



附：运筹学与系统分析自学考试大纲

运筹学与系统分析

组编 / 全国高等教育自学考试指导委员会
主编 / 陶谦坎 汪应洛

全国高等教育自学考试指定教材

工业工程专业 (独立本科段)

机械工业出版社

全国高等教育自学考试指定教材

运筹学与系统分析

(附：运筹学与系统分析自学考试大纲)

全国高等教育自学考试指导委员会 组编

陶谦坎 汪应洛 主编



机械工业出版社

运筹学是用数学方法研究系统最优化问题的一门学科,是学习系统分析的主要基础理论之一。系统分析是把自然科学和社会科学中某些思想、理论和方法,根据系统总体最优的需要有机联系起来而逐步形成的一门交叉性学科。本书除绪论外共分八章,第一章到第三章,属运筹学部分的内容,主要介绍线性规划、动态规划和网络分析等优化技术。第四章到第八章属系统分析部分的内容,主要介绍系统与系统工程、系统分析原理及其应用、系统模型与系统仿真、系统评价、决策分析等。

本书除可作为工业工程(IE)专业独立本科段自学考试考生学习“运筹学与系统分析”课程的教材外,还可供有关工程技术人员与管理人员的学习和参考。

图书在版编目(CIP)数据

运筹学与系统分析/陶谦坎,汪应洛主编. —北京:机械工业出版社, 2000

全国高等教育自学考试指定教材

ISBN 7-111-08121-8

I. 运… II. ①陶…②汪… III. ①运筹学-高等教育-自学考试-教材②系统分析-高等教育-自学考试-教材 IV. ①022 ②N94

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 62280 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:商红云 版式设计:冉晓华 责任校对:罗凤书

印刷:北京飞达印刷有限责任公司

2000 年 8 月第 1 版

2004 年 6 月第 3 次印刷

787mm×1092mm 1/16·16.75 印张·407 千字

6001—9000 册

定价:22.50 元

本书如有质量问题,请与当地教材供应部门联系。

组 编 前 言

当您开始阅读本书时,人类已经迈入了 21 世纪。

这是一个变幻难测的世纪,这是一个催人奋进的时代。科学技术飞速发展,知识更替日新月异。希望、困惑、机遇、挑战,随时随地都有可能出现在每一个社会成员的生活之中。抓住机遇,寻求发展,迎接挑战,适应变化的制胜法宝就是学习——依靠自己学习、终生学习。

作为我国高等教育组成部分的自学考试,其职责就是在高等教育这个水平上倡导自学、鼓励自学、帮助自学、推动自学,为每一个自学者铺就成才之路。组织编写供读者学习的教材就是履行这个职责的重要环节。毫无疑问,这种教材应当适合自学,应当有利于学习者掌握、了解新知识、新信息,有利于学习者增强创新意识、培养实践能力、形成自学能力,也有利于学习者学以致用、解决实际工作中所遇到的问题。具有如此特点的书,我们虽然沿用了“教材”这个概念,但它与那种仅供教师讲、学生听,教师不讲、学生不懂,以“教”为中心的教科书相比,已经在内容安排、形式体例、行文风格等方面都大不相同了。希望读者对此有所了解,以便从一开始就树立起依靠自己学习的坚定信念,不断探索适合自己的学习方法,充分利用已有的知识基础和实际工作经验,最大限度地发挥自己的潜能达到学习的目标。

欢迎读者提出意见和建议。

祝每一位读者自学成功。

全国高等教育自学考试指导委员会

1999 年 7 月

编者的话

本书是全国高等教育自学考试工业工程(IE)专业独立本科段“运筹学与系统分析”课程应用的自学教材。它是根据全国高等教育自学考试指导委员会 1998 年 12 月在北京召开的专业教材编写会议委托编撰的自学考试大纲编写的。

“运筹学与系统分析”课程在工业工程专业独立本科段自学考试计划中是一门重要的专业基础课程,它是为培养能满足机电行业对工业工程高级人才的需求而设置的。课程内容主要分运筹学和系统分析两大部分。运筹学是用数学方法研究系统最优化问题的一门学科,是学习系统分析的主要基础理论之一。系统分析是把自然科学和社会科学中有些思想、理论和方法,根据系统总体最优的需要有机联系起来而逐步形成的一门交叉性学科。因而,通过本课程的学习,不仅能培养自学者从系统总体出发来观察、分析和处理各种实际问题的思想方法和优化技术,而且也今后学习设施规划与物流分析、生产管理与质量控制等后续课程提供必要的理论知识和方法基础。本书就是为达到这些目的而编写的一本自学教材。

