

中学
数学实用辞典

辽宁教育出版社

中学数学实用辞典

中学数学实用辞典

梁宗巨 王鸿钧 主编

辽宁教育出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳市南京街6段1里2号) 沈阳新华印刷厂印刷

字数: 764,000 开本: $850 \times 1168^{1/32}$ 印张: $31^{1/8}$ 插页: 4

印数: 1—11,800

1987年5月第1版

1987年5月第1次印刷

责任编辑: 俞晓群 黄晓梅 责任校对: 李晓晶 杨力

封面设计: 谭成荫

插图: 秦东辉

统一书号: 7371·299

定价: 6.50 元

前 言

编写本辞典的目的，是帮助教师解决一些教学上的疑难问题，并供大、中学校学生以及广大数学爱好者学习参考。本书按下列原则编写：

(1) 选择中学数学教材中的重点和容易发生疑问的事项列成条目，加以阐述。教材中叙述不完整的予以补充，必要时给出证明，或提供典型例题及一些参考资料，以备教学之需。

(2) 为了更好地理解中学教材，某些问题作了适当的引伸和发挥。例如简单介绍了数论、符号的历史、非欧几何、数理统计等方面的知识，行文力求深入浅出。但由于篇幅所限，内容基本不超出中学教学的范围。

(3) 本书不单纯罗列中学教材中的公式、定义、定理，所列的条目均作一定的解释。

(4) 尽量照顾中学的习惯，沿用现行教材的术语和符号，以免增加阅读的困难。但外国人译名一律按《中国大百科全书·数学》统一，外国地名则以《世界地名录》（中国大百科全书编，1984）为准。

(5) 有争议的内容暂不列入，某些流行的错误则予以纠正。例如“任何直线的方程都是一次的”、“反证法是证明逆否命题”等提法不正确，本书均作说明。

本辞典由梁宗巨教授、王鸿钧教授主编，各章执笔者如下。

- 第一章 数学概论 孙宏安
第二章 初等数论简介 孙宏安
第三章 几何学 佟雨寰、贺贤孝、王守理
第四章 三角学 王玉阁
第五章 代数学 高子平、贺贤孝
第六章 解析几何学 陈永安、佟雨寰
第七章 数列、极限、微积分 朱秉林、梁国仪
第八章 排列、组合、概率、统计 谢光熹
第九章 逻辑概要 王玉阁
第十章 数的进位制、逻辑代数、电子计算机简介 高永健、贺贤孝、孙宏安

各科的历史条目执笔者：算术，陈一心；几何学、三角学，马丽；代数学，王青建；解析几何、微积分，杜瑞芝。

全书由主编修改定稿。目录、凡例、各种索引的编排、撰写以及有关出版的事务性工作由贺贤孝、孙宏安负责。欢迎批评指正，意见请寄：大连市辽宁师范大学数学系数学教育、数学史研究室。

编 者

1986年5月

凡 例

- 一、各条目是按学科汇集的。内容较多的学科，如代数、几何，又划分成几个部分。查阅时，可依待查词语所属的学科（或部分）由目录查出。
- 二、条目后面的注（均用小号字排印），是对该条目正文的补充、解释和发挥，有助于进一步了解条目的内容。
- 三、一个条目的内容需由其他条目释文补充说明的，采用“参见”的方式，所参见的条目标题用楷体字排印，前面加“见”字，用括号标出，例如“复数集是有序集（见有序集）。”
- 四、“外国人名索引”和“汉语人名索引”是本辞典中出现的中外数学家和有关人名的汇集。
 1. 一般列入生卒年份，只列一个年份的是指该人的活动（出版著作、制成设备等）年份。
 2. 外国人一般标明国籍。有时只标明出生地现在的国名。双重国籍者有时两者皆标出。
 3. 人名后的数字表示该人名出现处的页码。
- 五、“冠以人名的词语索引”中，所有的外国人都列出外文名，以便于查对。其后的数字表示本书出现处的页码。
- 六、“词语索引”是本辞典中出现的比较主要的名词与术语汇集。
 1. 主要是以该词语所属的类别划分的，内容相关的词语

