

 浙江省高等教育重点建设教材

24 Jun 94

(下册)

大学物理学

4 Jul 94

主 编 田志伟
副主编 赵隆韶

11 Jul 94

20 Jul 94

浙江大学出版社

浙江省高等教育重点建设教材

大学物理学

(下 册)

主 编 田志伟

副主编 赵隆韶

浙江大学出版社

目 录

第 13 章 稳恒电流

13.1 电流强度和电流密度	1
13.2 电源和电动势	4
13.3 导体的电阻、欧姆定律及其微分形式	6
13.4 电流功和焦耳—楞次定律	10
13.5 直流电路解法	12
13.6 RC 电路的充电和放电过程	16
*13.7 超导电性	18
习题	21

第 14 章 真空中的稳恒磁场

14.1 磁力和磁场以及磁感应强度	25
14.2 毕奥—萨伐尔—拉普拉斯定律	28
14.3 运动电荷的磁场	31
14.4 稳恒磁场的基本定理	32
14.5 磁场对载流导线的作用	36
14.6 磁力的功	40
14.7 带电粒子在磁场中的运动	41
14.8 B 和 E 的相对论性关系	43
*14.9 磁流体发电	46
习题	48

第 15 章 磁场和磁介质

15.1 磁场中的磁介质	53
15.2 顺磁质与抗磁质的磁化	54
15.3 有磁介质时的磁场	58
15.4 磁场的边界条件	61
15.5 铁磁质	62
*15.6 磁性材料在信息技术中的应用	64
习题	67

第 16 章 电磁感应

16.1 电磁感应定律	69
16.2 动生电动势	72
16.3 感生电动势	75
16.4 涡电流	79
16.5 自感应	80
16.6 互感应	84

16.7 磁场的能量和能量密度	86
*16.8 磁单极	88
习题	90
第 17 章 电磁场和电磁波	
17.1 位移电流	94
17.2 麦克斯韦方程组	96
17.3 平面电磁波的波动方程	99
17.4 电磁波的性质和坡印廷矢量	101
17.5 电磁波谱	104
17.6 加速运动点电荷的辐射	105
17.7 振荡电偶极子的辐射和赫兹实验	107
17.8 电磁波的反射和折射	109
*17.9 电磁波的多普勒效应和同步辐射	112
*17.10 麦克斯韦(James Clerk Maxwell, 1831~1879)	114
习题	116
第 18 章 光的干涉	
18.1 相干光的获得	118
18.2 杨氏双缝干涉实验	120
18.3 薄膜干涉和劈尖干涉	123
18.4 迈克耳逊干涉仪	130
*18.5 光的空间相干性和时间相干性	133
*18.6 迈克耳逊星体干涉仪	138
*18.7 迈克耳逊(Albert Abraham Michelson, 1852~1931)	139
习题	143
第 19 章 光的衍射	
19.1 惠更斯—菲涅耳原理	147
19.2 菲涅耳衍射与夫琅和费衍射	148
19.3 菲涅耳圆孔衍射和菲涅耳波带板(片)	150
19.4 夫琅和费单缝衍射及圆孔衍射	155
19.5 衍射光栅及分光仪器的分辨本领	163
*19.6 菲涅耳十字叉丝波带板	171
*19.7 全息摄影的基本原理	173
*19.8 光学信息处理中的滤波技术	176
习题	180
第 20 章 光的偏振	
20.1 自然光和偏振光	183
20.2 马吕斯定律	185
20.3 布儒斯特定律——由反射或折射起偏振	188
20.4 双折射和偏振棱镜	190
20.5 二向色性与人造偏振片	195

20.6	物质的电光效应及旋光性·····	199
*20.7	法拉第效应及旋光现象在现代技术中的应用·····	205
*20.8	液晶与液晶光阀·····	207
	习题·····	210
第21章 量子理论基础		
21.1	光的波粒二象性·····	213
21.2	原子光谱和原子能级·····	217
21.3	夫兰克—赫兹实验·····	220
21.4	实物粒子的波动性·····	221
21.5	波函数及其统计解释·····	224
21.6	不确定关系式·····	226
21.7	薛定谔方程·····	228
*21.8	扫描隧道电子显微镜(STM)·····	237
*21.9	玻尔(Niels Henrik David Bohr, 1885~1962)·····	238
	习题·····	239
第22章 原子结构和原子光谱		
22.1	氢原子·····	242
22.2	碱金属原子的能级和光谱·····	251
22.3	正常塞曼效应·····	254
22.4	电子自旋·····	256
22.5	多电子原子状态和泡利原理·····	258
22.6	原子的壳层结构和元素周期表·····	261
*22.7	激光原理及其应用·····	267
	习题·····	269
第23章 分子和固体		
23.1	分子键·····	271
23.2	分子转动能级和转动光谱·····	273
23.3	分子的振动能级和带光谱·····	275
23.4	晶体的结构·····	277
23.5	固体的能带·····	279
23.6	半导体的导电性能·····	280
23.7	半导体器件·····	281
	习题·····	283
第24章 原子核和基本粒子		
24.1	原子核的基本性质·····	285
24.2	原子核的结合能·····	288
24.3	原子核的衰变·····	290
24.4	原子核衰变的速率·····	293
24.5	原子核反应·····	295
24.6	基本粒子的发现及其性质·····	301

24.7 基本粒子间的相互作用及其分类·····	304
24.8 强子分类和夸克模型·····	307
*24.9 大统一理论和宇宙演化·····	309
*24.10 斯蒂芬·威廉·霍金(Stephen. W. Hawking, 1942~)·····	310
习题·····	311
习题参考答案·····	314

