.0-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 078555 号

应用经济数学解题指导

李志文 主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

太仓市印刷厂有限公司印刷 全国新华书店经销

开本:880mm×1230mm 1/32 印张:8.75 字数:243 千字

2004 年 9 月第 1 版 2004 年 9 月第 1 次印刷

印数:1-4 050

ISBN7-313-03830-5/F·517 定价:13.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

上海交通大学出版社出版的《应用经济数学》是一本深受读者欢迎的教材,被许多院校采用为教科书。我们在使用本教材教学时,经常有学生要求对其中的习题进行深入的讲解,对知识要点作一个系统的总结。为此,在该书再版之际,我们组织了长期在经济数学教学一线的教师编写了这本《应用经济数学解题指导》。

本书与教材《应用经济数学》相配套,共包含三个方面的内容:(1)微积分,(2)线性代数,(3)概率统计。

全书内容简练、实用,且有以下几个特点:

(1) 集中知识要点。我们根据《应用经济数学》教材的顺序,以章为单位将知识要点归纳集中,提纲挈领地指出了各章的重点与难点。便于读者随时查阅。

(2) 对各章课堂演练、实习作业作了详细深入的解析并指出了解题注意事项,部分习题给出了多套解题方案,以活跃思路。

(3) 围绕各章节的知识要点,给出了相应的练习题,以便读者循环往复,加深理解,灵活应用。读者可用这些练习题进行自我检查。

为方便读者查对《应用经济数学》中的习题解答,本书的“习题解答”一节,全部使用《应用经济数学》相应章节的习题及其图示。

本书由李志文担任主编,参加编写的人员有:李志文、王永祥、章朝庆、王宗传、段春媚、谭云、孙吉春等。

本书在编写过程中得到青岛职业技术学院领导和该院数理系领导的大力支持与鼓励,数理系主任张国雁同志还担任了本书的主审,提出了很多宝贵意见,在此一并表示感谢。

书中有不当之处,恳请广大读者、专家学者批评指正。

编者

2004年7月

目 录

第一部分 微积分

1 函数	3
1.1 重点与难点	3
1.2 习题解答	3
1.3 练习题	12
1.4 练习题答案	16
2 极限与连续	18
2.1 重点与难点	18
2.2 习题解答	18
2.3 练习题	33
2.4 练习题答案	36
3 导数与微分	38
3.1 重点与难点	38
3.2 习题解答	38
3.3 练习题	51
3.4 练习题答案	56
4 导数的应用	59
4.1 重点与难点	59
4.2 习题解答	59

4.3	练习题	76
4.4	练习题答案	78
5	不定积分	79
5.1	重点与难点	79
5.2	习题解答	79
5.3	练习题	92
5.4	练习题答案	94
6	定积分	95
6.1	重点与难点	95
6.2	习题解答	95
6.3	练习题	107
6.4	练习题答案	110
7	多元函数的微积分初步	111
7.1	重点与难点	111
7.2	习题解答	111
7.3	练习题	120
7.4	练习题答案	121

第二部分 线性代数

8	行列式	125
8.1	重点与难点	125
8.2	习题解答	125
8.3	练习题	139
8.4	练习题答案	140

9 矩阵	141
9.1 重点与难点	141
9.2 习题解答	141
9.3 练习题	162
9.4 练习题答案	165
10 线性方程组	168
10.1 重点与难点	168
10.2 习题解答	168
10.3 练习题	205
10.4 练习题答案	207

第三部分 概率统计

11 随机事件及其概率	211
11.1 重点与难点	211
11.2 习题解答	211
11.3 练习题	223
11.4 练习题答案	225
12 随机变量	226
12.1 重点与难点	226
12.2 习题解答	226
12.3 练习题	249
12.4 练习题答案	251
13 数理统计方法简介	253
13.1 重点与难点	253

13.2 习题解答..... 253

13.3 练习题..... 267

13.4 练习题答案..... 268

第一部分 微积分

1 函 数

1.1 重点与难点

1. 掌握函数的定义,定义域及函数值的求法。
2. 基本的初等函数的概念及其基本性质(反三角函数除外)。
3. 复合函数的概念,了解隐函数、初等函数的概念。
4. 经济中常用的函数关系。