尽量集中在一起。

2. 由若干个单词复合而成的数学词语，多数至少在两处可查到。如“三角函数的万能公式”，可在“函数”、“公式”名词下查到，“四元数”可在“四”、“数”词下查到。

3. 词语后的数字是该词语出现处的页码。

目 录

第一章 数学概论

(一) 关于数学的几个问题	1		
数学的对象	1	数学基础问题	20
数学的特点	3	数学分类	26
数学的抽象	7	数学的发展方式	30
数学中的概括	12	数学猜想	33
数学方法	13	数学发展的统一趋势	34
公理法	16	新技术革命和数学	37
数学模型	19		
(二) 中学数学中的若干辩证思想	39		
初等数学运算中的辩证		数和形	49
关系	39	量的辨析	51
一与多	43	常量和变量	53
连续与离散	44	零	55
有限和无限	46		
(三) 数字和数学符号历史简介	57		
古埃及数字	57	分数和小数	66
巴比伦数字	58	加号和减号	68
古希腊数字和罗马数字	59	乘号	69
玛雅数字	61	除号	70
中国数字	62	等号	70
印度—阿拉伯数字	64	指数符号	71

方根符号·····	72	函数符号·····	79
未知数和方程的符号·····	73	三角函数符号·····	80
不等号·····	77	几何学符号·····	81
负数记号·····	77	微积分符号·····	81
符号 π 和 e ·····	78	表示运算顺序的符号— 括号·····	83
对数符号·····	78		
虚数记号·····	79		

第二章 初等数论简介

算术简史·····	85	哥德巴赫猜想·····	104
数论·····	91	素数分布问题·····	107
整除性·····	94	斐波那契数·····	109
素数·····	97	费马猜想·····	112
素数的个数·····	98	孙子定理·····	114
梅森素数·····	100	大衍求一术·····	117
完全数·····	100	勾股数·····	120
亲和数·····	103		

第三章 几何学

几何学简史·····	122		
(一) 几何学基础初步知识·····	129		
欧几里得《几何原本》···	129	非欧几里得几何学的 发现·····	138
《几何原本》的缺陷·····	132	罗巴契夫斯基公理及其 推论·····	139
希尔伯特《几何学基 础》·····	133	罗巴契夫斯基函数·····	140
希尔伯特公理系统·····	133	黎曼公理及其推论·····	140
第五公设的等价命题·····	137		

(二) 初等几何变换 141	
变换群..... 141	相似变换..... 147
平面上的平行移动..... 141	位似变换..... 148
绕点 O 的平面旋转..... 142	在初等变换下的不变性和 不变量..... 149
平面运动群..... 142	反演变换..... 150
空间的平行移动..... 143	在反演变换下的不变量和 不变性..... 151
绕轴 l 的空间旋转..... 143	在反演变换下逆点的 作图..... 151
空间运动群..... 144	
正交变换群..... 144	
平面上的对称..... 145	
空间内的对称..... 146	
(三) 几何证题法概要 152	
直接证题法..... 152	证四点共圆问题..... 166
间接证题法..... 153	证切线切圆问题..... 168
证题时的分析方法..... 155	证三角形心类问题..... 169
怎样引辅助线..... 156	证有关比例问题..... 171
证线段相等问题..... 158	证面积问题..... 172
证线段不等问题..... 159	证最大最小问题..... 174
证角相等和不等问题..... 160	一题多证五例..... 175
证定量问题..... 161	极限法证题五例..... 186
证三点共线问题..... 162	错证题六例..... 191
证三线共点问题..... 164	
(四) 轨迹题 196	
轨迹定义..... 196	探求轨迹的预想..... 197
轨迹题的证明..... 197	关于轨迹题的讨论..... 197
求轨迹题和证明	基本轨迹..... 202
轨迹题..... 197	根轴和根心..... 204
(五) 几何作图题 205	
用直尺和圆规作图..... 205	五个基本作图题..... 206

解作图题的步骤·····	206	单用双边直尺作图	
几种常见的作图法·····	207	例题·····	222
尺规作图可能条件·····	215	几个常用几何作图	
单用直尺作图例题·····	216	例题·····	225
单用圆规作图例题·····	220		
(六) 简单图形度量计算公式 ·····	227		
平面图形·····	227	公式表·····	232
正多边形各元素间的		正多边形外接圆半径	
关系·····	231	与各量间关系表·····	232
正多边形各量换算			
(七) 立体几何的理论 with 计算 ·····	234		
平面概念及其性质·····	234	两平面的垂直及其	
空间图形的作图·····	235	判定·····	252
多面体的截面·····	236	二面角概念及其计算	
异面直线概念·····	239	公式·····	254
异面直线的两种量度·····	240	多面角·····	258
异面直线所成的角的		球面距离概念及其计算	
计算·····	240	公式·····	260
异面直线间距离的作图与		四面体的余弦定理·····	263
计算·····	242	四面体的体积公式·····	264
空间二直线的平行及其		柱、锥、台、球体积的	
判定·····	248	统一公式·····	269
直线与平面的平行及其		楔形体与截头方锥体体积	
判定·····	249	公式·····	274
两平面的平行及其		球扇形与圆环体体积	
判定·····	250	公式·····	274
空间二直线的垂直及其		斜截圆柱体与圆柱	
判定·····	250	截段·····	275
直线与平面的垂直及其		桶形体·····	276
判定·····	251	正多面体·····	276

