

初 中 数 学 题

CHU ZHONG
SHU XUE TI DIAN

初中数学题典



江苏科学技术出版社

左宗明 蒋声 主编

初中
数学
题典



(苏) 新登字第002号

《初中数学题典》编委会

主编: 左宗明 蒋 声

编委: (按姓氏笔画排列)

万庆炎 毛定良 毛敏球

左宗明 庄亚栋 蒋 声

责任编辑: 高楚明

特邀编辑: 陈永林 陈 猷

初中数学题典

左宗明 蒋 声 主 编

出版、发行: 江苏科学技术出版社

经 销: 江苏省新华书店

印 刷: 无锡春远印刷厂

开本850×1168毫米 1/32 印张26.625 插页2 字数913,000

1991年5月第1版 1992年2月第8次印刷

印数12,001—62,000册

ISBN 7-5345-1172-0

0.76

定价: 11.60元

前　　言

《初中数学题典》系根据现行中学数学教学大纲要求，参照中学通用数学教材的内容、体系编撰而成，共收集初中部分各类数学问题 1773 条，按代数、平面几何、杂题三个部分编排。

《初中数学题典》既不同于那些常见的习题题解集和复习资料，又有别于那些卷帙浩繁的数学典籍。它是一部供广大中学师生学习、使用的工具书，尤其适合于中等程度以上的学生。同时，它对于师范院校数学系的学生和广大中学数学爱好者，也具有参考价值。其最突出的特色是精炼实用，查找方便。

本《题典》在编排上力求反映学科体系，紧扣教材，从简到繁，从易到难；在取材上，更着意于问题的典型性、代表性，题型的多样性，题目的新颖性，力图为广大读者提供一些新的信息；选题范围则力求覆盖大纲和教材所涉及的知识，使之对于重要的数学方法和那些有典型性、代表性的解题方法都有所反映。

另外，考虑到目前中学开设第二课堂和参加各类数学竞赛的需要，我们的选题，在源于大纲和基于教材的同时，不论在知识方面还是在解题的思想方法方面，都适当地作了一些扩展，例如第三部分杂题所选取的多数内容。我们这样处理的目的，完全是为了使本《题典》的层次更加丰富一些，使之能够从较为宽广的角度给目前的中学数学教学提供一些急需的材料。

但是，限于篇幅，也限于水平，本《题典》在选题上难免挂一漏万，所提供的解答也可能不属精妙奇巧。

《初中数学题典》编委会由万庆炎、毛定良、毛毓球、左宗明、庄亚栋、蒋声（按姓氏笔画排列）等六位同志组成。各部分执笔情况如

2 前言

下：

第一部分，一，由梅锡武执笔；二、五，由毛定良执笔；三，由毛毓球执笔；四，由洪修仁执笔；六，由庄亚栋执笔；七，由郑淑娟执笔。第二部分，一、二、三、四，由万庆炎、吴美德、成荃执笔；五、六、七，由陆丕文、沈宗华执笔，第三部分，由左宗明执笔。

初稿完成，经编委们互审后，平面几何部分由万庆炎、蒋声终审、定稿，代数和杂题部分由左宗明终审、定稿。

本《题典》在编撰过程中，曾得到许多同行的支持和帮助，于此谨向他们表示感谢。

为中学师生编写一部适用而又有指导意义的数学题典，是我们长久以来的心愿，也是当前中学数学教学的需要。在江苏科学技术出版社的支持和指导下，我们的愿望才得以实现，在此谨向他们表示感谢。

对于我们所作的努力和尝试，诚挚地期望广大读者给予批评指正。

《初中数学题典》编委会

1989年5月

目 录

第一部分 代 数

一、数 (题 1—题 107)	1
(一) 有理数	1
1. 选择题 (题 1—题 5)	1
2. 基本概念 (题 6—题 10)	2
3. 有理数的加减 (题 11—题 15)	5
4. 有理数的混合运算 (题 16—题 23)	8
5. 近似数及其计算 (题 24—题 30)	13
6. 利用平(立)方数表进行计算 (题 31—题 33)	17
7. 其他 (题 34—题 41)	19
(二) 实数	24
1. 选择题 (题 42—题 46)	24
2. 利用平(立)方根表求值与计算 (题 47—题 54)	26
3. 不查表求值与计算 (题 55—题 59)	31
4. 比较实数的大小 (题 60—题 63)	34
5. 关于无理数的证明 (题 64—题 69)	38
6. 其他 (题 70—题 77)	41
(三) 数的整除与完全平方数	45
1. 选择题 (题 78—题 82)	45
2. 数的整除与有关问题 (题 83—题 100)	47
3. 完全平方数 (题 101—题 107)	55
二、代数式 (题 1—题 228)	59
(一) 整式	59

