21世纪高校规划教材·运筹学

YUNCHOU XUE JICHU JIAOCHENG

运筹学基础教程

路正南 张怀胜 编著

中国科学技术大学出版社

21 世纪高校规划教材 · 运筹学

运筹学基础教程

路正南 张怀胜 编著

中国科学技术大学出版社
合 肥

内 容 简 介

本书包括运筹学中最基本、应用最广泛的六个部分：线性规划、整数规范、动态规划、图与网络分析、网络计划技术、存贮论，其中以线性规划为重点。本书注重理论联系实际，阐明各种方法的背景、应用条件及意义。为了便于读者掌握书中内容，每章都配有适量的习题。本书内容充实，文字简练，通俗易懂，既可作为设置运筹学课程专业的教材，也可作为经济管理工作者及相关人员了解、学习和研究运筹学的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础教程/路正南、张怀胜编著. 合肥：中国科学技术大学出版社，2004.8

21 世纪高校规划教材·运筹学

ISBN 7-312-01659-6

Ⅰ.运… Ⅱ.① 路… ② 张… Ⅲ.运筹学－高等学校－教材 Ⅳ.O22

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 124763 号

书　　名：运筹学基础教程
著作责任者：路正南　张怀胜
责 任 编 辑：张善金
标 准 书 号：ISBN 7-312-01659-6/O·288
出　版　者：中国科学技术大学出版社
地　　址：合肥市金寨路 96 号中国科学技术大学校内　邮编：230026
网　　址：http://www.press.ustc.edu.cn
电　　话：发行部 0551－3602905　邮购部 3603735　编辑部 3602910
电 子 信 箱：press@ustc.edu.cn
印　刷　者：中国科学技术大学印刷厂
发　行　者：中国科学技术大学出版社
经　销　者：全国新华书店
880mm×1230mm　1/32　印张：8.125　字数：268 千
2004 年 8 月第 1 版　2004 年 8 月第 1 次印刷
印　　数：1—5 000 册
定　　价：12.00 元

序　言

“运筹”一词，早在《史记》中便已出现，后来在《三国演义》中更有“运筹如虎踞，决策似鹰扬”的诗句，而以“运筹学”作为其汉语译名的学科 Operations Research 或 Operational Research，则是第二次世界大战期间才出现名称的，有很多学者赞赏“运筹学”这个译名，认为它中西合璧，古为今用，形神兼备，凸现了这门学科运用定量分析来解决各种运作（Operation）问题的特色。运筹学的确是一门应用性极强的学科，半个多世纪以来，运筹学的理论和方法在工程技术、管理经营、经济分析、军事决策等诸多方面发挥了巨大的作用。在美国和日本等国，甚至有不少人认为运筹学即是管理科学。

由于运筹学运用数学模型、定量分析，曾有不少人不太相信它的应用结果，不过随着高新技术和知识经济的迅猛发展，运筹学的价值越来越被更多的人所认识。许多人在工作中总是接触到运筹学的思考方法和知识运用，有的人在研究成果中甚至对运筹学的发展作出了贡献，竞争决策分析、供应链管理、绩效评估、计算机辅助设计等便是俯拾即得的例子。以前，只有数

学系、管理系才开设运筹学课程，而现在许多工科系也开设了。客观地说，学习和掌握运筹学既需要有坚实的数学基础，又需要具有必备的技术背景和良好的人文素质；既需要善于数学建模，又需要熟悉实践应用，因此，开设运筹学课程以及编写运筹学教材，的的确确是富于挑战性的教学基本建设。

江苏大学在教学改革和本科教育体制创新的基础上，不断探索，积极推进有关管理科学的学科建设，不断完善系列课程的教学计划和教材建设，取得了切实的成效，该校路正南、张怀胜两先生在收集整理大量国内外文献资料，认真总结教学、科研心得的基础上，结合工科高等院校管理学科的人才培养模式和教学的需要，合著的这本《运筹学基础教程》，表明了该校在运筹学教材建设上的良好开端。总观全书，以下特色是明显的：

(1)作者是用自己的语言成书的，有些地方说出了前人成果表述中未曾说到的意思。

(2)文字简练，内容深浅适度，便于阅读，符合工科院校本科教学的需要与学生的接受水平。

(3)注重理论联系实际和对工程的应用，书中有大量的应用实例和习题，对于工程实践应用富于启发性。

(4)作者根据我的建议，补写了第 6 章，内容是 CPM 与 PERT。这不仅增加了本书对实践的指导价值，而且还较好地体现著名数学家，中国科学技术大学原副校长华罗庚教授生前不遗余力倡导和推广统筹方

法和优选法的理实交融的传统。

综上所述，我认为本书理论体系较为完整，内容丰富，深入浅出，是一本适合非数学类设置运筹学课程专业使用的好教材。

借此机会，顺便陈述以下意愿，我多年教数学系的运筹学以及后续的研究生课程，深感需要有一本既有一定理论深度，又能反映研究与应用方面最新发展趋向的运筹学基础教材，希望在运筹学界同仁的努力下，这种教材得以早日问世。