第 13 章 稳恒电流

本章在静电学知识的基础上,介绍导体内电荷定向运动所形成的电流以及维持稳恒电流的设备和条件,并引出了电源和电源电动势的概念。

从电路的角度介绍了闭合电路及部分电路中通有电流时所遵从的基本定律(欧姆定律及其微分形式)。

从能量的角度介绍了电路中的功能关系以及能量转换关系(叙述了焦耳定律及其微分形式)。

最后,从应用的角度,通过实例介绍解直流电路的基本方法(包括基尔霍夫定律、叠加定理和等效电源定理)。并在此基础上,进一步以 RC 串联电路中电容的充放电过程为例,分析了电路的稳态和瞬态过程以及两者之间的联系和特点。

13.1 电流强度和电流密度

13.1.1 传导电流、运流电流

电荷有规则的定向运动形成了“电流”。运载(携带)电荷形成电流的粒子称为“载流子”,载流子可以是各式各样的。例如,金属导体(第一类导体)中,载流子是自由电子;电解质溶液(第二类导体)中,载流子是正、负离子;电离的气体中,载流子是正、负离子和电子;在半导体中,载流子是电子—空穴对。

此外,带电的宏观物体作机械运动时也可形成电流。

载流子在导体或半导体内作有规则定向运动所形成的电流称为传导电流;载流子及宏观带电体在空间作机械运动所形成的电流称为运流电流。

13.1.2 电流强度、电流密度

13.1.2.1 电流强度 I

一般金属导体都具有微晶结构,其中有大量自由电子及按一定方式排列的正离子(晶体点阵)。当导体处于静电平衡状态时是一等势体,内部场强为零,大量自由电子只作热运动。在任何特定的方向上,它们的平均速度为零,导体内不存在电流。

如果在导体两端维持一定的电势差,使导体内部场强不再为零,则自由电子将在电场力作用下沿着与场强 E 相反的方向作定向运动。这种定向运动与电子的无规则热运动相叠加组成了电子的合运动。由于热运动本身就反映了运动电子与晶体点阵频繁碰撞的事实,所以不难想象电子的合运动是迂回曲折的。但是,大量电子沿场强 E 相反方向的平均定向速度 $\bar{v}$ 不再为零,这一平均速度称为漂移速度。此时,若在导体内任取一垂直于 E 方向的截面 ΔS 来观察:在一定时间 Δt 内,沿 E 方向穿过 ΔS 的电子数将小于 E 相反方向穿过 ΔS 面的电子数,于是,导体

中出现了电流。电流的强弱通常用电流强度(I)来表示,并定义通过导体中任意截面的电流强度数值上等于单位时间内通过该截面的净电量,即

$$I = \Delta q / \Delta t \quad (13.1)$$

由定义可知,电流强度(简称电流)是个标量,但为了讨论问题的方便和需要,习惯上常把正电荷流动的方向规定为电流的方向。不过导体中的电流强度仍然服从代数(标量)加减法则。如果电流的大小和方向不随时间而变化,这样的电流称为稳恒电流,此时导体中虽不断有电荷流过,但任何时刻导体内的电场和电荷分布保持不变,此种电场也称为稳恒电场,它具有类似静电场的性质。例如,它们都服从高斯定理和场强环路积分为零的规律。根据稳恒电场的这一保守性,从而在电路中也引进电势的概念。

尽管如此,稳恒电场和静电场还是有重要区别的,其根本原因是产生稳恒电场的电荷分布虽然不随时间改变,但这种分布总伴随着电荷的运动,而产生静电场的电荷则是始终固定不动的。因此即使在导体内部,稳恒电场也不等于零,又因为电荷运动时稳恒电场力是要作功的,因此稳恒电场的存在总要伴随着能量的转移。但是静电场是由固定电荷产生的,所以维持静电场不需要能量的转换。

如果电流强度随时间而变化,不是恒量,例如交流电路中的电流,则应以电流强度的瞬时值来表示导体中的电流,即

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

在 SI 中,电流强度的单位为 A, $1A = 1C \cdot s^{-1}$

13.1.2.2 电流密度

通过对电流的讨论可知,形成电流的内在条件是导体内存在大量的自由电子,外在条件是必须在导体内维持一定的电场或者说在导体两端维持与此电场相应的电势差。当电场分布恒定时得到稳恒电流,电场及电场分布发生变化时得到变化的电流。

当粗细均匀的导体中通有稳恒电流时,在任一截面上,电流的分布也是均匀而稳恒的,这时只需给出通过任一截面的电流强度,即可描述(或代表)导体中各处的电流,但在粗细不均匀的导体或电流流经块状导体时,即使电流仍是稳恒电流,其分布则并不均匀,如图 13.1 所示。因此,仅用电流强度还不能描述导体中各处电流的分布情况。

为了定量地描述导体中的电流的分布状况,我们引入电流密度的概念,电流密度是个矢量,这矢量在导体中各点的方向,代表着该点正电荷的运动方向,也即该点的电流和场强的方向,其数值的大小等于通过该点单位垂直截面的电流强度,也即单位时间里通过单位垂直截面的电量,如图 13.2 所示,并记为

$$\delta = \frac{dI}{dS} \quad (13.2)$$

可见在 SI 中电流密度的单位为 A/m^2 。从式

(13.2) 还可知,若用电流密度来表示电流强度,则两者的关系也可写成

$$dI = \delta \cdot dS$$

如果引入截面元矢量 dS ,其法线方向为 n ,且 n 与过 dS 的电流 dI 方向间的夹角为 θ ,如图 13.3 所示,则电流强度 dI 与电流密度 δ 的关系,可以写成更一般的形式,即