2 目录

1. 选择题 (题 1—题 17)	59
2. 字母代数(题 18—题 27)	62
3. 整式的加减 (题 28—题 32)	67
4. 整式的乘法与乘法公式 (题 33—题 44)	69
5. 整式的除法 (题 45—题 50)	74
6. 恒等式与条件等式的证明 (题 51—题 61)	77
7. 其他 (题 62—题 72)	83
(二) 因式分解	89
1. 选择题 (题 73—题 78)	89
2. 提取公因式法 (题 79—题 80)	91
3. 公式法 (题 81—题 95)	91
4. 十字(双十字)相乘法、配方法、求根公式法 (题 96—题 105)	96
5. 分组分解法 (题 106—题 115)	102
6. 因式分解的应用 (题 116—题 125)	106
7. 最高公因式与最低公倍式 (题 126—题 129)	110
(三) 分式	113
1. 选择题 (题 130—题 139)	113
2. 分式的基本性质与约分 (题 140—题 143)	115
3. 分式的四则运算 (题 144—题 153)	117
4. 求值 (题 154—题 161)	123
5. 恒等式与条件等式的证明 (题 162—题 172)	128
6. 应用题及其他 (题 173—题 181)	135
(四) 二次根式	141
1. 选择题 (题 182—题 195)	141
2. 二次根式的概念、性质、算术根 (题 196—题 204)	143
3. 二次根式的运算、分母有理化 (题 205—题 212)	149
4. 二次根式的求值 (题 213—题 220)	154
5. 等式与条件等式的证明 (题 221—题 228)	159
三、方程 (题 1—题 237)	163
(一) 一元一次方程	163

1. 选择题 (题 1—题 2).....	163
2. 解数字方程 (题 3—题 12).....	163
3. 解字母方程 (题 13—题 17).....	166
4. 应用题 (题 18—题 39).....	168
(二) 二元一次方程组.....	178
1. 选择题 (题 40—题 43).....	178
2. 解二元一次方程组 (题 44—题 53).....	179
3. 解三(四)元一次方程组 (题 54—题 63).....	183
4. 应用题 (题 64—题 81).....	188
(三) 一元二次方程.....	196
1. 选择题 (题 82—题 83).....	196
2. 解一元二次方程 (题 84—题 97).....	196
3. 一元二次方程的判别式 (题 98—题 108).....	201
4. 应用题 (题 109—题 120).....	207
(四) 一元二次方程根与系数的关系.....	212
1. 选择题 (题 121—题 123).....	212
2. 根与系数关系的有关问题 (题 124—题 145).....	213
(五) 高次方程与二元二次方程组.....	223
1. 解特殊的高次方程 (题 146—题 156).....	223
2. 解特殊的二元二次方程组 (题 157—题 173).....	228
3. 应用题 (题 174—题 175).....	236
(六) 分式方程(组).....	237
1. 概念题 (题 176).....	237
2. 解分式方程 (题 177—题 186).....	237
3. 解分式方程组 (题 187—题 196).....	244
4. 应用题 (题 197—题 212).....	251
(七) 无理方程(组).....	259
1. 概念题 (题 213).....	259
2. 解无理方程 (题 214—题 224).....	259
3. 解无理方程组 (题 225—题 233).....	269
4. 应用题 (题 234—题 237).....	274

四、不等式 (题 1—题 97)	277
(一) 不等式的基本性质.....	277
1. 选择与填空 (题 1—题 3).....	277
2. 关于比较大小的问题 (题 4—题 11).....	278
3. 不等式的证明 (题 12—题 17).....	282
4. 应用题 (题 18—题 20).....	284
(二) 一元一次不等式.....	285
1. 选择题 (题 21—题 22).....	285
2. 解数字系数的不等式 (题 23—题 25).....	287
3. 含文字或有绝对值符号的不等式 (题 26—题 31).....	288
4. 应用题 (题 32—题 36).....	292
(三) 一元二次不等式.....	294
1. 选择与填空 (题 37—题 39).....	294
2. 解一元二次不等式 (题 40—题 47).....	295
3. 与解集有关的问题 (题 48—题 52).....	300
4. 证明题 (题 53—题 55).....	302
5. 应用题 (题 56—题 58).....	303
(四) 不等式组.....	305
1. 选择题 (题 59).....	305
2. 解不等式组或含绝对值的不等式 (题 60—题 65).....	305
3. 涉及方程(组)的解的问题 (题 66—题 70).....	309
4. 应用题 (题 71—题 74).....	312
(五) 一些特殊的不等式(组).....	314
1. 选择题 (题 75).....	314
2. 高次不等式与分式不等式 (题 76—题 80).....	315
3. 含绝对值、根式、对数的不等式 (题 81—题 88).....	317
4. 与参数取值有关的方程或不等式 (题 89—题 93).....	320
5. 证明题与应用题 (题 94—题 97).....	323
五、指数与对数 (题 1—题 95)	325
(一) 指数.....	325