本书除绪论外共分八章,第一章到第三章,属运筹学部分的内容,主要介绍线性规划、动态规划和网络分析等优化技术。第四章到第八章属系统分析部分的内容,主要介绍系统与系统工程、系统分析原理及其应用、系统模型与系统仿真、系统评价、决策分析等。

参加本书编写的有徐渝(第一、二章),陶谦坎(绪论、第三、六、七、八章),汪应洛、袁治平(第四、五章)等同志。陶谦坎、汪应洛任主编。

本书由西安电子科技大学赵玮教授主审,西安理工大学王肇荣教授、西安交通大学孙林岩教授参加了审稿。机械类专业委员会秘书长杨林森教授和秘书宗芳云同志也参加了审稿。

本书除可作为工业工程(IE)专业独立本科段自学考试考生学习“运筹学与系统分析”课程的教材外,还可供有关工程技术人员与管理人员的学习和参考。

鉴于本书涉及的知识面非常广泛,又时间紧迫,加之编者水平所限,不妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

编者

2000 年 1 月

目 录

组编前言		
编者的话		
绪论	1	
第一章 线性规划及其应用	8	
第一节 线性规划的基本概念	8	
第二节 线性规划模型的建立	11	
第三节 线性规划的求解	22	
第四节 对偶理论与灵敏度分析	41	
第五节 线性规划的应用——运输问题	54	
思考题及习题	60	
第二章 动态规划	64	
第一节 动态规划的基本概念和最优化原理	64	
第二节 动态规划的建模与求解	66	
思考题及习题	76	
第三章 网络分析	79	
第一节 网络分析概述	79	
第二节 最短路问题	80	
第三节 最大流问题	87	
第四节 最短树问题	91	
第五节 网络计划	95	
思考题及习题	103	
第四章 系统与系统工程	106	
第一节 系统的概念	106	
第二节 系统工程的性质	114	
第三节 系统工程在工业工程中的应用	116	
思考题	119	
第五章 系统分析原理及其应用	120	
第一节 系统工程的基本工作过程与分析方法	120	
第二节 系统分析原理	123	
第三节 系统分析的应用	126	
思考题	130	
第六章 系统模型与系统仿真	131	
第一节 系统模型	131	
第二节 结构模型	133	
第三节 时间序列预测模型	141	
第四节 系统仿真	152	
第五节 系统动力学模型	164	
思考题及习题	172	
第七章 系统评价	175	
第一节 系统评价概述	175	
第二节 系统评价步骤	176	
第三节 系统评价理论和方法	180	
第四节 评分法	182	
第五节 关联矩阵法	185	
第六节 层次分析法	190	
第七节 模糊评价法	200	
思考题及习题	203	
第八章 决策分析	205	
第一节 决策分析概述	205	
第二节 风险型决策	210	
第三节 灵敏度分析	216	
第四节 信息的价值	217	
第五节 效用理论	221	
第六节 多目标决策	225	
思考题及习题	230	
参考文献	232	
后记	233	
《运筹学与系统分析》自学考试大纲	235	

绪 论

一、运筹学简史

运筹学 (Operation Research, 简称 O.R.) 是用数学方法研究各类系统最优化问题的一门学科。它着重研究如何发挥各类系统的效能, 应用数学模型来求得合理运用人力、物力和财力的最优系统方案, 以提供科学决策的有关信息。因此, 应用运筹学解决问题的动机是: 为决策者提供科学决策所需的依据, 即帮助决策人员科学地决定处理问题的方针和行为。目的是: 求得系统最优化方案, 即制订合理地运用人力、物力和财力的最佳方案。运筹学的研究对象是各类系统, 它可以是工业、农业、商业、民政、国防等部门的已有系统或新建系统。运筹学的研究方法是应用数学语言来描述实际对象系统, 建立相应的数学模型并据此求得最优解。可以说, 运筹学是一门在实践中得到广泛应用的学科。

英文 “O.R.” 一词, 直译是 “作业研究”。中国科学工作者从《史记·高祖本纪》中 “夫运筹于帷幄之中, 决胜于千里之外” 一语中, 摘取 “运筹” 一词作为 O.R. 的意译, 其含义是运用筹划, 出谋献策, 以策略取胜等, 比较确切地反映了 O.R. 一词的内涵。