1.2 习题解答

(A) 课堂演练

1. 函数 $y = \frac{2-x}{3x^2-x}$ 的定义域是()。

A. 2

B. $(-\infty, 0) \cup (0, \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

C. $(-\infty, 0) \cap (0, \frac{1}{3}) \cap (\frac{1}{3}, +\infty)$

D. $x \neq 0, x \neq \frac{1}{3}$

解: B, D。

这是一个分式函数,要使分式有意义必须分母不得为零,即 $3x^2 - x \neq 0$, 得 $x \neq 0, x \neq \frac{1}{3}$ 或 $[x \in (-\infty, 0)] \cup (0, \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$ 。

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 0; \\ x^2, & x \geq 0. \end{cases}$

(1) 函数的定义域是()。

A. $(-\infty, 0)$

B. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

C. $(-\infty, +\infty)$

D. $[0, +\infty)$

(2) $f(-1)=(\quad)$;

$f(3)=(\quad)$;

$f(0)=(\quad)$ 。

解:(1) C。

因为此函数是一个分段函数它的定义域为所有表达式对应的自变量集合的并集。

(2) 因为 $-1 < 0$, $f(-1) = -1 + 2 = 1$ 。 $3 > 0$, $f(3) = 3^2 = 9$ 。
 $f(0) = 0^2 = 0$ 。

3. 函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是相同函数的有()。

A. $f(x) = x$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$

B. $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$

C. $f(x) = 2\lg|x|$ 与 $g(x) = \lg x^2$

D. $f(x) = \ln x^2$ 与 $g(x) = 2\ln x$

解:B,C。

$f(x) = x$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$ 的定义域都为 $(-\infty, +\infty)$ 但值域不一样,应排除 A,而 $f(x) = \ln x^2$ 与 $g(x) = 2\ln x$ 的定义域不一样, $f(x) = \ln x^2$ 定义域为 $(-\infty, 0), (0, +\infty)$, $g(x) = 2\ln x$ 的定义域 $(0, +\infty)$ 应排除 D。而 B,C $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$ 定义域一样,为 $(-\infty, +\infty)$ 值域一样为 $[0, +\infty)$ 且 $f(x) = g(x)$ 。 $f(x) = 2\lg|x|$ 与 $g(x) = \lg x^2$ 定义域一样,为 $(-\infty, 0), (0, +\infty)$ 值域一样为 $(0, +\infty)$ 且 $f(x) = g(x)$ 。

4. 下列函数中偶函数有()。

A. $y = xe^{-x^2}$

B. $y = \frac{\sin x}{x}$

C. $y = x^2 \cos x$

D. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

解:B,C。

因为令 $f(x)=y=xe^{-x^2}$, $f(-x)=-xe^{-(-x)^2}=-f(x)$, 是奇函数。

令 $f(x)=y=\frac{\sin x}{x}$, $f(-x)=\frac{\sin(-x)}{-x}=f(x)$ 是偶函数。

令 $f(x)=y=x^2 \cos x$, $f(-x)=(-x)^2 \cos(-x)=f(x)$ 是偶函数。

令 $f(x)=y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$, $f(-x)=\frac{e^{-x}-e^x}{2}=-f(x)$ 是奇函数。

5. 下列函数中奇函数有()。

A. $y=\frac{|x|}{x}$

B. $y=x^2 \sin x$

C. $y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$

D. $y=\sqrt{x^2+1}-x$

解: A, B, C。

因为令 $f(x)=y=\frac{|x|}{x}$, $f(-x)=\frac{|-x|}{-x}=-f(x)$ 是奇函数。

令 $f(x)=y=x^2 \sin x$, $f(-x)=(-x)^2 \sin(-x)=-f(x)$ 是奇函数。

令 $f(x)=y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$, $f(-x)=\frac{e^{-x}+1}{e^{-x}-1}=-\frac{e^x+1}{e^x-1}=-f(x)$ 是奇函数。

