

冯克诚 刘以林 编著

学习方法指导 丛书

6 数学课业学习常规



- 运用优异学习方法促进学习进步
- 学业指导的规范蓝本
- 第一学习 就是掌握学习方法

优等生境界！

冯克诚 刘以林 编著

学习方法指导丛书 之六

数学课业学习常规

国际文化出版公司

目 录

数学课堂学习程式和方法

数学课堂学习的基本环节 (1)	书法 (13)
数学课堂学习的原则和基本方法 (1)	附:数学阅读课本的习惯培养 (14)
学生学数学的基本过程 (4)	附:小学数学课本的“三步读书法”指导 (15)
数学课文预习方法 (5)	学习数学概念的两种基本课堂模式比较 (18)
数学教材“三读”法 (7)	数学概念学习八法 (20)
附:阅读数学课本的四步方法 (10)	数学定义学习的步骤和方法 (23)
指导学生阅读课本的十种方法 (11)	数学命题学习的步骤和方法
附:数学课本六步读	

..... (29)	 (53)
数学例题学习的步骤和 方法	数学复习的常规方法
..... (33)	 (56)
附：小学书面练习“五 步”法	教材复习六法
..... (35)	 (59)
数学解题检验十三法	附：学生复习十二技
..... (36)	 (67)
小学生查错习惯培养	培养中学生六种良好数学学 习习惯
..... (42)	 (69)
数学知识记忆十九法	附：培养小学生九种良 好的数学学习习惯
..... (43)	 (72)
数学公式的记忆步骤和方法	

数学课堂学习程式和方法

数学课堂学习的基本环节

在校学生的学习,是在教师指导下进行的,课堂学习一般由四个环节组成:首先要听老师的课,这就是听课的一环;为了消化和掌握课堂上所传授的知识,需要做练习,这就是作业的一环;为了进一步把所学的知识巩固起来,并了解其内在联系,需要记忆和归纳整理,这就是复习的一环;为了使下一节课学得更主动,事先需要阅读新课,这就是预习的一环。这四个环节的每一部分都有它的独立意义和独立作用,而各部分之间又相互衔接,相互影响,相互制约。这四个环节组成一个小循环,也就是一个学习周期。学习的周期就是学习的车轮运转一周的轨迹,善于学习的人应该从车轮运转一周的辙印中找到它的起止点和中间环节,把四个环节组成定型的学习周期,组成一个学习系统,使每个环节都能充分发挥它们的作用,这样就能取得好的学习效果。

数学课堂学习的原则和基本方法

根据心理学的理论和数学的特点,分析数学课堂学习,应遵循以下原则:动力性原则,循序渐进原则,独立思考原则,及时反馈原

则,理论联系实际的原则,并由此提出了以下的数学学习方法:

1. 求教与自学相结合

在学习过程中,既要争取教师的指导和帮助,但是又不能处处依靠教师,必须自己主动地去学习、去探索、去获取,应该在自己认真学习和研究的基础上去寻求教师 and 同学的帮助。

2. 学习与思考相结合

在学习过程中,对课本的内容要认真研究,提出疑问,追本穷源。对每一个概念、公式、定理都要弄清其来龙去脉、前因后果、内在联系,以及蕴含于推导过程中的数学思想和方法。在解决问题时,要尽量采用不同的途径和方法,要克服那种死守书本、机械呆板、不知变通的学习方法。

3. 学用结合,勤于实践

在学习过程中,要准确地掌握抽象概念的本质含义,了解从实际模型中抽象为理论的演变过程;对所学理论知识,要在更大范围内寻求它的具体实例,使之具体化,尽量将所学的理论知识和思维方法应用于实践。

4. 博观约取,由博返约

课本是学生获得知识的主要来源,但不是唯一的来源。在学习过程中,除了认真研究课本以外,还要阅读有关的课外资料,来扩大知识领域。同时在广泛阅读的基础上,进行认真研究,掌握其知识结构。