侯定丕

2004年8月於中国科学技术大学

注：侯定丕先生是中国科学技术大学教授，运筹学博士导师，中国科学技术大学学位与研究生教育评估中心副主任，中国运筹学会理事，美国运筹学会会员，著有《运筹学教程》、《管理科学定量分析引论》、《博弈论导论》，《数量经济分析》等十余部学术著作，所参加或主持的项目曾获第一次全国科学大会奖、中国科学院科技进步奖等多项奖。——出版者

前 言

运筹学是一门独立的新兴学科，它和自然科学、技术科学、社会科学都有密切的联系，具有很强的应用性。它的理论与方法在科学管理、工程技术、社会经济、军事决策等方面起着重要的作用，并已产生巨大的社会效益与经济效益。

运筹学是第二次世界大战期间在英国首先出现的，在欧美简称 OR(Operations Research)。由于该学科的应用领域十分广泛，而研究它的学者、专家们往往又具有不同的知识背景，至今还缺少一个能为各方面公认的运筹学定义。英国曼彻斯特大学的布莱特教授(P. M. S. Blackett)，曾于 1941 年把运筹学解释成为“运用的科学分析”(Scientific Analysis of Operations)，这可认为是最早的关于运筹学的描述。在这以后，英国运筹学会给出的定义是：“运筹学是把科学方法应用于工业、商业、民政和国防方面，以指导和处理有关人、机、物、财的大系统中所发生的各种复杂问题，……目的是帮助主管人员科学地决定方针和行动。”美国运筹学会给出的定义是：“运筹学所研究的，通常是在必须分配稀少资源条件下，科学地决定如何最佳设计和运营人一机系统。”尽管这两个定义都不完善，但值得注意的是两者都强调工作的动机，即帮助决策者处理复杂的现实问题。

作为一门定量优化决策科学，运筹学研究问题的特点是从系统的观点出发，通过对实际问题的全面周密的调查分析，建立模型，如数学模型或仿真模型，对于要求解决的问题得到最合理的决策。在建立模型和求解的过程中，往往要用到一些数学方法和技巧。因此，在学习运筹学之前，必须先学微积分、线性代数和概率论、数理统计等课程。

本书是以作者在江苏大学教学过程中所使用的讲义为基础编写而成的，内容包括：线性规划基础、线性规划专题、整数规划、动态规划、图与网络分析、网络计划技术、存贮论七章，其中，第一、二、三、四章由路正南编写，第五、六、七章由张怀胜编写。全书由路正南总纂定稿。

本书在编写过程中，得到了运筹学教育与研究专家、中国科学技术大学数学系教授侯定丕先生的热情支持，侯先生在百忙中抽出宝贵时间，认真审阅了本书的全部内容，提出了许多非常宝贵的修改建议，并欣然为本书作序，在此向侯先生和所有关心本书出版的朋友们表示深切的感谢！

限于作者的水平，书中不妥之处在所难免，恳请同行专家和读者不吝赐教，以便使本书在将来再版时更臻完善。

作　者

2003年秋于镇江

目　次

第 1 章　线性规划基础

线性规划是运筹学的一个重要分支，也是运筹学最基本的部分。它是研究在现有人力、财力和物力等资源条件下，合理调配和有效使用资源，以达到最优目标（产量最高、利润最大、成本最小、资源消耗最少等）的一种数学方法。线性规划的数学理论是成熟的、丰富的，其解法统一而简单（即著名的单纯形法），求出的解是精确的全局最优解。

1.1　线性规划问题及其数学模型

1.1.1　问题提出

为了说明什么是线性规划问题，我们先来看两个例子。

【例 1.1】　某工厂用 A、B、C、D 四种原料生产甲、乙两种产品，生产甲和乙所需各种原料的数量以及在一个计划期内各种原料的现有数量见表 1-1。又已知每单位产品甲、乙分别可获利 400 元和 600 元，问应如何安排生产才能获得最大利润？