(八) 直观图的原理及其绘制	277	数学教学中轴测图的	
我国古代遗留下来的直		选择	297
观图	277	结合解題探索最佳画法	299
直观图概念与分类	283	平面图形直观图的	
投影的概念与分类	284	简便画法	300
投影法在数学中的应用	286	直观图的简便画法	303
平行投影的特性	289	直观草图	304
轴测图的形成、轴向变形		直观图的完整性	308
系数	290	添加阴影线—增加图形	
轴测图的分类、三种常见的		直观性的一种方法	310
轴测图	293	计算机绘图简介	313
轴测投影的基本定理	294		
(九) 若干著名定理和问题	314		
门纳劳斯定理	314	牛顿线	318
切瓦定理	315	正等角中心和托里切	
德扎格定理	315	利点	318
西姆森定理	315	费马问题和费马点	319
托勒密定理	316	布罗卡尔点和布罗	
勾股定理	316	卡尔角	319
帕斯卡定理	316	布罗卡尔圆和类似	
布里昂雄定理	316	重心	319
帕波斯定理	316	黄金分割	320
九点圆定理	316	四色问题和五色问题	320
费尔巴哈定理	317	施瓦兹三角形问题	320
斯图尔特定理	317	施泰纳短路问题	321
希波克拉底月牙形		等分圆周问题	322
定理	317	圆周17等分作图	322
海伦公式	317	七桥问题	322
欧拉公式	317	三大几何作图问题	322
欧拉线	318	单岸曲面	324

施泰纳直尺作图问题·····	324	问题·····	325
马斯凯罗尼圆规作图		圆周率 π 的值·····	327

第四章 三角学

三角学简史·····	328	三角级数求和公式·····	368
任意角·····	333	三角形各元素间关系·····	370
角的度量·····	334	反三角函数·····	373
三角函数·····	337	反三角函数的图象·····	375
三角函数的周期·····	341	反三角函数的性质·····	376
三角函数的图象·····	342	反三角函数的基本运算·····	378
同角三角函数关系式·····	345	反三角函数和差倍的 运算·····	379
三角函数的互相表示·····	346	反三角函数关系式·····	380
简化公式·····	307	三角方程·····	383
和(差)角公式·····	347	简单三角方程的解法·····	383
倍半角公式·····	348	三角方程不同解法所 得解集的相等·····	387
和积互化公式·····	352	最简三角不等式·····	389
万能公式·····	354	锐角三角函数不等式·····	391
三角形三内角的三角 函数式·····	354	关于三角形内角的三角 不等式·····	391
三角法解代数题·····	357	三角函数的极值·····	394
三角法解几何题·····	358	直角三角形解法·····	395
三角式恒等变形的常 用方法·····	362	斜三角形解法·····	396
证明三角恒等式的基本 方法·····	366	三角函数造表法·····	399

第五章 代数学

代数学简史·····	400		
(一) 集合知识简介·····	409		
集合论简史·····	409	集合的概念·····	411

集合的表示法	412	并集	417
数集的特殊表示	413	交集	418
集与集的关系·子集	413	差集·余集	418
空集	414	补集	419
全集	415	集的运算律	419
有序对·笛卡儿积集	415	映射	421
关系	416	一一映射·逆映射	422
有序集	416		
(二) 数系	423		
数系扩张	423	实数的公理系统	423
自然数的特点	425	实数的近似计算	440
自然数的基数定义	425	虚数的引进	444
自然数的皮亚诺公理		复数的定义	446
结构	425	共轭复数	447
数学归纳法	426	复数的绝对值	447
归纳定义	430	复数的表示形式	449
负数的引进	431	复数加减法	449
正负数的运算	431	复数乘除法	451
有理数及其性质	432	复数乘方与开方	453
无理数的引进	434	复数无大小	457
初等数学中的无理数		超复数·四元数	458
举例	435	代数数与超越数的定义	459
证明无理数的初等		代数数举例	459
方法举例	435	代数数与尺规几何作图	459
实数及其性质	436	超越数难题	460
(三) 代数式	461		
符号的使用与代数式	461	因式分解的唯一性	
整式的有关概念	462	定理	465
整式的整除性	463	因式定理	466
余数定理与综合除法	463	可约性的判定方法	466