5. 既有模仿,又有创新

模仿是数学学习中不可缺少的学习方法,但是决不能机械地模仿,应该在消化理解的基础上,开动脑筋,提出自己的见解和看法,而不拘泥于已有的框框,不囿于现成的模式。

6. 及时复习增强记忆

课堂上学习的内容,必须当天消化,要先复习,后做练习,复习工作必须经常进行,每一单元结束后,应将所学知识进行概括整

理,使之系统化、深刻化。

7. 总结学习经验、评价学习效果

学习中的总结和评价,是学习的继续和提高,它有利于知识体系的建立、解题规律的掌握、学习方法与态度的调整和评判能力的提高。在学习过程中,应注意总结听课、阅读和解题中的收获和体会。

更深一步,是涉及到具体内容的学习方法,如,怎样学习数学概念、数学公式、法则、数学定理、数学语言;怎样提高抽象概括能力、运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力、分析问题和解决问题的能力;怎样解数学题;怎样克服学习中的差错;怎样获取学习的反馈信息;怎样进行解题过程的评价与总结;怎样准备考试。对这些问题的进一步的研究和探索将更有利于中学生对数学的学习。

历史上许多优秀的教育家、科学家,他们都有一套适合自己特点的学习方法。比如,我国古代数学家祖冲之的学习方法概括起来是四个字:搜炼古今。搜就是搜索,博采前人的成就,广泛地研究;炼是提炼,把各种主张拿来比较研究,再经过自己的消化和提炼。著名的物理学家爱因斯坦的学习经验是:依靠自学,注意自主,穷根究底,大胆想象,力求理解,重视实验,弄通数学,研究哲学等八个方面。如果我们能将这些教育家、科学家的更多的学习经验挖掘整理出来,将是一批非常宝贵的财富,这也是学习方法研究中的一个重要方面。

学习方法这一问题虽已为广大的教育工作者所重视,并且提出了不少好的学习方法。但是由于长期以来“以教代学”的影响,大部分学生对自己的学习方法是否良好还没有引起注意。许多学生还没有根据自己的特点形成适合自己的有效的学习方法。因此作为一个自觉的学生,就必须在学习知识的同时,掌握科学的学习方法。

学生学数学的基本过程

学生学习独立新知时，一般要经历以下五个基本步骤。

第一步，对所学知识 事、物或数的变化发展过程进行初步感知

如考察事、物的存在、演变条件与过程；参与对所学知识的演示、操作与实物及再现事物的存在、变化和发展过程，进而获得对所学知识的初步感受。

第二步，再现演示、操作、实验的全过程

经过对比或类比分析，进行初步整理，使所学知识的本质概念在头脑中产生一个既清晰又模糊的印象，即形成表象。

第三步，学习课本

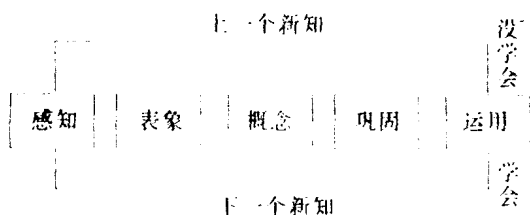
在课本的启发下，结合自己的体验，用最能表达自己感受的语言把所学新知识变化、发展的条件、规律和结果恰如其分地表述出来，形成清晰而完善的概念。

