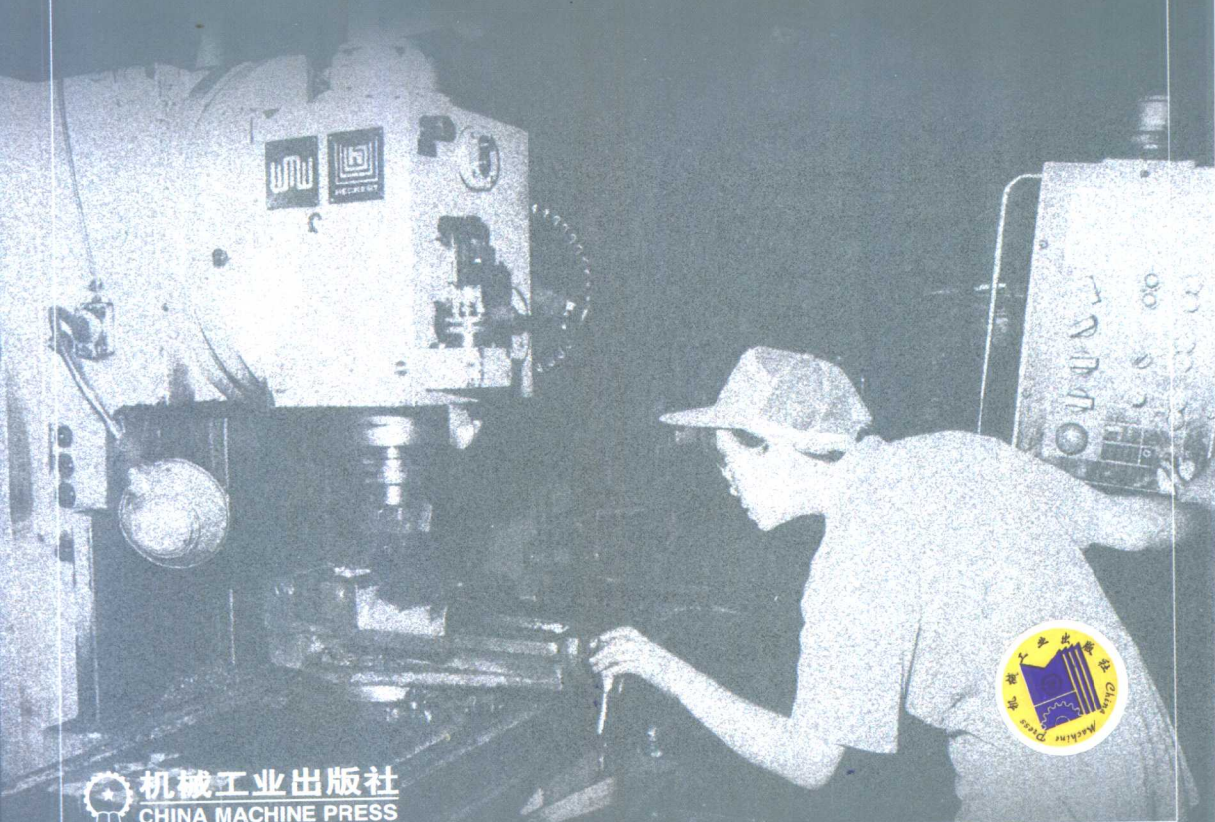


铣工计算和 常用数表

何建民 编著



 **机械工业出版社**
CHINA MACHINE PRESS



● ISBN 7-111-14574-7/TG·1359

封面设计：
姚毅

ISBN 7-111-14574-7



9 787111 145745 >

定价：33.00 元

地址：北京市百万庄大街22号
联系电话：(010) 68326294

邮政编码：100037

网址：<http://www.cmpbook.com>

E-mail:online@cmpbook.com

铣工计算和常用数表

何建民 编著



机械工业出版社

本书以铣工计算中广泛应用的三角函数和几何定理讲起,结合各种铣削形式,介绍基础性、常规性相关计算和铣床操作中的专业性计算知识,以及一些特殊要求的铣工加工计算和技术改造内容;穿插了很多图以及数表,以便于工作中使用;同时书中对铣削时的重点要领、注意事项以及加工原理等都以图文并茂的形式作了必要的叙述。

图书在版编目(CIP)数据

铣工计算和常用数表/何建民编著. —北京:机械工业出版社, 2004.10

ISBN 7-111-14574-7

I. 铣... II. 何... III. ①铣削—计算方法②铣削—使用数据
IV. TG540.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第050996号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:曲彩云 版式设计:张世琴 责任校对:李秋荣