目录 5

1. 选择题 (题 1—题 13).....	325
2. 概念、性质, 根式运算 (题 14—题 28).....	328
3. 指数式的求值 (题 29—题 34).....	335
4. 等式与条件等式的证明 (题 35—题 38).....	338
(二) 对数.....	340
1. 选择题 (题 39—题 43).....	340
3. 对数的性质与运算 (题 44—题 54).....	341
.. 对数式的求值与证明 (题 55—题 60).....	346
(三) 常用对数.....	349
1. 选择题 (题 61—题 67).....	349
2. 常用对数的性质与运算 (题 68—题 76).....	350
3. 对数式的求值与证明 (题 77—题 84).....	355
4. 对数应用题 (题 85—题 95).....	360
六、函数 (题 1—题 145).....	366
(一) 平面直角坐标系.....	366
1. 选择题 (题 1—题 2).....	366
2. 求点的坐标 (题 3—题 15).....	366
3. 距离公式的应用 (题 16—题 22).....	373
4. 解几何问题 (题 23—题 31).....	377
5. 定比分点公式及其应用 (题 32—题 37).....	381
(二) 函数.....	385
1. 选择题 (题 38—题 39).....	385
2. 求函数的定义域 (题 40—题 43).....	385
3. 求解析式、图象及其上的点 (题 44—题 51).....	389
4. 应用题 (题 52—题 56).....	391
(三) 正、反比例函数与一次函数.....	394
1. 选择题 (题 57—题 60).....	394
2. 正、反比例函数 (题 61—题 64).....	396
3. 一次函数及其图象——直线 (题 65—题 76).....	397
4. 几何问题与应用题 (题 77—题 80).....	403
5. 带绝对值号的一次函数及其图象 (题 81—题 83).....	406

6 目录

(四) 二次函数	407
1. 选择题 (题 84—题 87).....	407
2. 图象的性质 (题 88—题 91).....	409
3. 确定二次函数 (题 92—题 105).....	412
4. 几何上的应用 (题 106—题 112).....	420
5. 与二次方程的根之关系 (题 113—题 119).....	425
(五) 二次函数的最大、最小值	429
1. 选择题 (题 120—题 121).....	429
2. 一般的最值问题 (题 122—题 133).....	430
3. 几何应用 (题 134—题 137).....	436
4. 在指定范围内的最值 (题 138—题 144).....	438
5. 函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ (题 145).....	443
七、解三角形 (题 1—题 119)	444
(一) 同角三角函数的关系	444
1. 选择题 (题 1—题 9).....	444
2. 用定义或特殊角的三角函数求值或化简 (题 10—题 11).....	447
3. 恒等式的证明 (题 12—题 15).....	448
4. 求值与化简 (题 16—题 24).....	452
5. 其他 (题 25—题 29).....	457
(二) 互余角与互补角的三角函数	459
1. 选择与填空 (题 30—题 35).....	459
2. 三角形三内角的三角函数关系 (题 36).....	462
3. 求值 (题 37—题 42).....	463
4. 其他 (题 43—题 47).....	466
(三) 解直角三角形	469
1. 直角三角形中两锐角的三角函数关系 (题 48—题 49).....	469
2. 解直角三角形 (题 50—题 57).....	470
(四) 解斜三角形	476
1. 解斜三角形的基本类型问题 (题 58—题 62).....	476
2. 解斜三角形的其他类型问题 (题 63—题 76).....	480
3. 求某些指定的元素 (题 77—题 82).....	489