第四步，运用多种方法，熟记并进一步深化对概念的认识，使知识逐步向能力转化

第五步，参与各种练习

进一步巩固和加深对所学知识的领会，一方面完成其向能力的转化工作，另一方面促进智力水平的不断开发与提高。

上述五个步骤的循环往复就构成了学生独立新知学习过程的基本模式，如下图。

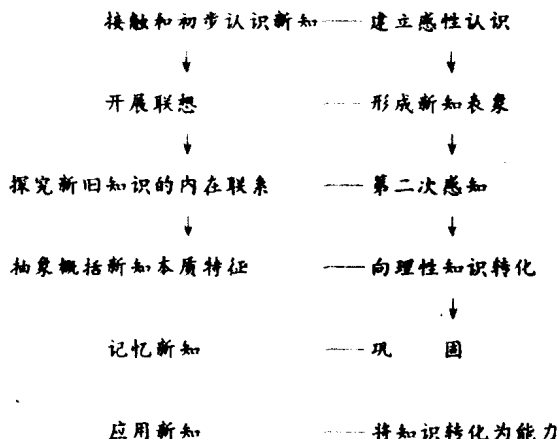


学生学习由旧知扩弃而来的新知的过程一般有两种形式,每种形式都可分为六个具体的阶段。

每一种形式各阶段的基本次序是:复习旧知→认识新知→探究新知(用对比和类比的方法找相同点和不同点)→概括新知→记住新知→运用新知。

第二种形式各阶段的基本次序是:认识新知→沟通新旧知识的内在联系→探究新知→概括新知→记忆新知→运用新知。

学生学习半独立新知的过程同前述独立新知和扩弃新知的学习过程基本相同。其具体的实施步骤如下:



重视学生学数学的基本过程的研究,对改进教学方法、加强学方法指导,提高教学质量具有十分重要的意义。

数学课文预习方法

1. 阅读课文

这是预习以下几个步骤的基础(参看后面介绍的各种阅读方法)。

2. 亲自推导公式

数学课程中有大量的公式,有的课本上有推导过程;有的课本上没有推导过程,只是把公式的最初形式写出来,然后说一句,“经推导可得”,就把结果式子写出来了。无论课本上有无推导过程,学生预习的时候应当自己合上书亲自把公式推导一遍;书上有推导过程的,可把自己推导过程和书上的相对照;书上没有推导过程的可在课堂上和老师推导的过程相对照;以便发现自己有没有推导错的地方。

自行推导公式既是自己在独立地分析问题和解决问题,又是在发现自己的知识准备情况。通常,推导不下去或推导出错误,都是由于自己的知识准备不够,要么是学过的忘记了,要么是有些内容自己还没有学过,只要设法补上,自己也就进步了。

3. 扫除绊脚石

数学知识连续性强,前面的概念不理解,后面的课程无法学下去。预习的时候发现学过的概念有不明白、不清楚的,一定要在课前搞清楚。

4. 汇集定理、定律、公式、常数等

数学课程中大量的定理、定律、公式、常数、特定符号等,是学习数学课程的最重要的内容,是需要深刻理解,牢牢记住的。所以,在预习的时候,无论你做不做预习笔记,都应当把这些内容单独汇集在一起,每抄录一遍,则加深一次印象。上课的时候,老师讲到这些地方时,应把自己预习时的理解和老师讲的相对照,看自己有没有理解错的地方。

5. 试做练习

数学课本上的练习题都是为巩固所学的知识而出的。预习中可以试做那些习题。之所以说试做,是因为并不强调要做对,而是用来检验自己预习的效果。预习效果好,一般书后所附的习题是可以做出来的。

数学教材“三读”法

“三读”：粗读、复读、精读。

预习或自学教材要采取粗读—复读—精读的良好独立读书程序。

第一、精读—浏览全书，掌握概貌

为此必须以较快的速度迅速浏览。看书时，应先看目录和前言、编者的话等，以了解书的章节大意。阅读正文时，从默读到逐渐加快眼的视力速度，以加强大脑皮层上视觉区的神经兴奋，直接以文字、数学符号作为信息传入脑的视觉区，既加快了阅读速度，又锻炼了自己的逻辑思维能力。粗读中，重点在于了解书的概貌，掌握书中的基本概念、基本原理和定理，学会初步的运算和论证。阅读进度可以配合教学进度阅读，也可自己按章、节、篇划单元阅读。对于书中的重点、难点、问题、原有知识的空白和相关性小的知识怎么办？建议采取“标记号、绕道走、放过去”的对策：

所谓“标记号”，就是对重点知识标注记号，记号可以根据读者习惯，各自选择、创造。例如可取以下记号标于书中的字里行间：

直线段“——”标明较为重要的内容；

红色红线“——”或波浪线“~~~~”标明特别重要的内容；

问号“？”标明自己的疑点、难点；

“△”标明知识空白点，留待补充；

“*”标明暂时跳过去未看的内容；

等等。

利用标注记号的办法，一方面可以把思维引向书中深处；另一方面利于复习、思考和进一步精读。

所谓“绕道走”，就是当阅读到某些难点，如难理解的概念、难证的定理，或暂时读不懂的地方，又不特别影响后面内容的阅读，则可作上记号，暂时挂起来，跳过去绕道继续往下读。待多读些后