(一) 运筹学发展简史

O.R. 一词起源于第二次世界大战前的 1938 年, 当时英国为有效地防备德国飞机入侵轰炸的问题, 专门成立了一个由各方面学者、专家组成的研究小组, 并以 “O.R.” 命名这种研究活动。到了第二次世界大战期间, 运筹学有了新的发展。当时由于受到战争的压力, 也由于不同学科相互渗透的结果产生的协同作用, 所以在一些典型问题的研究中, 都取得了显著成果, 从而为运筹学各种分支的开发以及理论和方法的充实提高做出了很大贡献。第二次世界大战后, 原先研究运筹学的有关学者、专家纷纷转向研究在民用部门应用类似方法的可能性, 因而促进了在民用部门应用运筹学有关方法研究和实践。1947 年, 美国数学家 G.B. 丹捷克 (G.B. Dantzig) 在研究美国空军资源配置问题时, 提出了求解线性规划的有效方法——单纯形法 (Simplex Method)。50 年代初, 应用电子计算机求解线性规划问题又获得了成功。到了 50 年代末, 工业先进国家的一些大型企业已陆续应用运筹学方法来解决企业的生产经营活动问题并取得了良好的效果。例如: 石油企业把大规模线性规划用来制订生产计划问题等。后来, 又针对企业一些较为普遍性的问题如: 资金分配、库存、设备更新、任务分派等问题进行了研究, 提出了许多相应的优化技术并付诸实践。运筹学用在服务性工业和公用事业方面, 则是在 60 年代中期才开始蓬勃开展起来的。当时, 一些银行、医院以及图书馆等企事业单位都已逐渐认识到运筹学的相应分支对帮助改进服务功能、提高服务效率、降低服务成本等所起的作用。随着计算机技术的迅速发展, 为广泛应用运筹学方法提供了有力工具, 从而使运筹学的应用开创了新的局面。

当前, 运筹学在生产管理、工程建设、军事作战、科学试验、财政经济以及其它各种社会系统的领域中都得到了广泛的应用。一些发达国家的企业、政府、军事部门等都拥有相当规模的运筹学研究机构, 专门从事运筹学的应用研究, 为上层决策部门提供科学决策的方法

和信息。随着运筹学的兴起，各国都先后成立了运筹学研究的学术机构。

我国早在 50 年代中期，著名数学家华罗庚教授就在一些企事业单位推广和普及优选法、统筹法等运筹学方法，取得了显著成果。70 年代后期，由于大力宣传系统工程在各个领域中的应用，作为系统工程主要基础理论之一的运筹学，也就更加受到重视。总之，当前运筹学正处在兴旺发达的时期，可以认为，运筹学的应用和推广，对我国的现代化建设事业将会做出积极的贡献。

（二）运筹学分支

运筹学是一门多分支的应用性学科，其主要分支有：线性规划、整数规划、非线性规划、动态规划、网络分析、排队论、决策论、对策论、存贮论、可靠性理论等。

随着系统新的问题的不断出现，在已有分支的基础上，又开发了许多新的内容，如网络计划（又名网络协调技术——PERT）、图解协调技术（GERT）等。

近年来，随着运筹学广泛应用于各种专业学科，因而又发展了一些新的内容。同时，所召开的学术会议也讨论了运筹学的专题，例如：“军事运筹学”、“运筹学在公共卫生计划中的应用”等，以及“能源运筹学模型”、“教育运筹学模型”、“刑事司法运筹学模型”等等。看来这种发展趋势将会持续下去。另一方面，随着运筹学逐渐向社会经济系统渗透，而社会经济系统又往往存在着大量不确定因素和模糊因素，因此仅仅依靠运筹学的数学模型对其进行定量分析，已很难处理与解决好系统的最优化问题。所以近年来又提出了定性运筹学，如“冲突分析”（Conflict Analysis）即被认为是一种用来进行定性分析的运筹学分支。可以说，目前对运筹学内容的研究已出现了定量分析和定性分析相结合的发展趋势。

（三）运筹学模型

运筹学的应用其实质在于模型的建立和求解。一般说来，应用运筹学处理问题时，首先要求从全面观点出发来分析问题，即不仅要求提出需要解决的问题和希望达到的目标，而且还要弄清问题所处的环境及其约束条件，这些约束条件包括：时间、地点、资金、原材料、设备、动力、人力、信息以及技术等。同时要抓住所处理的问题中的主要因素、各种环境和约束条件等之间的制约关系。这就要求掌握运筹学理论和方法的人员同有关行业的专家汇集一起，发挥各自的特长，从不同角度出發，共同针对问题的性质，商讨问题的处理方法。只有这样，才可以建立运筹学模型以寻找问题的最优解答。

运筹学模型多数是数学模型，但也有图像模型和仿真模型。建立模型有许多优点：例如，将一个企业的生产计划问题用数学模型描述后，能使企业在计划实施前就可以检验所制定的计划是否符合原定的要求，否则可以修订某些可控参数或约束条件，直至找到最优计划方案。应用数学模型有利于对事物做更好的描述和理解。它还能反映出用文字描述时易被忽略的一些因素和未包含的关系。

总之，运筹学模型是对客观现实问题的一种描述，它必须反映客观实际，为此在建模前必须明确目标，并分析其背景和约束条件；但它又高于实际，是现实世界的一种抽象，只有这样，才便于研究其共性，使模型达到一定的要求和水平。