表 1-1　　单位：千克

产　　品	所　需　原　料			
	A	B	C	D
甲	4	4	8	2
乙	4	2	0	4
现有原料数量	28	20	32	24

这个问题可以用以下的数学模型来描述，设生产甲种产品 x_1 个单位，乙种产品 x_2 个单位，则可得到的总利润为：

$$Z=4x_1+6x_2 \quad (\text{百元}) \tag{1-1}$$

我们的目标是要使总利润达到最大，于是记成：

$$\max Z=4x_1+6x_2 \tag{1-2}$$

式中，Z 是 x_1，x_2 的线性函数，称为目标函数，$\max Z$ 表示求目标函数的最大值。

另一方面，由于各种原料的数量是有限的，不管如何安排产量 x_1 和 x_2，都应满足下列四个条件：

$$4x_1+4x_2\leqslant 28 \tag{1-3}$$

$$4x_1+2x_2\leqslant 20 \tag{1-4}$$

$$8x_1 \leqslant 32 \tag{1-5}$$

$$2x_1+4x_2\leqslant 24 \tag{1-6}$$

此外，产量不能为负值，即

$$x_1,x_2\geqslant 0 \tag{1-7}$$

(1-3)式～(1-6)式的四个线性不等式和(1-7)式的变量非负条件一起，称为约束条件。

根据上述讨论，我们所要解决的问题可简述为：在满足约束条件下，求出变量 x_1，x_2(称为决策变量)的值，使目标函数达到最大。其数学模型写为：

$$\max Z=4x_1+6x_2$$

$$\begin{cases} 4x_1+4x_2\leqslant 28 \\ 4x_1+2x_2\leqslant 20 \\ 8x_1 \qquad\quad \leqslant 32 \\ 2x_1+4x_2\leqslant 24 \\ x_1,x_2\geqslant 0 \end{cases}$$

这就是例 1.1 的线性规划模型。

【例 1.2】 木材公司有三处木材来源及五个需要供应的市场。木材来源处 A，B，C 的每年供应量分别为 10 万 m^3，20 万 m^3 及 15 万 m^3。市场 1，2，3，4 及 5 每年可销售木材的数量分别为 7 万 m^3，12 万 m^3，9 万 m^3，10 万 m^3，8 万 m^3，过去该公司一直用火车装运木材。因为现在火车运费上涨，所以考虑改用船舶来装运，但将要求公司对所用船舶进行投资。除了这些投资费用外，经由铁路(可

行时)及经由水路,按每立方米木材所需运费(以元为单位)计算,今将每条途径的单位运费列于表 1-2。

表 1-2　　单位:元/m³

来源＼市场	铁路运输单位费用					船运单位费用				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
A	24.1	28.5	17.7	22.0	26.3	12.2	14.8	9.5	—	14.0
B	27.4	30.8	23.6	19.5	22.4	14.4	17.2	10.9	9.3	12.2
C	23.5	26.4	25.0	24.2	18.5	—	13.2	14.3	12.5	10.4

沿每条途径每年船运每万 m³ 需要的船舶基本投资额(万元)示于表 1-3。

表 1-3　　单位:万元/万 m³

来源＼市场	船舶投资额				
	1	2	3	4	5
A	110	121	95	—	114
B	117	127	108	100	106
C	—	113	110	107	96

该公司只能拨出 250 万元投资于船舶。目标是要确定在满足此投资预算及市场销售需求的同时,使总费用达到最小的全面运输计划。

试建立此问题的线性规划模型。

设 x_{ijk} 为从第 i 个来源以第 k 种方法供应第 j 个市场的木材数量;$k=1,2$ 分别代表铁路运输和船舶运输;$i=1,2,3,4$;$j=1,2,3,4,5$;Z 为总费用。

再设 c_{ijk} 为表中所给的运输单位费用,v_{ij} 为表中所给的投资于船舶的基本投资额。

此线性规划模型是:

$$\min Z=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}c_{ij1}x_{ij1}+\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}(c_{ij2}+v_{ij})x_{ij2}$$

$$\sum_{j=1}^{5}\sum_{k=1}^{2}x_{ijk}=\begin{cases}10 & i=1\\ 20 & i=2\\ 15 & i=3\end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{2}x_{ijk}\leqslant\begin{cases}7 & j=1\\12 & j=2\\9 & j=3\\10 & j=4\\8 & j=5\end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{5}v_{ij}x_{ij2}\leqslant 250$$

式中，$x_{ijk}\geqslant 0$，$i=1,,2,3$；$j=1,2,3,4,5$；$k=1,2$。

上述两个数学模型具有的共同特征是：

(1) 每一个问题都有一组决策变量$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，这组变量的一组定值就代表一个具体的规划方案。通常要求变量的取值是非负的。

(2) 每个问题都有一个目标函数，它是决策变量的线性函数。按研究问题的不同，要求目标函数达到最大值，或者最小值。

(3) 每个问题都存在一定的限制条件，它们都可以用线性不等式或线性等式来表达。

由于我们所要解决的问题就是要得到规划方案$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，而它的目标函数和约束条件都是决策变量的线性表达式，故称之为线性规划。线性规划的数学模型的一般形式为：

$$\max(\min)Z=c_1x_1+c_2x_2+\cdots+c_nx_n$$

$$\left.\begin{array}{l}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots+a_{1n}x_n\leqslant(=,\geqslant)b_1\\a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots+a_{2n}x_n\leqslant(=,\geqslant)b_2\\\quad\cdots\\a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\cdots+a_{mn}x_n\leqslant(=,\geqslant)b_m\\x_1,x_2,\cdots,x_n\geqslant 0\end{array}\right\}\tag{1-18}$$

简写成：

$$\max(\min)Z=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j$$

$$\left.\begin{array}{ll}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\leqslant(=,\geqslant)b_i & i=1,2,\cdots,m\\x_j\geqslant 0 & j=1,2,\cdots,n\end{array}\right\}\tag{1-19}$$