互式分解方法举例·····	468	复合二次根式 $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$ ·····	480
二元二次多项式的因式分解·····	470	有理化因子的存在与求法·····	482
行列式概念·····	472	待定系数法及其用法·····	489
行列式的性质·····	473	用待定系数法进行部分分式展开·····	491
行列式的计算方法·····	474	用待定系数法求函数式·····	494
恒等式·····	476		
代数式的恒等变形·····	476		
(四) 方程论 ·····	495		
方程论概述·····	495	增根原因·····	532
方程及方程的解·····	496	利用合分比定理解分式方程及其同解性·····	534
解方程及其步骤·····	497	无理方程的一般解法及其增根的原因·····	536
方程的同解理论·····	498	无理方程的换元解法·····	537
方程 $ax = b$ 及其解的情形	500	无理方程 $\sqrt[3]{f(x)} + \sqrt[3]{g(x)} = \sqrt[3]{R(x)}$ 的解法及增根原因·····	539
一元二次方程的代数解法	502	指数方程的初等解法·····	541
一元二次方程的几何解法	504	对数方程的初等解法·····	543
一元二次方程根与系数的关系及其应用·····	506	指数方程与对数方程的图象解法·····	545
一元三次方程的代数解法	508	多元方程组的一般概念和基本解法·····	545
一元三次方程根的情形·····	510	线性方程组的概念及顺序消元法·····	548
一元三次方程的几何解法	516	解线性方程组的克莱姆法则·····	554
一元四次方程的代数解法	517	二元整式方程组解的情形·····	556
一元四次方程的几何解法·····	518		
一元 n 次方程的基本定理·····	520		
一元 n 次方程有有理根的存在与求法·····	523		
特殊的一元高次方程的解法·····	529		
分式方程的一般解法及其			

二元非线性方程组解 法举例..... 557	方程的近似解法..... 564 列方程解应用题..... 566
(五) 不等式 570	
不等式的基本性质..... 570	的有关概念..... 593
绝对值不等式的主要 性质..... 571	不等式(组)的同解 理论..... 593
算术平均值与几何平均 值不等式..... 571	一元二次不等式的解..... 596
几个经典不等式..... 578	一元 n 次不等式的一般 解法..... 596
绝对不等式的常用证明 方法举例..... 579	分式不等式的解法..... 599
数的大小的判定方法..... 591	非有理不等式的解法..... 599
条件不等式(组)的解	二元不等式(组)的 几何解法..... 602
(六) 函数 608	
函数概念的历史及 分类..... 606	函数图象的几何作法..... 615
函数与反函数的概念..... 608	单调函数·单调性..... 617
初等函数定义域的 确定方法..... 609	奇函数与偶函数·奇 偶性..... 618
初等函数值域的确定 方法..... 610	指数概念及其扩张..... 620
初等函数的表示法..... 614	幂函数..... 622
	对数概念及其性质..... 623
	指数函数与对数函数..... 625

第六章 解析几何学

解析几何学简史..... 627	
(一) 几个基本问题 630	
有向直线及有向线段..... 630	线段的定比分割..... 631
平面上两点间的距离..... 631	直线的倾角和斜率..... 632

(二) 直线方程及有关问题	634		
直线方程的几种形式	634	法线式方程	641
直线的一般方程	636	点到直线的距离	642
用方程系数判定二直线		直线划分平面及其应用	643
的位置关系	638	直线型经验公式	647
直线的一般方程化为			
(三) 曲线方程及有关问题	650		
曲线与方程	650	焦点、渐近线和准线	661
圆的方程	651	抛物线的方程	662
圆的切线	652	抛物线的渐近方向	663
椭圆的方程	653	已知焦点和准线作抛	
离心率与准线	654	物线	664
已知二轴作椭圆	655	已知抛物线作对称轴、	
已知椭圆, 确定它的中		焦点和准线	665
心、轴、焦点和准线	657	圆锥曲线的统一定义	
双曲线的方程	659	和方程	665
双曲线的渐近线	659	圆锥曲线是圆锥面的	
已知二轴作双曲线	660	平面截面	667
已知双曲线, 确定中心、轴、		有关圆锥曲线四个例题	670
(四) 二次曲线的一般理论	672		
二次曲线的直径、中心		缺项二次曲线的中心	
和轴	672	和轴	685
二次曲线的切线和法线	675	二次曲线可分解的条件	687
椭圆的切线性质和作图	677	原点平移和轴旋转时	
双曲线的切线性质和		二次方程的变换	688
作图	678	有心曲线的变换和分类	690
抛物线的切线性质和		无心曲线的分类	695
作图	679	一般二元二次方程分类	
坐标变换公式	680	总表	695
二次方程的化简	682	确定二次曲线的条件数	696