最后，电子计算机及其应用技术的迅速发展，为推动运筹学的应用做出了积极贡献。毫无疑问，随着时间的推移，运筹学模型将会愈来愈多地以计算机为工具来进行求解，它们之间将以一种更广泛、更通用的管理科学形式出现在人类面前。

二、系统分析简史

系统分析 (System Analysis, 简称 S.A.) 是 20 世纪中叶才开始兴起的一门边缘性交叉学科。它是把自然科学和社会科学中的某些思想、理论和方法, 根据系统总体协调的需要有机地联系起来而逐步形成的一门学科。

由于近代工业、农业、科学技术和国防建设等的迅速发展, 出现了许多规模庞大、结构复杂、影响因素众多的大系统, 诸如: 大型水利工程系统、跨地区的电力网络系统、综合交通运输系统、大型军事指挥系统、大型工业企业系统以及社会经济系统等。这些系统一般都具有多输入、多输出、多目标、多学科、多技术的人—机系统。系统分析正是研究这类系统结构和行为机制及其发展规律的一门新兴学科。系统分析从系统总体出发, 采用各种先进技术和优化方法, 力求使大系统达到最优开发、最优控制和最优管理, 从而能最充分地发挥投入系统的人力、物力和财力的作用, 以获得最大限度的技术经济效益, 为社会创造更多财富。

(一) 系统分析简史

早在 20 世纪 40 年代, 美国贝尔 (Bell) 电话公司为了在一定的物质条件下发展微波通信网络时能获得更多的经济效益, 有关技术人员从工程总体出发, 研究采用了一些优化技术, 颇见成效。为此, 最先提出了“系统工程”这一名词。

从 40 年代后期到 50 年代初, 由于运筹学的应用和发展, 以及控制论的创立和推广, 为系统工程奠定了重要的理论和方法基础。电子计算机的出现为系统工程提供了快速计算工具和信息处理手段, 成了发展系统工程重要的物质基础。

到了 50 年代中期, 美国学者高德 (Goods) 等写出了第一本以“系统工程”命名的书籍。特别是到了 60 年代, 美国在实现阿波罗 (Apollo) 计划过程中, 由于采用了系统工程的思想方法, 使历时 11 年、耗资 300 亿美元、有 2 万多家公司和 120 所高等院校研究机构共 40 余万人参与的大系统取得了成功, 从而使系统工程名噪一时, 并因此在世界范围内迅速推广使用。在这一时期内, 为了开发大型工程项目编制计划的需要, 开发了 PERT (计划协调技术或称网络计划) 和 CPM (关键路线法), 促进了系统开发的进程。尔后又开发了 GERT (图解协调技术)。60 年代后期, 对复杂的大系统问题, 采用分解协调方法使复杂系统用多级递阶结构形式出现。与此同时, 美国学者查德 (Zadeh) 提出了“模糊集”概念, 奠定了模糊数学的理论基础。其它还有贝塔朗费的一般系统论, 普里高津的耗散结构理论等, 为推动系统工程的发展做出了积极贡献。

70 年代以来, 随着微型计算机技术的发展, 出现了分散控制系统和分散信息处理系统的理论和方法, 实现了多级分散的计算机管理、控制和信息处理系统, 这就进一步提高了系统的灵活性、扩展性和可靠性。系统工程的应用已远远超过了传统“工程”的概念。从对大型工程的应用进入到解决各种复杂的社会经济系统开发的有关问题。为此, 更需要对开发的系统进行深入细致的分析, 从而出现了“系统分析”这一名词。系统分析作为工程系统的分析过程和基本方法, 其内容包括: 目标、方案、模型、评价和决策等要素。在实践中, 人们常常把“系统分析”和“系统工程”当作同义语来对待。

在这一时期, 为了适应大规模系统的广泛应用, 在现代控制理论的基础上开发了“大系统理论”。

进入 80 年代以来,人们着眼于将系统科学、运筹学、现代控制论、大系统理论、信息论、管理科学等理论和方法综合发展、相互渗透、交叉应用,并和电子计算机、通信卫星的应用广泛结合起来,推动了系统分析的迅速发展,这就使系统分析研究范围扩展到自然、技术、经济和社会等复杂的大系统,并进一步发展了决策理论、政策分析和战略研究等领域,使系统分析在社会生活中发挥了愈来愈大的作用。

系统工程(系统分析)在我国的发展虽始于 50 年代中期,但其思想和方法的运用却可以追溯到古代,例如:战国时代(公元前 250 年)秦国太守李冰父子主持修建的驰名中外的四川都江堰水利工程就是一个典型的事例。都江堰水利工程体现了非常完善的总体观念、优化方法和开放的、发展的系统思路。即使从现代的观点来看,仍不愧是世界上一项宏伟的系统工程建设。总之,像上述类似的事例还可以举出很多,限于篇幅,不多赘述了。