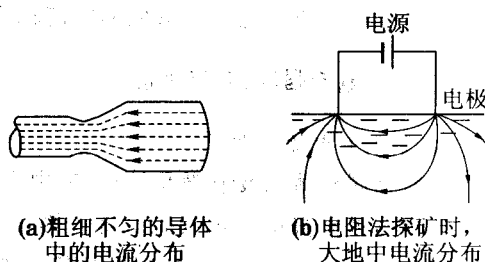


图 13.1 电流的分布

$$dI = \delta \cdot dS \cdot \cos\theta$$

或者写成矢量形式

$$dI = \delta \cdot dS$$

由此,导体内通过任意截面 S 的电流强度可表示为

$$I = \int_S \delta \cdot dS = \int_S \delta \cdot dS \cdot \cos\theta$$

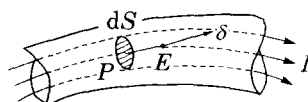


图 13.2 电流密度

13.1.3 电流密度和漂移速度的关系

如图 13.4 所示,设自由电子在导体中某点附近的漂移速度大小为 $\bar{v}$,其方向与该点场强方向相反,则在 Δt 时间内,电子平均前进的距离为 $\Delta L = \bar{v} \Delta t$,在垂直于该点场强的方向取小截面 ΔS ,则包含在以 ΔS 为底、 ΔL 为高的小柱体中的自由电子都将在 Δt 时间内通过 ΔS 。如果导体单位体积的自由电子的数目为 n_0 ,则 Δt 时间内通过 ΔS 面的电量为

$$\Delta q = e \cdot n_0 \cdot \Delta L \cdot \Delta S = e \cdot n_0 \cdot \Delta S \cdot \bar{v} \cdot \Delta t$$

通过 ΔS 的电流强度为

$$\Delta I = \Delta q / \Delta t = e \cdot n_0 \cdot \Delta S \cdot \bar{v}$$

该处的电流密度为

$$\delta = \Delta I / \Delta S = e \cdot n_0 \cdot \bar{v}$$

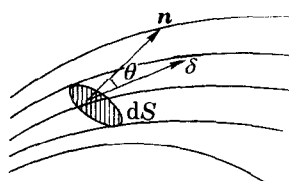


图 13.3 电流密度与电流强度的关系

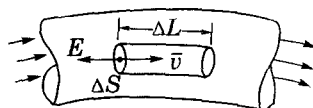


图 13.4 电流密度与漂移速度的关系

[例 13.1] 设将两段直径为 $d_1 = 0.93\text{mm}$ 和 $d_2 = 1.63\text{mm}$ 的铜导线焊接起来,通过 $I = 5\text{A}$ 的直流电,计算两段导体中的电流密度和自由电子的漂移速度。

[解] 两段导线面积分别为

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \times 0.98^2 \times 10^{-6}}{4} = 0.75 \times 10^{-6} (\text{m}^2)$$

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \times 1.63^2 \times 10^{-6}}{4} = 2.1 \times 10^{-6} (\text{m}^2)$$

除导线焊接点外,电流均匀分布在两段导线的每一截面上,因此有电流密度

$$\delta_1 = \frac{I}{S_1} = \frac{5}{0.75 \times 10^{-6}} = 6.6 \times 10^{-6} (\text{A/m}^2)$$

$$\delta_2 = \frac{I}{S_2} = \frac{5}{2.1 \times 10^{-6}} = 2.4 \times 10^{-6} (\text{A/m}^2)$$

以导线中每个铜原子贡献一个自由电子计,则单位体积中自由电子数(n_0)等于其中的铜原子数,即

$$n_0 = \frac{\rho N_0}{M} = \frac{9.0 \times 10^3 \times 6.02 \times 10^{23}}{64 \times 10^{-3}} = 8.4 \times 10^{28} (\text{m}^{-3})$$

式中, ρ 为铜的密度, N_0 为阿伏加德罗常数, M 为铜的摩尔质量。再根据 δ 与 $\bar{v}$ 关系式,有

$$\bar{v}_1 = \frac{\delta_1}{en_0} = \frac{6.6 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 8.4 \times 10^{28}} = 4.9 \times 10^{-4} (\text{m/s})$$

$$\bar{v}_2 = \frac{\delta_2}{en_0} = \frac{2.4 \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 8.4 \times 10^{28}}$$

$$= 1.8 \times 10^{-4} (\text{m/s})$$

由此可见,即使在相当大的电流密度情况下自由电子的漂移速度也是很小的。

13.2 电源和电动势

13.2.1 电源

我们曾经提到,导体中存在稳恒电流的外在条件,是在导体两端维持不变的电势差。但是,如何才能满足这样的条件呢?现在以带电电容的放电过程为例来分析这一问题。

没有充好电的平行板电容器, A 极板带正电, B 极板带负电,两板间电势差为 U_{AB} 。今将两板外侧用导线相连,则自由电子将在导体内部的电场作用下由 B 板向 A 板漂移,这等效于正电荷由 A 板漂移到 B 板。于是,导体中出现了电流。但是,这种电流是瞬间电流。因为,电流的出现会反过来导致两极板上电荷的“中和”,使两极板间电势差很快减少到零。相应地,导线中电流也随之很快减弱到停止。由此可见,仅依靠静电性电场或电势差,不能维持导体中的稳恒电流。

要维持导体中的稳恒电流,从力的角度看,就必须借助于一种“外来装置”,它能够提供一种本质上不同于静电力的作用来和静电力相抗衡,我们把这种作用称为非静电力,依靠它将到达 B 极板的正电荷通过两极板之间的空间重新送回到 A 极板(静电性质的力做不到这点),以补充两极板上电荷的减少。