数。

令 $f(x)=y=\sqrt{x^2+1}-x$, $f(-x)=\sqrt{x^2+1}+x \neq -f(x)$ 。

6. 下列函数在其定义域内是单调函数的有()。

A. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

B. $y=x+5$

C. $y=\sin(x-1)$

D. $y=3-\ln x$

解: A, B, D。

因为 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 是指数函数, 在其定义域内单调减少。

$y=x+5$ 是一次函数, 在其定义域内单调增加。

$y=\sin(x-1)$ 是正弦函数, 在其定义域内不是单调函数。

$y=3-\ln x$ 在其定义域内单调减少。

7. 在区间 $(-1,0)$ 内,单调增加的函数有()。

A. $y=|x|+1$

B. $y=5x+1$

C. $y=-3x+2$

D. $y=x^2+3$

解:B。

因为 $y=5x+1$, 直线的斜率 $k=5>0$, 在其定义域内单调增加。
 $y=-3x+2$ 直线的斜率 $k=-3<0$, 在其定义域内单调减少。而 $y=|x|+1, y=x^2+3$ 在区间 $(-1,0)$ 内单调减少。

8. 函数 $y=|\sin x|$ 的周期是()。

A. 2π

B. π

C. 4π

D. $\frac{\pi}{2}$

解:B。

9. 函数 $y=\lg(x+1)$ 在区间()上有界。

A. $(-1, +\infty)$

B. $(1, +\infty)$

C. $(1, 2)$

D. $(-1, 1)$

解:C。

10. 下列函数中()为复合函数。

A. $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$

B. $y=\cos(2x+1)$

C. $y=\sqrt{x^2+1}$

D. $y=\ln^2(\sin 5x)$

解:B,C,D。

因为 $y=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x$ 是指数函数。 $y=\cos(2x+1)$ 是由 $y=\cos u, u=$

$2x+1$ 复合而成的初等函数。 $y=\sqrt{x^2+1}$ 是由 $y=u^{\frac{1}{2}}, u=x^2+1$ 复合而成的初等函数。 $y=\ln^2(\sin 5x)$ 是由 $y=u^2, u=\ln v, v=\sin w, w=5x$ 复合而成的初等函数。

(B) 实习作业

1. 用区间表示下列数集。

(1) $-1 \leq x \leq 3$;

(2) $2 < x < 5$;

$$(3) x \geq 0;$$

$$(4) x < -4;$$

$$(5) |x+5| \leq 1;$$

$$(6) 0 < |x-1| < 2.$$

解: (1) $[-1, 3]$;

$$(2) (2, 5);$$

$$(3) [0, +\infty);$$

$$(4) (-\infty, -4);$$

$$(5) |x+5| \leq 1, \text{ 则 } -1 \leq x+5 \leq 1, \text{ 解之得 } [-6, -4];$$

$$(6) 0 < |x-1| < 2, \text{ 则 } \begin{cases} |x-1| > 0 \\ |x-1| < 2 \end{cases}, \text{ 解之得 } (-1, 1) \cup (1, 3).$$

2. 确定下列函数的定义域。

$$(1) y = \frac{1}{\sqrt{x^2-9}};$$

$$(2) y = \frac{2}{9-x^2} + \lg(2-x);$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} x+1, & -3 \leq x \leq 0; \\ 3x^2, & x > 0. \end{cases}$$

解: (1) 要使 $y = \frac{1}{\sqrt{x^2-9}}$ 有意义, 只要使 $x^2-9 > 0$ 。解之得 $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$;

(2) 要使 $y = \frac{2}{9-x^2} + \lg(2-x)$ 有意义, 只要使 $\begin{cases} 9-x^2 \neq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases}$, 解之得 $(-\infty, -3) \cup (-3, 2)$;

(3) 分段函数的定义域为所有表达式对应的自变量集合的并集, 因此此函数的定义域为 $[-3, +\infty)$ 。

说明:

函数的定义域是指函数有定义, 变量 x 所允许的取值范围, 因此求定义域常常是排除那些使函数没定义的点。通常对于由解析表达式表达的函数所要求的是: ① 分式中的分母不能为零; ② 偶次方根号下的表达式不能取负值; ③ 对数的真数必须大于零; ④ 取反正弦反余弦的值的绝对值不能大于 1; ⑤ 取正切的角不能为 $k\pi + \frac{\pi}{2}$ (k 为整数); ⑥

对于实际问题则需保证其符合题意的实际意义。

3. 画出下列函数图形。

(1) $y=2x-3$;

(2) $y=-x^2+1$;

$$(3) f(x) = \begin{cases} x^2, & -2 \leq x < 1; \\ 0, & x=1; \\ 2x, & 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

解: (1), (2) 略

(3) 如图 1-1 所示。

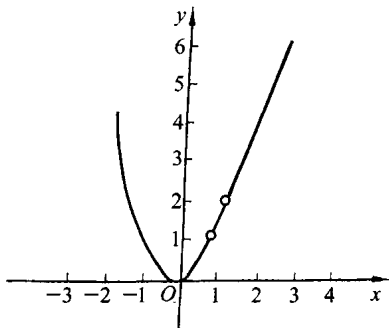


图 1-1

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 3+x^2, & x \leq 0; \\ x-1, & x > 0. \end{cases}$ 求 $f(0)$, $f(3)$, $f(-1)$ 。

解: $f(0) = 3+0^2 = 3$, $f(3) = 3-1 = 2$, $f(-1) = 3+(-1)^2 = 4$ 。

5. 设 $f(x) = \frac{x}{1-2x}$, 求 $f[f(x)]$ 。

$$\text{解: } f[f(x)] = \frac{f(x)}{1-2f(x)} = \frac{\frac{x}{1-2x}}{1-2 \cdot \frac{x}{1-2x}} = \frac{x}{1-4x}.$$

6. 设 $f(x-2) = \begin{cases} x^2, & -1 \leq x \leq 1; \\ 3x, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$ 求 $f(x)$ 。

解: 设 $t = x-2$, 则 $x = t+2$, 可得

$$f(t) = \begin{cases} (t+2)^2, & -1 \leq t+2 \leq 1; \\ 3(t+2), & 1 < t+2 \leq 2. \end{cases}$$

整理得 $f(t) = \begin{cases} (t+2)^2, & -3 \leq t \leq -1; \\ 3(t+2), & -1 < t \leq 0. \end{cases}$ 因此

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)^2, & -3 \leq x \leq -1; \\ 3(x+2), & -1 < x \leq 0. \end{cases}$$

说明:

函数符号的运用问题可分为两类:

(1) 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的表达式, 求函数 $f[g(x)]$ 的表达式. 这类问题相当于已知函数 $y=f(u)$ 及函数 $u=g(x)$, 求复合函数 $f[g(x)]$;

(2) 已知 $f[g(x)]$ 的表达式, 求 $f(x)$ 的表达式. 这类问题令 $u=g(x)$, 从中解出反函数 $x=\phi(u)$, 代入求出 $f(u)$ 的表达式, 再将 u 换成 x , 即得 $f(x)$ 的表达式.

7. 判断下列函数的奇偶性.

(1) $y=x^5-2x^3+x$;

(2) $y=xe^{-x}$;

(3) $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$;

(4) $f(x)=2x-3\sin x$.

解: (1) 令 $f(x)=y=x^5-2x^3+x$,

$$f(-x)=(-x)^5-2(-x)^3+(-x)=-x^5+2x^3-x=-f(x)$$

是奇函数;

(2) 令 $f(x)=y=xe^{-x}$, $f(-x)=(-x)e^{-(-x)}=-xe^x$ 是非奇非偶函数;

(3) 令 $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$, $f(-x)=\frac{1}{(-x)^2+1}=\frac{1}{x^2+1}=f(x)$ 是偶函数;

数;

(4) 令 $f(x)=2x-3\sin x$, $f(-x)=2(-x)-3\sin(-x)=-f(x)$ 是奇函数.

8. 求下列函数的反函数.