20 世纪 50 年代中期,由于当时我国经济建设的需要,1956 年在中国科学院力学研究所建立了我国第一个运筹学研究组。60 年代初又在中国科学院数学研究所成立了运筹学研究室。著名数学家华罗庚教授在 60 年代初期大力推广“统筹法”、“优选法”,并获得了良好效果。

1977 年以后,系统工程在我国的应用和推广出现了新的局面,在全国科学技术长远发展规划中,把系统工程的理论和应用作为重点学科列入了规划。在一大批重点高等院校成立了系统工程研究所(室),并招收了系统工程专业的研究生,有的学校还招收了大学本科生。

系统工程和系统分析的研究工作,从初期传播国外的理论、方法和应用情况,到进而独立开展这方面的理论和方法的研究,并注意理论联系实际,积极开展应用研究,若干年来,主要在能源、经济、教育、社会、工业企业以及军事作战领域等方面进行了大量研究,并取得了一定的实际成果。

总之,系统工程在我国的发展历史虽短,但已显示出强大的生命力,相信随着我国改革开放政策的持续和深化,将会做出更加积极的贡献。

(二) 系统分析内容

(1) 有关系统和系统工程以及系统分析、应用方面的内容。主要阐述系统定义、属性、类型等以及系统工程概念、性质、在工业工程中应用等问题;在系统分析中主要介绍系统工程方法论、系统分析原理及其应用等内容。

(2) 有关系统模型、建模方法和系统仿真方面的内容。主要阐述系统模型定义、基本要求、分类等,以及相应模型的建模和求解方法。在系统仿真中主要介绍仿真概念、实质、作用和各种仿真技术。

(3) 有关系统评价和决策分析方面的内容。包括评价价值的概念、价值问题特点、评价步骤和各种评价方法。在决策分析中,主要介绍风险型决策分析方法以及灵敏度分析、信息的价值以及效用理论、多目标决策等内容。

三、课程性质、任务和要求

(一) 课程的性质

运筹学与系统分析都着眼于解决系统最优化问题。一般情况下,运筹学着重研究资源(资金、设备、能源、原材料、人力、信息等)的利用以及与环境协调等的总体优化问题;而系统分析则着重研究系统的构成要素的关联关系,以及对组织结构、信息流动和控制机制

等进行分析与设计。也有对已有系统进行改造使之具有新的系统功能的问题。在很多情况下,系统最优化问题又要借助于运筹学的有关优化技术。尤其在工业企业系统中,存在着大量系统最优化问题,归纳起来大致有如下几种类型。

(1) 资源分配型。指在企业生产经营活动中,如何合理安排和分配有限的人力、物力和财力等资源。从各种可行的分配方案中,找出能使他(它)们充分发挥潜力、达到目标为最大(如利润最大)或最小(如成本最小)的系统最优化问题。解决这类问题的优化技术主要有线性规划和动态规划等。

(2) 存贮型。在保证生产过程顺利进行的前提下,如何合理确定生产物资的存贮数量和订购周期等,使物资订购费用、存贮费用和因缺少物资等影响生产所造成的损失费用等的总和为最小的优化问题。解决这类问题的优化技术主要有存贮论、动态规划等。

(3) 输送型。指在一定输送条件下,如何使输送量最大、输送距离最短、输送费用最少等的优化问题。解决这类问题的优化技术主要有运输规划和网络分析等。

(4) 组合型。包括有:生产或销售任务的分派问题,设备调整或成组零件加工先后顺序问题等,从而使总的时间或总的费用最少的顺序问题等。解决这类问题的优化技术主要有网络分析和动态规划等。

(5) 等待型。由要求服务的“顾客”(如损坏待修的机器、到达机场上空的飞机,等待加工的零件等)和为“顾客”服务的“机构”(或称“服务台”)(指修理机器的技工或设备,机场跑道、加工零件的设备或技工等)所组成的服务系统中,必须从系统总体出发来解决“顾客”和机构”之间一系列供求矛盾问题。如已知“顾客”按一定的规律来到服务“机构”,以及在既定的服务规则等前提下,要求“顾客”在服务系统中等待多少时间才算合理,设置多少个服务员(台)既能使“顾客”排队等待时间减少到最低程度,又能使服务“机构”充分发挥潜力等。解决这类等待型问题的优化技术主要有排队论等。

(6) 决策型。在系统开发和经营管理中,由于决定技术经济问题的因素愈来愈多,解决生产经营问题的途径和措施也日益多样化。因此,需要通过许多行之有效的评价和决策技术,从各有利弊的替代方案中,选出所需的最优方案。解决这类问题的优化技术主要有各种评价理论和方法以及决策论等。