从能量角度讲,就必须有一种能够不断提供能量的“外来装置”以代替放电时不能自行补充能量的储能元件(电容器)。依靠这种装置以消耗其他形式能量为代价,通过非静电力推动电荷做功,把已移到低电势端的正电荷通过两极板之间的空间重新送回到高电势端,从而保证了导体两端电势差不变。

能够提供上述的非静电作用,并能不断地把其他形式能量转变为电能的装置称为电源。每个电源都有正、负两极,正电荷由正极出发经外电路(如上述导体)流动到负极,然后在电源内部的非静电力作用下,由负极经内电路(电源内部)流到正极而形成闭合电路。在外电路上静电力克服其他阻力做功,实现电能向其他形式能量的转换;在内电路上电源提供的非静电力克服静电力做功,实现其他形式能量向电能的转换。这些转换体现了能量守恒和转换定律,保证了闭合电路中电荷的巡回流动而形成稳恒电流。

13.2.2 电源电动势

现在来描述电源的一个重要特征——电源电动势。如图 13.5(a),用一个框图表示电源。 A 和 B 分别为电源的正、负电极。

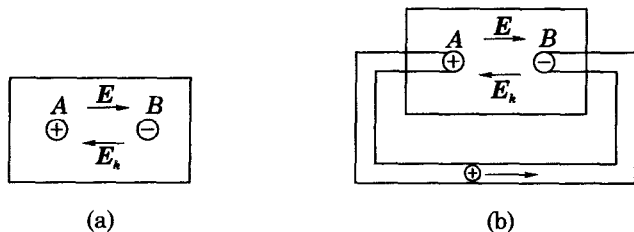


图 13.5 电源电动势

先看不接外电路时电源的“开路”状态,由于电源内部是导体,电荷可以自由运动,而开路时电源两极间存在电势差(开路路端电压) U_{AB} ,因此可以推知电源内部两电极周围及两极之间各点都分布静电性电场 E ,从而每个电荷都将受到静电力 $F=qE$ 。另一方面,由于 U_{AB} 为某一定值,因此,可以推知处于电源内任意点上的电荷,除受静电力 F 以外,还受到电源提供的与 F 抗衡的非静电力 F_k 的作用,如果把 F_k 也作为场力看待,那么也就可以说电源内部除了有静电性电场 E 之外,还有个非静电性电场 $E_k=F_k/q$ 。于是容易看出:当 $E_k>E$,则正电荷向 A 极移动,从而导致 U_{AB} 继续增加;当 $E_k<E$,则正好相反,使 U_{AB} 减小;只有 $E_k=E$ (或 $E_k=-E$),则作用在每个电荷上的合力为零,电荷都处在力的平衡状态,从而有 U_{AB} 为某一恒定数值。

根据电势差的定义,静电力将单位正电荷从电势较高的 A 极移到电势较低的 B 极所作之功数值上等于 U_{AB} 的大小,即

$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

同样可以考虑电源的非静电性场强把单位正电荷由低电势的 B 极移到高电势的 A 极时所做的功,此功的大小用 $\mathcal{E}$ 表示, $\mathcal{E}$ 称为电源电动势,它只取决于电源本身的性质,反映了电源转换其他形式能量为电能的能力,而与外电路的有无无关。即

$$\mathcal{E} = \int_B^A \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l}$$

由于电源开路时有 $E=-E_k$,于是有

$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_A^B -\mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} = \int_B^A \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E} \quad (13.3)$$

此式说明电源开路时的路端电压数值上和电源电动势相等,且两者单位也相同,均为 V 。电源电动势是标量,但为应用上的方便,习惯上常规定由电源负极经内电路到电源正极的指向为电源电动势的指向。

现在再看电源两极接上外电路(导体)的情况,如图13.5(b)的闭合电路中,外电路上的自由电荷所受的驱动力,仅仅是由电源两极所建立的静电性电场产生的,此电场在外电路中建立了由 A 极到 B 极的电流。如果随电流的出现而导致两极上电荷稍有减少,于是,内、外电路中的静电性电场也都随之稍有减小。因而电源内部(内电路)的 E 和 E_k ,不再平衡($E_k>E$)。在非静电场强 E_k 作用下,内电路上的正电荷将趋向正极而形成由 $B \rightarrow A$ 的电流。于是,整个闭合电路中,由于电源的维持调节作用而形成了稳恒的电流和电场分布。

稳恒电场也是势场。因而,单位正电荷沿闭合电路绕行一周时,稳恒电场所作的功(即场强的环流)为零,具有静电场的性质。

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

从能量转换的角度看,此式表明在外电路上电场力作正功(或称电流的功),实现电能转换为其他形式的能量;在内电路上作负功(非静电场力克服静电力做功),实现其他形式能量向电能的转换,因而所作总功为零,电场本身并不提供任何能量。

在电源内部,电源通过非静电场做功,使单位正电荷由负极移到正极时,所作之功为

$\int_B^A \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E}$,又由于非静电场强仅存在于电源内部,外电路上 E_k 为零,于是有

$$0 + \int_B^A \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} = \oint \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l}$$

$$\text{即} \quad \mathcal{E} = \oint \mathbf{E}_k \cdot d\mathbf{l} \quad (13.4)$$

这说明,单位正电荷绕闭合电路一周时,电源(非静电力)所作之功等于电源电动势,或者说电源电动势等于电源中非静电场强在闭合电路上的环流。这是电源电动势又一种表达方式。