回头再来“梳一梳”问题时,也许就迎刃而解或容易弄懂了。

所谓“放过去”,指对书中暂时与自己学习需要无关的内容,或在学术上有争议的问题等,就把它放过去,这样可以缩短看书的进程。

第二,复读——弄清结构,掌握思想

阅读数学书,重要的在于弄清书的结构,了解全书的系统和来龙去脉,掌握它的精神、思想和方法。复读阶段十分重要,它要在初读的基础上加深理解,扫清留下的障碍。此阶段建议采取“追、疑、补、记、注”的对策:

所谓“追”,是指重点追读和思索书中的关键、难点。要深入思考基本概念的意义、作用;加强对重点问题的演算和论证练习,从而把握有关原理、命题的基本思想及其应用;回头追读难点,扫清知识障碍。数学学习中比较大的障碍就是“抽象性”。例如由于对一些抽象的基本概念理解不清,掌握不牢,遂导致课程的后继学习上的困难。怎样来理解数学中的抽象概念为好呢?考虑到抽象与直观是辩证的统一,大量抽象概念都是从直观中逐步抽象、提炼出来的。如“群”这一抽象概念的产生,就是在证明一般五次方程不可能用根式求解,而导出了包括群在内的近世代数方程理论。如果不考虑“群”的历史发展顺序,可以这样来看群的概念从直观到抽象转化的过程:从最直观的晶体结构→置换群→运动群→抽象群。虽然有些抽象的数学概念未必由直观产生,但可以用某一直观模型来表示,使它直观化。如虚数的产生和人们给它的命名,就说明当时对虚数的奥妙难以捉摸,后来高斯在1831年将 $a+bi$ 表示为复平面上的一点,找到了它直观的几何意义,使人们确信了复数确实存在。再如把实数描述成数轴上的一点,把实变数函数描述成平面曲线,把解析函数理解成复平面之间的共形映照,把 n 元数组理解成 n 维向量等等,都是把抽象概念直观化的例子。学习时,只要注意充分利用直观模型来帮助理解抽象概念,就可以减少学习上的难度。

所谓“疑”,是指质疑。就是说在自学过程中,要学会“自疑寻答”。巴尔扎克说过:打开一切科学的钥匙都毫无疑问的是问号;我

们大部分的伟大发现都应当归功于如何，而生活的智慧就在于逢事都问个为什么。当你自学数学而提不出问题时，说明你还徘徊在门外；一旦有所疑且提出一个像样的问题时，说明你已在该问题的学习上向前迈进了一步；若能自己寻求求得解答，应该庆贺你在自学过程中取得了一个胜利。值得庆幸的意义不在于你获得了某项知识的解答，主要的在于你开始学会如何在自学中“自疑寻答”。这是自学者非常重要的一种学习素质。正如古人所言：“为学患无疑，疑则有进”、“小疑则小进，大疑则大进”。因此，看书、学习时，应尽力使自己沿着“有疑→有问→有思→有进”的螺旋式进程前进！

所谓“补”，是指补上你学习中的知识空白。学习，特别是对新知识的学习，不可能事先把需用的基础知识都准备好；相反，恰恰是学而不足，用方知补缺。那么，你就采取缺啥补啥，补到够用即可的办法，必能助你学习。

所谓“记”，是指在学习中作记要。写读书记要，既可以加深对数学知识的理解和记忆，又可为后继的学习垫牢基础，更可培养索取知识的动手能力。写读书记要的方式多样，常用的方法有摘记原文、写概要笔记、列表对比摘记、小结式摘记等等。这些都将对你的自学增加补益，从中亦可看出自己思想深化的过程。

所谓“注”，是指自学时在书的“天头”、“地脚”、空白处加批注。这种批注，可以是自己对问题的看法、体会；也可以是“慎读”、“审视”、思索后提出的疑问；也可以是空白知识的补充、易忘公式的记载；也可以是对书中某问题的评价及个人的创见，等等。读书批注，是自学深化的过程，也是破除对书本的“迷信”，发展自身创造性思维能力的过程。持之以恒，大有补益。