(7) 综合型。系统总体最优化的问题往往是一个综合性的复杂问题。从空间上说,它涉及社会、政治、经济、科学技术、经营管理等一系列有关问题;从时间上说,从系统定义、规划阶段开始到系统设计、制造、试验、运行乃至系统废弃等各个阶段都会出现最优化的问题。系统总体最优化问题并不是系统各个要素或各个子系统优化的简单集合。如果说,以上提到的6种类型优化问题是求解一个系统在不同空间或不同时间阶段的局部优化问题(或子系统优化问题),则综合型的优化问题就是利用像大系统理论、大线性规划、系统动力学模型等理论和技术,在各个局部问题(或子系统)优化基础上,来求解系统总体最优化的问题。

上述工业企业系统中不同类型的优化问题,各有其不同的优化技术,而这些优化技术绝大多数属于运筹学的有关分支。所以说,运筹学是系统分析的一门重要的专业基础理论课程。而系统分析是一门解决系统开发和“系统化”有关优化问题的新兴学科。

(二) 课程的任务

“运筹学与系统分析”是一门来源于实际需要;又在实践中不断丰富、充实和发展的课

程。虽然它的研究对象是分属于社会、经济、技术等各个领域中的系统，而这些系统之间具有千差万别的特性。但是，通过人们长期不断的实践和总结，发现这些千差万别的系统中，仍然可以找到它们之间的一些共性。例如：系统是由各种具有一定功能的要素所构成是共性的；系统各要素之间的关系，既具有相互支持又相互制约的关系是共性的，等等。正因为如此，在此基础上所形成的普遍的原理、定理和方法，可以作为分析问题和解决问题的工具来处理 and 求解对象系统的有关问题，如图 0-1 所示。至于对象系统所具有的个性问题，可以在充分认识这些个性的基础上来开拓求解这些个别问题的方法。集中和归纳这些个别问题的解法并予以总结提炼，这样又可以在新的共性基础上再次形成普遍的原理、定理和方法。如此往复循环，从而促进了运筹学和系统分析的不断发 展。因此，从这个意义上来说，要求考生在自学过程中不仅要认真阅读自学教材和参考书籍，而且要紧密联系自己周围的实际，切实理解和掌握课程有关内容的基本概念，必要的理论知识和基本方法。通过本课程的学习，培养考生从系统总体出发来观察、分析和处理各种实际问题的思想方法和掌握足够的优化方法，并为以后自学有关 的后续课程提供必要的理论知识和方法。

(三) 课程要求

通过本课程的自学，要求做到：

- (1) 能较系统地理解和掌握线性规划、动态规划和网络分析等有关的基本概念、必要的理论知识以及建模和求解的常用方法。
- (2) 理解系统和系统工程基本概念和内容，理解和掌握系统分析原理及其应用。
- (3) 理解和掌握有关系统模型与系统仿真基本内容以及建模、仿真等方法。
- (4) 理解和掌握系统评价和决策分析等基本内容和求解方法。