电源电动势的大小表明单位正电荷通过电源时,其他形式能量转换为电能的多少,各种形式的能量都可以通过不同的方式转化为电能,所以电源的种类是多样的,性质也各不相同。目前最常用的直流电源有化学电池、直流发电机、热电偶、硅(硒)太阳能电池等。它们分别是把化学能、机械能、热能和太阳能转换为电能的装置。

13.3 导体的电阻、欧姆定律及其微分形式

13.3.1 电阻、电阻率

在导体两端加以不同量值的电势差 ΔU ,并测出导体中对应的电流 I ,然后作出 ΔU - I 曲线,如图 13.6 所示,此曲线称为伏安特性曲线。

实验表明,当温度一定时,导体的伏安特性曲线是一条通过坐标原点的直线。也就是导体中的 I 与导体两端所加的 ΔU 成正比,其比值为—常数,表示为

$$\Delta U = U_2 - U_1 = RI \quad (13.5)$$

这是我们熟悉的欧姆定律,式中比例系数 R 只与导体的材料、几何形状有关(环境温度一定时),称其为导体的电阻,其倒数称为电导。

对于给定材料种类,且粗细均匀的导体,电阻可表示为

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (13.6)$$

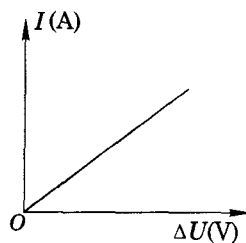


图 13.6 伏安特性曲线

式中, S 为导体横截面的面积, l 为长度, ρ 为仅与导体材料有关,且受环境温度影响的物理量,称为电阻率,其倒数称电导率 γ 。在 SI 中,电阻单位为欧姆(Ω),电导的单位称西门子(S),电阻率单位为欧姆·米($\Omega \cdot m$),电导率的单位为西门子/米(S/m)。

纯金属和合金的电阻率随温度升高而增大,在较小的温度范围内,电阻率与温度(t) 有简单的线性关系

$$\rho = \rho_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

式中, ρ_0 为温度 t_0 时的电阻率, α 称为该种材料的电阻温度系数,显然 α 值越小的材料越宜作为标准电阻, α 值越大的材料越宜作为温控元件。几种常用材料的电阻率、温度系数见表 13.1。

表 13.1 几种常用材料的电阻率、温度系数

材料名称	电阻率 $\rho_0(20^\circ\text{C})$ ($\Omega \cdot m$)	电阻温度系数 α ($1/^\circ\text{C}$)
铜	1.75×10^{-8}	3.9×10^{-3}
铝	2.8×10^{-8}	3.9×10^{-3}
碳(无定形)	3.5×10^{-8}	-0.5×10^{-3}
康铜	$4.8 \sim 5.2 \times 10^{-7}$	0.5×10^{-5}
镍、铬	11.2×10^{-6}	15×10^{-5}
塑料	$10^{15} \sim 10^{16}$	—
陶瓷	$10^{12} \sim 10^{13}$	—
铁	9.8×10^{-8}	6.2×10^{-3}

可见纯金属及大多数合金的 $\alpha > 0$, 但碳和某些半导体材料及电解液在某一温度范围内出现 $\alpha < 0$ 现象, 称为“负阻效应”。在电子线路中常有应用。

凡服从式(13.5), 即其伏安特性曲线为直线的导体(包括人工制造的电阻器)及其他电子元件都称为线性元件; 反之称为非线性元件, 非线性元件不服从欧姆定律(如半导体二极管和三极管等)。由线性元件组成的电路称为线性电路, 如由电源、电阻通过串、并联及其任意组合(混合联)所组成的电路系统(常为电路网络)仍然是线性电路, 本章主要讨论这类电路。

13.3.2 欧姆定律和微分形式

根据欧姆定律有 $I = \Delta U/R$, 现在把这一关系推广到导体内部, 以确定在任意的电流分布情况下, 导体中的电场与电流分布之间的“逐点”关系。为此, 在导体中选任意点, 在该点附近取柱形体积元, 长为 dl , 截面为 dS , 阻值为 R , 轴线与该点处 δ 平行, 由于体积元很小, 故该处的电流密度 δ , 电场强度 E , 导体的电阻率 ρ 均可视为均匀, 设通过 dS 的电流为 $dI = \delta dS$, 柱体两端的电势分别为 U 和 $U + dU$, 如图 13.7 所示。根据欧姆定律有

$$dI = [U - (U + dU)]/R = -dU/R$$

其中 $R = \rho dl/dS$

所以 $dI = \delta \cdot dS = \frac{dU}{\rho dl/dS} = -\frac{dU}{dl} \cdot \frac{dS}{\rho}$

将该点处的场强与电势梯度关系 $E = -dU/dl$ 代入上式最后得到

$$\delta = E/\rho = \gamma E \quad \text{或} \quad \delta = \gamma E \quad (13.7)$$

此式称为欧姆定律的微分形式, 其意义是导体中任一点的电流密度等于该点的电场和电导率的积, 这表明在任意点, 电荷运动的情况只与该点导体的性质和场强有关, 而与整个导体的形状、大小无关。

[例 13.2] 柱形电容器长 $l = 1.00\text{m}$, 内、外两个极板的半径分别为 $r_A = 5.00 \times 10^{-2}\text{m}$, $r_B = 1.00 \times 10^{-1}\text{m}$, 两极板间所充非理想电介质的电阻率 $\rho = 1.00 \times 10^9 \Omega \cdot \text{m}$, 设两极板间加以电压 $U_A - U_B = 1000\text{V}$, 求介质内各点处的场强 E , 漏电流的电流密度 δ , 以及介质的漏电阻值。