(五) 正、余弦定理的其他应用	492
1. 选择题 (题 83—题 85)	492
2. 证明三角形中的等式与条件等式 (题 86—题 91)	493
3. 判定元素的性质或三角形的形状 (题 92—题 98)	497
4. 综合题 (题 99—题 109)	501
5. 应用题 (题 110—题 119)	506
 第二部分 平面几何	
一、基本概念、相交线、平行线 (题 1—题 21)	511
(一) 命题、定理、证明 (题 1—题 8)	511
(二) 直线、射线、线段 (题 9—题 15)	514
(三) 相交线、平行线 (题 16—题 21)	515
二、三角形 (题 1—题 44)	517
(一) 三角形的边角关系 (题 1—题 9)	517
(二) 全等三角形、等腰三角形、直角三角形 (题 10—题 26)	519
(三) 轴对称及其他问题 (题 27—题 44)	526
三、四边形 (题 1—题 46)	534
(一) 多边形 (题 1—题 14)	534
(二) 平行四边形	539
1. 平行四边形 (题 15—题 20)	539
2. 特殊的平行四边形 (题 21—题 40)	541
(三) 梯形 (题 41—题 46)	550
四、面积、勾股定理 (题 1—题 40)	552
(一) 选择题 (题 1—题 6)	552
(二) 面积	554
1. 正方形、矩形、平行四边形、三角形的面积 (题 7—题 19)	554

2. 梯形的面积 (题 20—题 28).....	559
(三) 勾股定理 (题 29—题 40).....	563
 五、比例与相似形 (题 1—题 148).....	569
(一) 选择题 (题 1—题 9).....	569
(二) 比例线段 (题 10—题 13).....	572
(三) 与三角形有关的比例线段.....	574
1. 计算题 (题 14—题 20).....	574
2. 线段成比例 (题 21—题 51).....	577
3. 线段的相等、和差倍分与不等 (题 52—题 63).....	590
4. 直线的平行与垂直 (题 64—题 69).....	595
5. 角相等与定值问题 (题 70—题 81).....	597
6. 共点线与共线点 (题 82—题 89).....	601
7. 涉及面积的问题 (题 90—题 102).....	605
(四) 与多边形有关的比例线段.....	611
1. 任意多边形 (题 103—题 107).....	611
2. 平行四边形与特殊的平行四边形 (题 108—题 125).....	613
3. 梯形 (题 126—题 135).....	620
4. 涉及三角函数的问题 (题 136—题 148).....	625
 六、圆与正多边形 (题 1—题 141).....	632
(一) 选择题 (题 1—题 5).....	632
(二) 涉及一个圆的问题.....	633
1. 角的相等与倍分 (题 6—题 15).....	633
2. 线段的平行与垂直 (题 16—题 28).....	637
3. 线段相等 (题 29—题 47).....	642
4. 线段成比例 (题 48—题 69).....	649
5. 共圆与切线的问题 (题 70—题 77).....	658
6. 其他问题 (题 78—题 92).....	662
(三) 涉及多个圆的问题.....	670
1. 涉及两个圆的问题 (题 93—题 118).....	670
2. 涉及两个以上圆的问题 (题 119—题 133).....	679

(四) 与正多边形有关的问题 (题 134—题 141) ······	685
七、作图与轨迹 (题 1—题 80) ······	689
(一) 选择题 (题 1—题 4) ······	689
(二) 作图 ······	690
1. 作点 (题 5—题 12) ······	690
2. 作直线、射线、线段 (题 13—题 23) ······	694
3. 作三角形 (题 24—题 37) ······	698
4. 作四边形 (题 38—题 49) ······	704
(三) 轨迹 ······	708
1. 与定点有关的点的轨迹 (题 50—题 56) ······	708
2. 与定直线有关的点的轨迹 (题 57—题 69) ······	711
3. 与圆有关的点的轨迹 (题 70—题 80) ······	716
第三部分 杂题 (题 1—题 225)	
(一) 整数的性质 ······	721
1. 选择题 (题 1—题 6) ······	721
2. 奇偶数、质数与合数 (题 7—题 17) ······	723
3. 整除、同余与求余数 (题 18—题 32) ······	729
4. 有关整数的末位数问题 (题 33—题 41) ······	736
5. 其他 (题 42—题 50) ······	740
(二) 不定方程 ······	745
1. 选择题 (题 51—题 52) ······	745
2. 二(三)元一次不定方程(组) (题 53—题 66) ······	746
3. 高次不定方程 (题 67—题 82) ······	753
4. 其他不定方程 (题 83—题 86) ······	761
(三) 高斯函数与绝对值问题 ······	763
1. 选择题 (题 87—题 89) ······	763
2. 高斯函数 (题 90—题 101) ······	764
3. 绝对值问题 (题 102—题 106) ······	771
(四) 抽屉原则 ······	774