至于课程各章具体要求可以详细阅读课程自学考试大纲。

总之，要求考生能结合周围实际事例，运用所获得的基本思想、理论和方法去分析问题和解决问题。

为了掌握自学进度并循序渐进，下面简要地介绍各章节之间的联系问题：

绪论：绪论内容虽不作考核要求，但可以一般地了解运筹学与系统分析的发展简史、主要内容及课程性质、任务和要求。这对加深本课程的认识，增强自学信心都是大有裨益的。

第一章：线性规划及其应用。自学时必须在顺序理解和掌握线性规划有关概念、原理和方法的基础上再自学其它有关内容。本章最后还介绍了线性规划的应用——运输问题。

第二章：动态规划。是运筹学的一个相对独立的分支，与上述章节在方法上没有内在联系。但各节之间联系紧密，自学时必须循序渐进。

第三章：网络分析。也是运筹学的一个相对独立的分支。自学时首先要了解基本概念和研究对象，在此基础上开始学习网络分析研究对象的各种算法，还要了解有关问题的内在联系。

第四章：系统与系统工程。这是本课程系统分析部分的开始。自学时必须在了 解系统概

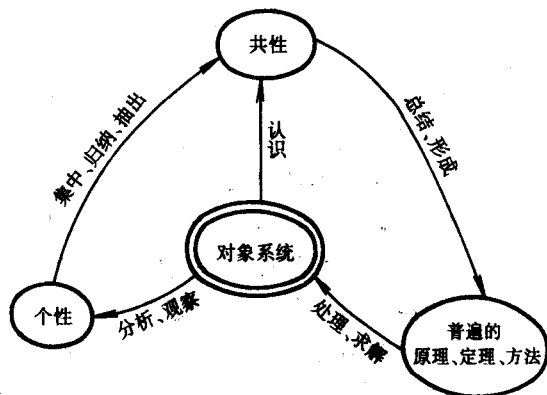


图 0-1 课程的发展规律

念、定义、属性、类型的基础上理解系统工程概念、特征等内容。并了解系统工程在现代工业工程产生、发展和应用中的重要作用。

第五章：系统分析原理及其应用。是在自学第四章的基础上，进一步了解系统工程基本工作过程与分析方法，理解和掌握系统分析原理，并以此分析工业工程中的实际问题。

第六章：系统模型与系统仿真。主要介绍一些常用的系统模型的建模和求解方法，以及系统仿真的概念、实质性作用和几种仿真技术。除系统模型定义、特征及基本要求外，每种模型都相对独立自成体系。

第七章：系统评价。本章除概述系统评价重要性、价值概念等内容外，着重介绍了常用的几种系统评价方法。各种评价方法的步骤基本相同，但方法相对独立。

第八章：决策分析。本章以风险型决策分析为主介绍了几种决策方法，在此基础上又引出了其它一些决策分析问题，最后简单介绍了多目标决策问题。自学时要求按节顺序进行。

第一章 线性规划及其应用

第一节 线性规划的基本概念

在经济、管理领域中，常常会遇到这样的问题：当一项任务确定后，应如何统筹安排才能做到用最少的人力、物力等资源去完成？如何合理地安排使用现有的人力、物力资源使得创造的利润（财富）最多？这类问题通常用线性规划可以得到较好的解决。

一、线性规划的定义及引例

线性规划的定义如下：

求取一组变量 x_j ($j = 1, 2, \dots, n$)，使之既满足线性约束条件，又使其具有最优线性目标函数值（极大或极小值）的一类最优化问题。

先看一个简单的引例：

某企业现在生产三种主要产品分别为 A、B、C，所需原材料、工时及可得利润如表 1-1 所示。

表 1-1 所需资源及可得利润

产 品	A	B	C
生产单位产品所需工时/h	7	3	6
生产单位产品所需原材料/kg	4	4	5
单位产品利润/元	4	2	3

若每天只能保证供应 200kg 原材料，可用工时每天为 150h，问如何安排生产计划才能使三种产品的总利润为最大？

现行的生产方案是：生产产品 A 12 件、产品 B 10 件、产品 C 6 件，总利润为 86 元，工时刚好用完而原材料节余 82kg。试问，在不改变原材料供应及可利用工时总量的限制条件下，总利润能否再提高一些呢？答案是肯定的。用“线性规划”的方法可以重新安排生产计划，即仅安排生产产品 B，产品 A 和 C 不安排生产，这样总利润可达到 100 元，且原材料及可用工时全部用完。

二、线性规划的数学表达式

线性规划问题的数学模型一般形式是

$$\max \text{ (或 } \min) \quad Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \tag{1-1}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq (\text{或 } =, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq (\text{或 } =, \geq) b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq (\text{或 } =, \geq) b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \tag{1-2}$$

$$\tag{1-3}$$

⊖ s.t. 即英语 Subject to，意即“受限制于”，用此作为限制条件的表述符号。

式中, Z 为目标函数; x_j ($j=1, 2, \dots, n$) 为决策变量; c_j ($j=1, 2, \dots, n$), b_j ($j=1, 2, \dots, m$), a_{ij} ($i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$) 均为常数。

通常称式 (1-1) 为目标要求, 式 (1-2) 为约束条件, 式 (1-3) 为非负条件。

对于前面的引例, 可以列出线性规划模型为

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} 7x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 150 \\ 4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 200 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

式中, 决策变量 x_1 、 x_2 、 x_3 分别表示产品 A、B、C 的日产量; Z 表示总利润。

线性规划的数学模型还可使用其它一些形式来描述, 分述如下: 线性规划的缩略式 (简缩形式) 如下

$$\begin{aligned} \max (\text{或 } \min) \quad & Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq (\text{或 } =, \geq) b_i, i = 1, 2, \dots, m \\ x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (1-4)$$

这种表达形式的优点是比较紧凑、简洁。

线性规划的矩阵形式如下

$$\begin{aligned} \max (\text{或 } \min) \quad & Z = CX \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} AX \leq (\text{或 } =, \geq) b \\ X \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中, $C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$

A、b 分别为

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

矩阵形式应用得十分广泛, 用于理论推导尤为方便。

线性规划的向量矩阵形式如下

$$\begin{aligned} \max (\text{或 } \min) \quad & Z = CX \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{j=1}^n P_j x_j \leq (\text{或 } =, \geq) b \\ x_j \geq 0, (j=1, 2, \dots, n) \end{cases} \end{aligned} \quad (1-6)$$