[解] 设柱形电容器内、外极板间漏电总电流为 I , 电流指向从内极板向外极板沿径向分布, 在距圆柱轴线为 r 处 ($r_A < r < r_B$), 总电流所通过的截面积 $S = 2\pi rl$, 故有

$$\delta = I/S = I/(2\pi rl)$$

对于 $r \sim r + dr$ 的柱形薄层来说, 相应的电阻为

$$dR = \rho dr/S = \rho dr/(2\pi rl)$$

对于从内到外各薄层来说, 电阻是串联的, 因此总的漏电阻值为

$$R = \int dR = \int_{r_A}^{r_B} \frac{\rho dr}{2\pi rl} = \frac{\rho}{2\pi l} \ln \frac{r_B}{r_A}$$

代入数据有 $R = 1.10 \times 10^8 (\Omega)$

按欧姆定律总漏电流为

$$I = \frac{U_A - U_B}{R} = \frac{2\pi rl(U_A - U_B)}{\rho \ln(r_B/r_A)} = 9.06 \times 10^{-6} (\text{A})$$

漏电流的电流密度为

$$\delta = \frac{U_A - U_B}{\rho \ln(r_B/r_A)} = 1.44 \times 10^{-6} (\text{A/m}^2)$$

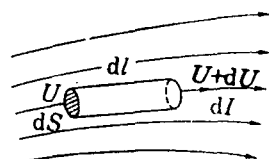


图 13.7 欧姆定律微分形式

$$E = \rho \cdot \delta = \frac{U_A - U_B}{r \ln(r_B/r_A)} = 1.44 \times 10^3 (\text{V/m})$$

13.3.3 闭合电路及一段含源电路的欧姆定律

图 13.8 表示一个闭合电路, R 表示外电路的电阻, $\mathcal{E}$ 为电源电动势, r 为内电路(例如化学电池内溶液部分)的电阻, I 为电路中的电流强度。由于电路中任意点的电势有惟一量值, 因此可以想象从闭合电路上任意点出发, 沿任一方向环绕电路一周时, 电路各分段上电势增量的代数和必定为零。

在图 13.8 中设想有单位正电荷从 A 点出发沿顺时针方向(与电流同方向)环绕电路一周, 则在经过 R 时其电势增量为 $-IR$, 负号表明电阻 B 端电势低于 A 端(正电荷由高电势 A 到低电势 B 处时, 电势降落了 IR)。

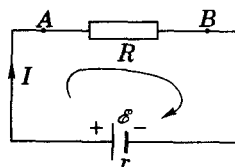


图 13.8 闭合电路

在内电路中, 由于非静电场强对正电荷做功使之由低电势的负极移到高电势的正极时电势增量为 $+\mathcal{E}$, 但与此同时正电荷通过内电阻(与通过外电阻时情形相仿)应伴生有电势增量为 $-Ir$, 把整个闭合电路上全部降低的电势和增加的电势相加结果应当为零, 即各分段上电势增量之和为零

$$-IR + \mathcal{E} - Ir = 0$$

$$I = \mathcal{E}/(R + r)$$

(13.8)

此式即为闭合电路的欧姆定律, 它是解复杂直流电路的基本定律之一。

电势增量概念能方便地推广到含有多个电源较复杂的电路, 只要约定如下共同准则即可。

(1) 任意选定一个沿电路的绕行方向作为电势增加的方向。

(2) 如果绕行中遇到电阻(包括内电阻), 且当电阻中的电流方向与选定的绕行方向相同时, 则跨过此电阻(R)后, 电势的增量为 $-IR$; 若电流方向与选定绕行方向相反时, 则电势增量为 $+IR$ 。

(3) 如果绕行中遇到电源, 则当电源电动势指向与选定的绕行方向相同时, 跨过该电源以后, 电势增量为 $+\mathcal{E}$; 相反时, 电势增量为 $-\mathcal{E}$ 。

利用上述约定, 可以研究更为复杂的闭合电路, 并把闭合电路的欧姆定律写成更普遍的形式。如图 13.9 电路中含有两个电源 E_1 和 E_2 , 其电动势和内阻分别为 $\mathcal{E}_1, r_1$ 及 $\mathcal{E}_2, r_2$ 。

设 $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$, 则电路中电流方向如图 13.9 所示, 此时电源 E_1 消耗本身的非静电性能量而对电路提供电能; 电源 E_2 对电流的通过起反抗作用, 它实际上获得了电能而转变为其他形式的能量, 这种电动势称为反电动势。例如对蓄电池充电时, 蓄电池的电动势就是起反电动势的作用。

现在利用电势增量概念, 根据上述的约定, 若选顺时针方向为绕行方向, 并想象从任意点 A 出发绕行一周, 则各电阻、电源的电势增量之和为

$$-\mathcal{E}_1 + IR_1 + IR_2 + Ir_1 + Ir_2 + \mathcal{E}_2 = 0$$

$$I = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)/(R_2 + r_1 + R_2 + r_2)$$