第三，精读—深入思索，激发创见

经过各章、各篇的粗读、复读以后，应该说基本上已掌握了该书的结构和知识体系，已有了一定的基础。然而任何一本书中的知识都并非尽善尽美；一本书尽管编得再好，也不是就没有不足之

处。因此尚有许多东西值得推敲、玩味，尚需进一步深入思索。精读的目标建议可考虑如下一些问题：

该书是按怎样的结构体系编写的？这种体系有何优点和不足？

全书的教学思想和精神是什么？

书中的基本概念定义得是否精确？在知识体系中，每个概念的编排是否得当？

主要定理的论证有无可改进之处？若将定理的条件加强些，定理的论证及适用范围将发生怎样的变化？条件减弱要求，情况又会如何？

有关定理或定律的论述中，哪些步骤具有普遍意义？别人是怎样想出来的？还有无可深入之处？它给出什么解题思路？

书中的题例安排是否适当？习题选择、编排是否达到巩固基本知识、应用基本知识、深化基本知识的作用？

书中的编排、论证、阐述上有没有逻辑上的错误？

文字叙述是否精确、明确？等等。

通过对这些问题的推敲、思索，不仅促使对书本的“甚解”，重要的在于激发自己的创造性思维，使自学中的独立思考能力得到更好的发展。

附：阅读数学课本的四步方法

〔美〕戴维·E·加勒特

顺利阅读数学课本需要掌握特定的阅读技能，例如：精读，权衡细节的重要程度，理解例题，组织论据，作出推断，区别资料的关联性与无关性以及注意概念间联系等。以下是帮助学生获得这类分析技能的四个步骤。

1. 慢速阅读

帮助学生理解数学课本的第一步是放慢阅读速度。大多数数学课本中几乎没有什么多余的语言，由于过渡性语言的缺乏和数学语言的复杂性，致使难以利用上下文的线索，教师要教会学生通过浏览寻找关键词，以及归纳段落大意来阅读数学课本，不仅应该通篇阅读，而且应该逐字逐句地阅读，并要边仔细阅读，边反复思考。

2. 复读

第二步是教会学生复读,尤其鼓励学生复读第一遍阅读中没有理解的那些内容。一种适用于结构严谨的数学课本和其他技术资料的系统的阅读——研究方法称为PQ4R:预习、提问、阅读、思考、改写、评论。这种过程特别适用于阅读文字问题。这些准则告知学生要放慢阅读速度,并找出概念之间的相互关系。

通常,当问题的答案并非一目了然时,学生容易失去信心。新的解题方法产生于学生尝试构思,并付之实际之时,这个过程需要时间。在数学阅读中,学生应该努力做到手脑并用;既思考解题设想,又把它们及时记下。

3. 学习数学词汇

第三步是使学生熟悉有关的数学词汇和符号。数学在特定的意义上来使用一些日常词汇,所以其意义已经不同于传统的用法。另外的阅读困难来自课本中使用的数学符号,也可能来自缩写词。

口头数学语言的教学是理解书面数学语言的前提。在幼儿园或小学一年级教学正规数学时,这种连续就应该开始。在数学学习的早期阶段,在对具体实物进行数学操作中,教师使用规范化的数学口语,有利于儿童打下学习数学语言的扎实基础。

4. 调整眼睛移动的形式

解决数学阅读问题的第四步是帮助学生调整眼睛移动的形式,这种形式不同于惯常的阅读文学作品中的从左到右的移动。在数学课本中,学生必须阅读带有指数、小括号、大括号等的表达式,他们也必须阅读若干种不同的表格和插图。当代数方程式中出现分数时,学生往往由于横向阅读分子而不是阅读整个分数,以致发生错误。教师需要强调,为了理解数学课本,种种眼睛移动形式都是必要的。

阅读和理解数学课本的方法有别于人文学科。由于在大多数数学或理科课本中的内容的精练性和复杂性,学生不宜采用阅读小说的方法来简单地浏览课本。这里提出的四项建议能够帮助学生加深对书面数学资料的理解。