其特点是将线性表达式中出现的矩阵写成特殊矩阵——向量的形式, 所以式 (1-6) 中

$$P_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}, j = 1, 2, \dots, n$$

C 、 X 、 b 的意义与式 (1-5) 中的相同。这种表达形式也比较简单, 而且在某些理论证明中用起来有特别方便之处。

例 1-1 判断下面的数学模型是不是线性规划

- (1) $\min Z = x_1 + 2x_2^2$
 $\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
- (2) $\max Z = 2x_1 + 3x_2$
 $\text{s.t.} \begin{cases} x_1^2 + 2x_2^2 \leq 1 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$
- (3) $S = x_1 + 2x_2 + 4x_3$
 $\text{s.t.} \begin{cases} x_1 - x_2 \geq 1 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 0 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$

(1) 和 (2) 中的数学模型都不是线性规划, 因为它们分别在目标函数及约束条件中出现了非线性的表达式, 而 (3) 中的数学模型对目标函数表达式没有提出优化要求, 故也不是线性规划。

例 1-2 将下面的线性规划改写成简缩形式、矩阵形式和向量形式

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} x_1 - x_2 \geq -5 \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

令

$$C = (c_1, c_2) = (2, 1), A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} = (P_1, P_2) \quad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

则可得该线性规划模型的简缩形式为

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = \sum_{i=1}^2 c_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{j=1}^2 a_{ij} x_j \leq b_i, i = 1, 2 \\ x_j \geq 0, j = 1, 2 \end{cases} \end{aligned}$$

矩阵形式为

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = CX \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} AX \leq b \\ X \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

向量——矩阵形式为

$$\begin{aligned} \max \quad & Z = CX \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \sum_{j=1}^2 P_j x_j \leq b \\ x_j \geq 0, j = 1, 2 \end{cases} \end{aligned}$$

第二节 线性规划模型的建立

一、建模条件

在经济、管理领域以及社会经济系统中,什么样的实际问题可以用线性规划模型来处理呢?换言之,线性规划建模和应用有些什么条件呢?一般情况下,如果一个实际问题具备以下三个条件,那么该问题就能用线性规划模型来处理:

第一,优化条件。即问题所要达到的目标有极大化或极小化要求;并且该目标能用线性表达式加以描述。

第二,限制条件。达到目标的条件是有一定限制的,这些限制可以用决策变量的线性等式或线性不等式来表示。

第三,选择条件。有多种可供选择的方案,称之为可行方案,以便从中找出最优方案。

如在第一节中介绍过的简单引例,其目标要求是使三种产品的总利润最大,这个极大化要求即为优化条件,而且目标函数 Z 是用线性表达式 $Z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$ 加以描述的。要达到目标要求又有一定的限制——每天只能保证供应 200kg 原材料,安排 150 个工时,于是产生两个资源限制条件: $7x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 150$ 和 $4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 200$, 这两个限制条件都用线性不等式加以描述;现行的生产计划就可以看作是可行方案;除此以外,如果按照尽量安排单位产品利润大的产品投产的思想,可以安排出生产产品 A12 件,产品 C11 件的生产计划,这也是一个可行方案,因此,该问题具备多个可供选择的方案而具备了选择条件。

二、建模步骤

建立一个实际问题的线性规划模型可以按下面四个步骤进行:

第一步,应确定适当的待求解的决策变量。决策变量选取得当,不仅使建模过程顺利进行,而且求解也方便、简单,否则将适得其反,甚至无法建模或求解。因此这一步是很关键的,也是比较困难的。

第二步,根据已知的背景资料,找出所有的限制条件(即约束条件),并设法将这些限制条件用决策变量的线性方程或线性不等式表示出来。人们常常使用表格形式列出所有的限制信息,据此写出相应的约束条件,这样可以有效地防止遗漏或重复限制要求。

第三步,确定目标函数并用决策变量的线性函数来表示,进一步确定目标的最优准则是极大化还是极小化。

最后,应根据问题的实际意义,决定是否对决策变量添加非负要求(有时决策变量要求取整数,则成为整数线性规划,本书不予讨论)。

三、建模举例

下面通过几个实际例子说明建模思想和具体过程。

例 1-3 某钢厂有甲、乙两个炼钢炉同时各用一种方法炼钢,已知用第一种方法炼钢时,每炉需要工时 a 小时,可出钢 k_1 千克,用第二种方法炼钢每炉需要工时 b 小时,可出钢 k_2 千克;而每炼出 1 千克钢消耗的平均燃料费分别为 m 元(第一种炼钢法)和 n 元(第二种炼钢法)。现在希望在 c 小时内至少出钢 α 千克,问:应如何分配两个炼钢炉的任务,使消耗的燃料费用为最少?