写成更一般形式可得

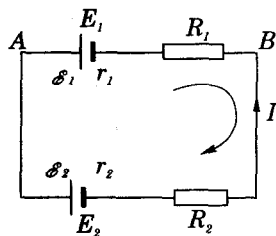


图 13.9 复杂的闭合电路

$$I = \sum \mathcal{E} / \sum R \quad (13.9)$$

这就是闭合电路欧姆定律的普遍形式。

电路计算中也常遇到对整个电路中某一段电路的计算问题,如图 13.10 所示,其中含有若干个电源和电阻,也可能存在不同的分支电流,这样的电路称为一段“含源电路”或一段“不均匀电路”。根据直流电路特点,电路中任一点有不随时间变化的电势值,故任两点间有不变的电势差,按电势增量的观点电路上任意两点(如 A 和 F 两点)之间的电势差为此两点间各路段上电势增量的代数和。利用上述约定,设电势增加方向由左(A 点)至右(F 点),则有

$$\begin{aligned} U_F - U_A &= -I_1 R_1 + \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 - \mathcal{E}_2 + I_2 r_2 + I_2 R_3 \\ &= (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2) + (I_2 R_2 + I_2 r_2 + I_2 R_3 - I_1 R_1 - I_1 r_1) \end{aligned}$$

$$U_F - U_A = \sum \mathcal{E} + \sum IR \quad (13.10)$$

式中, $\sum \mathcal{E}$ 和 $\sum IR$ 分别表示在电源和电阻上电势增量的代数和。如果 $U_F - U_A$ 为正值,表示 F 点电势高于 A 点,如果是负值,表示 A 点电势高于 F 点。式(13.10)称为一段含源电路的欧姆定律。

如果电路中不存在电动势,则式(13.10)变成一段(均匀)电路的欧姆定律,即 $U_2 - U_1 = \sum IR$ 形式;如果上述电路是首尾相连的,即成为

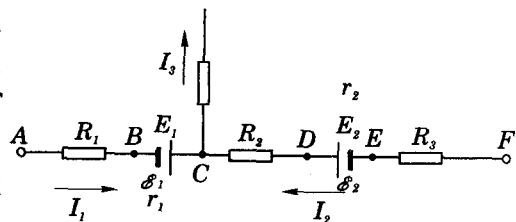


图 13.10 一段含源电路

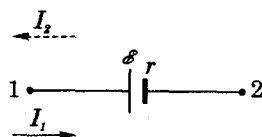
闭合的,则 $U_A = U_F$,于是式(13.10)变成 $I = \sum \mathcal{E} / \sum R$,即闭合电路欧姆定律形式。

[例 13.3] 对一蓄电池充电,充电电流为 5A 时,其端压测得为 3.06V,而当蓄电池放电时,电流为 2A,端电压为 1.96V,求此蓄电池的电动势和内阻。

[解] 如图例 13.3 所示,充电电流设为 I_1 ,放电电流为 I_2 ,则根据一段含源电路的欧姆定律(设电势增加方向由左至右),充电和放电时电池的端压分别为

$$U_2 - U_1 = -\mathcal{E} - I_1 r$$

$$U_2' - U_1' = -\mathcal{E} + I_2 r$$



图例 13.3

解上述两个方程得到

$$\begin{aligned} r &= [(U_2 - U_1) - (U_2' - U_1')] / [-(I_1 + I_2)] \\ &= [(-3.06) - (-1.96)] / (-7) = 0.16(\Omega) \end{aligned}$$

$$\mathcal{E} = I_2 r - (U_2' - U_1') = 2 \times 0.16 - (-1.96) = 2.28(\text{V}) \approx 2.3(\text{V})$$

[例 13.4] 电力系统中,为了保证电器设备与操作人员的安全,增加供电的可靠性,常用一与导线相连的金属球(称球状电极)埋入地内,试计算当有稳恒电流由电极入地时,电极周围的电势分布。设球状电极的半径为 a ,入地电流为 I ,地的电导率为 γ 。

[解] 由于电流分布具有球对称性,因此距球电极中心为 $r (> a)$ 处的各点电流密度的大小相等,其值 $\delta = I / (4\pi r^2)$,方向沿径向。由欧姆定律的微分形式 $\delta = \gamma E$ 可知,相应的场强的大小为 $E = \delta / \gamma = I / (4\pi r^2 \gamma)$,方向也沿径向。故电极距中心为 r 处的电势为

$$U_r = \int_r^\infty E \cdot dr = \int_r^\infty E dr = \frac{1}{4\pi\gamma} \int_r^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{I}{4\pi\gamma r}$$

当 $r = a$,即在电极表面的电势,应为 $U_a = I / (4\pi\gamma a)$ 。若把电极表面作为电势零点,则电极周围相对于表面的电势分布为

$$U_{ra} = \int_r^{\infty} E dr = \frac{1}{4\pi\gamma} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

可见,电势分布也是球对称的。

13.4 电流功和焦耳 — 楞次定律

13.4.1 电流功和功率

导体中有电流通过时,电场力就要对运动电荷作功,这个功通常称为电流功。与此同时,运动电荷又要和晶体点阵上的正离子频繁撞碰,而将所获得的与定向速度有关的动能,不断地传递给正离子,使其热振动的能量增加,致使导体内能增加,温度升高,并以焦耳热的形式释放出来。这就是由“电”到“热”的能量转换过程,或称为电流的热效应。

根据静电学,电场力作功的表示式可以直接写出电路上任意两点 a 和 b 之间一段线路(导体),在通电时间为 Δt ,由 a 到 b 流过的电量为 $\Delta q = I \cdot \Delta t$ 时,电流的功

$$A = \Delta q \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \Delta q (U_A - U_B) = I \Delta t U_{ab} \quad (13.11)$$

这就是通过导体 $a \rightarrow b$ 段的电流在 Δt 时间内所作的功,如果 ab 段是表示一个用电器内部的总电阻(例如白炽灯丝的总电阻),则上式就是通过用电器的电流,在 Δt 时间内所作的功,也即电源在 Δt 内向用电器所提供的电能。