(竺培梁 编译)

指导学生阅读课本的十种方法

1. 默读法

就是不出声地读,用心看。培养学生边读边思考的能力。

2. 间读法

间断地而不是持续地读。读一句，想一下，这一句是什么意思，想清楚了领会了，再继续读下去。到中高年级可要求学生一节一节地读，读一节，思考一下什么意思。

3. 复读法

就是让学生对同一部分内容翻来复去数遍地阅读。如“分数的意义”一节，可采用“五遍复读法”：一遍领会每句意思。二遍想清楚上下句的联系和每个自然段的意思。三遍想一想叙述和所举例题是不是一致，还可以补充哪些例子。四遍读后进行举例和结语之间的归纳和演绎。五遍记忆一些概念和动手演算本节的习题。

4. 研读法

就是对某些概念、定义、法则的语言表达部分进行某些词句的变换，再与原表述内容进行研究比较的一种阅读方法。如：“简易方程”一节，“含有未知数的等式叫做方程。”——“不含有未知数的等式叫做方程”吗？“含有未知数的式子叫做方程”吗？这就掌握了方程的两个特征：一是含有未知数；二必须是等式。

5. 跳读法

跳过某些部分，不作一般顺序的读法。小学数学课本内容，一般可分为引语，例题和习题，结语（包括概念和法则）以及图表几种类型。在初读基础上，可着重读引语和结语。对于夹有图、表、线段和几何形体的地方，要跳过一些内容，将有关数表和图形查找对应起来进行比较领会。

6. 算读法

对于课本上的算式或例题，可以边读边演算，这是数学阅读中的重要方法之一。可让学生先独立地尝试解答和演算，演算解答发生困难时，或者在演算结束后，再去读书看例题。

7. 索果阅读法

对应用题可以从已知条件出发读题，不断提出中间问题。为追

索问题的结果提供条件,如,“一个煤矿上半年原计划产煤 66 万吨,实际每月比原计划多生产 2.2 万吨。照这样计算,完成上半年计划要用几个月?”可以这样读:“一个煤矿上半年计划产煤 66 万吨,上半年有几个月?原计划平均月产煤多少吨?实际每月比原计划多生产 2.2 万吨,实际每月产煤多少万吨?照这样计算,完成上半年计划(上半年计划是多少万吨?)要用几个月?”

8. 追因阅读法

根据应用题中问题的需要,阅读追索条件。如,“一个机械化养鸡场一月份运出的鸡是 13600 只,二月份运出的鸡的只数是一月份的两倍,三月份运出的比前两个月的总数少 80 只。三月份运出多少只?”可自问“求什么?”自读“三月份运出多少只?”自问“三月份运的鸡数与哪几个月有关呢?”自读“比前两个月的总数少 80 只。”自问“前两个月运出的总数是多少只?”自读“……一月份运出 13600 只,二月份运出的只数是一月份的 2 倍。”

9. 关键词句阅读法

就是抓住应用题中的关键词句,边读边找条件,提问题,弄清题目的结构。如“高年级同学在校办工厂劳动,6 个同学糊了 35 个纸盒,照这样计算,12 个同学一共可以糊多少个?”抓住“照这样计算”展示阅读。自问“照怎样计算?计算什么?”然后自读“12 个同学一共可以糊多少个纸盒?”

10. 代入阅读法

用这种方法阅读应用题,可将复杂的数量关系转化为简单具体的数量关系。如“少年宫合唱队有 64 人,比舞蹈队人数的 2 倍多 16 人。舞蹈队有多少人?”阅读时设舞蹈队有 x 人,然后把题中“舞蹈队人数”“舞蹈队”用 x 人代入读成:“少年宫合唱队有 64 人,比 x 的 2 倍多 16 人。求 x 是多少?”这样一读,方程就读出来了。

附:数学课本六步读书法

为了提高阅读质量,增强再现思维,在实践中可采用读、划、查、思、比、练的六步阅读法,从粗览到精读,做到由泛到精,再由精到博,以达到消化吸收的目的。

第一步:读

就是看书,看课文,精读细看反复识记,深入理解。