1. 选择题 (题 107—题 108).....	774
2. 有关数的问题 (题 109—题 115).....	775
3. 有关点的问题 (题 116—题 121).....	778
4. 其他 (题 122—题 128).....	782
(五) 推理问题.....	785
1. 选择题 (题 129—题 131).....	785
2. 字母谜问题 (题 132—题 139).....	786
3. 寻找满足条件的多位数 (题 140—题 146).....	791
4. 其他 (题 147—题 160).....	795
(六) 覆盖问题.....	802
1. 选择题 (题 161—题 162).....	802
2. 图形覆盖图形的问题 (题 163—题 169).....	803
3. 图形覆盖点的问题 (题 170—题 174).....	806
4. 其他 (题 175—题 180).....	809
(七) 其他.....	813
1. 选择题 (题 181—题 183).....	813
2. 几何问题 (题 184—题 200).....	815
3. 剖分问题 (题 201—题 206).....	825
4. 其他 (题 207—题 225).....	830

第一部分 代 数

一、 数

(一) 有理数

1. 选择题

题1 设 p 是 3659893456789325678 与 342973489379256 的乘积，则整数 p 的位数是（ ）。

- (A) 36 (B) 35 (C) 34 (D) 33

解 设 $3659893456789325678 = x$,

$$342973489379256 = y.$$

$$\therefore 3.6 \times 10^{18} < x < 3.7 \times 10^{18},$$

$$3.4 \times 10^{14} < y < 3.5 \times 10^{14},$$

$$\therefore 3.6 \times 3.4 \times 10^{32} < xy < 3.7 \times 3.5 \times 10^{32}$$

由于 $3.6 \times 3.4 \times 10^{32} = 1.224 \times 10^{33}$ 及 $3.7 \times 3.5 \times 10^{32} = 1.295 \times 10^{33}$ 都是 34 位数，故 $p = xy$ 是 34 位数。故应选 (C)。

题2 $100 \times 99 \times 98 \times 97 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$ 乘积中零的个数有（ ）。

- (A) 10个 (B) 17个 (C) 24个 (D) 31个

解 因为从 1 到 100 的 100 个数中含有因数 5^2 的数共 4 个，含有因数 5 (但不含 5^2) 的数有 16 个，所以 $100 \times 99 \times \cdots \times 3 \times 2 \times 1$ 中共含 24 个因数 5；另一个方面，该乘积中共有 50 个偶数，于是积中所含因数 2 的个数比其所含因数 5 的个数多。而每有一对 5 与 2 的因数就有一个零，故应选 (C)。

题3 $1989^{1989} - 1$ 的个位数上的数字是（ ）。

- (A) 0 (B) 3 (C) 7 (D) 9.

解 观察 1989 的幂的个位数字：

$$9^1 = 9, 9^2 = 81, 9^3 = 729, 9^4 = 6561, \dots$$

可以看到，当指数是奇数时，个位数字为 9；当指数是偶数时，个位数字是 1。

2 第一部分 代数·数·有理数

因而 1989^{1989} 的个位数字是 9, 故应选(D).

题4 若 78 被分成 $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$ 的三份, 则中间部分为()。

- (A) $17\frac{1}{3}$ (B) 13 (C) $18\frac{1}{3}$ (D) $9\frac{1}{3}$

解 $\because 78 \times \frac{\frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = \frac{156}{9} = 17\frac{1}{3}$,

∴ 应选(A).

题5 $1 - 2^3$ 的值等于()。

- (A) 65 (B) -63 (C) 513 (D) -511

解 $\because 2^3 = 2^9 = 512$,

∴ $1 - 2^3 = -511$. 故应选(D).

2. 基本概念

题6 (1) 水库水位上升 0.17 米记作 +0.17 米, 下降 0.04 米记作什么? (2) 如果向北为正, 那么走 -90 米是什么意思? 如果向南为正, 那么走 -90 米又是什么意思?

解 (1) 因为水库水位的上升与下降具有相反的意义, 当规定其中之一为正时, 另一个就随之被规定为负. 现在既然水位上升 0.17 米记作 +0.17 米, 所以, 下降 0.04 米应该记作 -0.04 米.

(2) 由于向北与向南是两个相反的方向, 如果把向北规定为正的, 那么走 -90 米是指向南走了 90 米. 同理, 如果把向南规定为正的, 那么 -90 米的意思是表示向北走了 90 米.

注 表示具有相反意义的量时, 总是先规定其中之一为正的, 另一个也就随着被规定为负的了, 至于其中哪一个被规定为正的, 常常是根据习惯或被研究的问题的需要而定.

题7 有没有最小的有理数? 有没有绝对值最小的有理数? 有没有最小的正整数? 有没有最小的负整数? 有没有最大的负整数? 如果有, 各是什么数?

解 有理数中没有最小的数, 负整数中也没有最小的数, 绝对值最小的有理数是零, 最小的正整数是 1, 最大的负整数是 -1.

题8 有理数中,