电流功的单位为 J (焦耳),1焦耳的功相当于1库仑的电量通过电压为1伏的两点之间时,电场所作的功。

单位时间内电流所作的功称为电流功率(电功率),用 P 表示

$$P = A/\Delta t = I \cdot U_{ab}$$

即提供给用电器的电功率等于用电器两端的电压和用电器中所通过的电流的积。功率的单位为 W , $1W = 1J/s = 1A \cdot V$ 。

实用中常以“度”为电功的单位,1度电表示功率为1千瓦特的用电器使用1小时所消耗的电能,即

$$1 \text{ 度} = 1kW \cdot h = 3.6 \times 10^5 J$$

13.4.2 焦耳 — 楞次定律及其微分形式

根据能量守恒和转换定律,通过电流作功的方式,电能将转换为其他形式的能量,至于所转换的能量形式,取决于用电器的性质。当用电器为纯电阻的情况下,电流的功全部转换为热能,即

$$Q = IU_{ab}t = (U_{ab}^2/R)t = I^2 R t \quad (13.12)$$

这也正是焦耳 — 楞次实验所证实的结果,故称焦耳 — 楞次定律,它指出在电阻为 R 的电路上产生的热量,与通电时间 t 、电流强度 I 的平方和电路电阻三者的乘积成正比,这是能量守恒和转换定律的又一例证。

有时需要计算在电流通过时,导体单位体积、单位时间内所放出的热量,这一热量称为热功率密度,用 ω 表示,按照定义有

$$\omega = \frac{Q}{dS \cdot dl \cdot t} = \frac{I^2 R}{dS \cdot dl}$$

式中, dS 和 dl 分别表示在导体中某点处所取的小柱体的截面和长度, R 为该柱体的电阻。设通过柱截面的电流密度为 δ , 则有

$$R = \rho \cdot dl/dS \quad I = \delta \cdot dS$$

将它代入热功率密度的定义式得到

$$\omega = \delta^2 \cdot dS^2 \rho \cdot dl / (dS^2 \cdot dl) = \rho \delta^2$$

应用欧姆定律的微分形式 $\delta = \gamma \cdot E$ 及 $\rho = 1/\gamma$ 最后得到

$$\omega = \rho \cdot \delta^2 = \gamma E^2 \quad (13.13)$$

此式称为焦耳—楞次定律的微分形式, 它表示导体中某点处的热功率密度, 与该点电场强度的平方及电导率的积成正比, 而与导体的形状大小是否均匀以及通过的电流是否稳恒无关。

电流的热效应在生产中有广泛应用, 例如白炽灯、电炉、低熔点合金制成的保险丝、电烤箱等都是例子。另一方面热效应也往往带来害处, 特别在电气设备中, 电子元器件和电路导线都有一定电阻, 当电流通过时都会发热、升温, 其结果轻者将影响元件、设备的性能发生改变, 绝缘材料也将老化变质(如橡胶、塑料的老化、硬化, 绝缘纸、纱布被烧焦, 绝缘漆脱落等)导致局部短路或严重时烧毁元件、设备, 甚至引起火灾等。因此, 电流的热效应在很大程度上限制了电子元件、电子仪器、设备的使用范围。通常为了保证电气设备能正常工作, 不致因电流热效应而引起损坏, 对每个设备都规定了最大允许功率(常称额定功率); 或者在电压不变的情况下规定最大电流(常称额定电流); 或者在用电器阻值不变的情况下规定允许电压(常称额定电压)。甚至每种或每个电子元件上都作了适当的标注。例如一个普通的电阻元件, 当通电升温时, 转变成热的这部分功率称为耗散功率, 该电阻所能承受的最大耗散功率称为它的“耐热功率”, 亦以“瓦”表示, 通常说这是多少瓦的电阻, 即指此而言。

电气设备或电子元件, 使用时所消耗的功率正好等于它规定的额定功率, 这种工作状态称为“满载”, 如果超过其额定功率, 则称为“过载”, 实用中过载是不允许的。

13.4.3 闭合电路中的能量表示

如前面的图 13.8 的闭合电路中, r 和 R 分别为内、外电路的电阻, $\mathcal{E}$ 为电源电动势, 设电路中的电流为 I , 则根据电源电动势的意义, $I\mathcal{E}$ 是表示电源在单位时间内把非静电的能量转换为电能的数值, 或者说是电源所提供的电功率 P , 所以 $P = I\mathcal{E}$ 。电源提供的功率, 一部分消耗在外电路上, 这部分功率称为输出功 P_R , 其值为 $P_R = I^2 R$; 另一部分消耗在电源的内阻上, 为损耗功率, 其值为 $P_r = I^2 r$ 。根据能量守恒定律

$$I\mathcal{E} = I^2 R + I^2 r$$

$$I = \mathcal{E} / (R + r)$$

此即为闭合电路的欧姆定律, 可见欧姆定律与能量守恒定律是一致的。

由上述还可知, 输出功率

$$P_R = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R + r)^2}$$

在电源确定后, 输出功率是随 R 而变化的。可以证明, P_R 有极大值的条件是 $R = r$ 。当 $R = r$ 时, 虽然外电路上可以获得最大的功率, 但这要以电源能够承受力的前提下, 如 5 号干电池 $\mathcal{E} = 1.5\text{V}$, $r = 0.2\Omega$, 如果 $R = r$, 则 $P_R = 2.8\text{W}$, 但同时 P_r 也是 2.8W , 故电池提供总功率为 5.6W , 电路电流达到 $I = 1.5/0.4 = 3.75\text{A}$, 可以预见这个电池是不能经久使用的, 特别是在希望节省电能长期不换电池的设备中(如电子钟表, 常年使用的监视器、报警器等), 要求 R