封面设计:姚毅 责任印制:李妍

北京机工印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2004年9月第1版·第1次印刷

1000mm×1400mm B5·11.875印张·462千字

0 001—4 000册

定价:33.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

编写说明

铣削加工中，经常要进行各种各样的计算，为了帮助铣工掌握运用这些计算方法和铣削数据，编写了《铣工计算和常用数表》。

本书从铣工计算中广泛应用到的三角函数和几何定理讲起，结合各种铣削形式，介绍基础性、常规性相关计算和铣床操作中的专业性计算知识；为了启发和引导读者不断地探索新工艺、新技术，在叙述一般性计算的同时，并在几个章节中有针对性地穿插了一些特殊性的铣加工计算和铣削革新改造方面的计算内容；对于比较陌生的计算，书中加强了插图提示和文字讲述。一些复杂的计算公式，适当以表格形式数据化，以节省工作中的计算时间，利于读者的实际应用。为了适应铣工自学和掌握操作技能的需要，书中在突出和贯穿铣加工中各种应用计算的同时，还对铣削时的重点要领、注意事项以及加工原理都做了必要的叙述；有些名词术语采用了工厂中常用的说法，如：背吃刀量（铣削深度或吃刀深度）、铣削宽度等。

从我们听到的铣工反映中，往往谈到不知道一些计算公式是怎样得来的，对它的来龙去脉不太清楚，工作中对公式只有硬记，甚至有时搞错。考虑到读者在这方面的要求，本书在介绍计算方法和计算公式的同时，大多对公式加以证明，以帮助读者对计算内容能够消化理解，融通弄懂。

《铣工计算和常用数表》图文并茂，实用性强，条理清晰鲜明，提供的计算资料也比较全面，适用于初级、中级和高级不同级别的铣工学习使用，也可供一般技术人员作参考。

但限于水平，书中难免存在不足之处甚至错误的地方，希望广大读者给以批评指正。

编 者

目 录

编写说明

本书表次

第一章 数学基础 1

第一节 三角函数基础 1

一、直角三角形和它的元素 1

二、六种三角函数和函数的倒数 关系 1

三、 30° 、 45° 、 60° 的三角函数值 2

第二节 几何基础定理 3

一、计算长度的几何定理 3

二、计算长度或角度的几何定理 4

三、计算角度的几何定理 5

第三节 应用三角几何进行计算 的一般方法 7

一、应用三角函数计算直角三角 形 7

二、应用几何定理求算长度 9

三、几何图形计算 15

四、长度和面积比、体积比计 算 19

第二章 铣工计算资料 22

第一节 工件结构要素计算 22

一、正多边形计算 22

二、圆周等距离孔计算 28

三、弓形尺寸计算 29

四、锥体和斜面计算 33

五、导轨楔铁(镶条)尺寸计 算 36

六、V形铁找工件中心计算 37

七、弧长计算 38

八、对称平面和圆柱中心平面距

离计算 38

九、大圆盘形工件的直径计算 39

十、直线与圆弧面交点尺寸计 算 40

第二节 传动计算 41

一、传动比计算 41

二、按照齿轮传动路线式计算 转速 43

第三章 齿轮及其计算 46

第一节 渐开线齿形及其参 数 46

一、齿轮的渐开线齿廓 46

二、渐开线齿轮模数 47

三、渐开线齿轮齿形标准及其 参数 48

第二节 圆柱齿轮及其计算 48

一、直齿圆柱齿轮各部尺寸计 算 48

二、斜齿圆柱齿轮各部尺寸计 算 49

第三节 锥齿轮及其计算 53

一、直齿锥齿轮各部尺寸计算 54

二、直齿锥齿轮计算公式应用举 例 56

三、直齿锥齿轮计算公式的几个 证明 57

四、非直齿锥齿轮及其尺寸计 算 60

第四节 内啮合齿轮及其计 算 64

第五节 齿条及其计算	65	测量计算	135
第六节 蜗杆与蜗轮及其计 算	69	一、铣斜面和角度面立铣头扳转 角度计算	135
一、蜗杆和蜗轮要素	69	二、铣斜度精确调整立铣头位置 的计算	138
二、蜗杆和蜗轮尺寸计算	70	三、角度面测量计算	139
第四章 铣削原理和铣削用量 的计算	73	第二节 普通沟槽和铣削计 算	140
第一节 铣削过程和铣削力	73	一、沟槽深度和长度计算	140
一、切削厚度和接触角的计算	73	二、圆周分布尖槽内外角互算	144
二、切削横截面积计算	75	第三节 特种沟槽的铣削和测量 计算	146
三、铣削力计算	76	一、燕尾槽计算	146
四、铣削功率计算	78	二、半圆键槽和 T 形槽计算	149
五、加工时间计算	80	三、V 形槽计算	152
第二节 铣刀及其工作计算	80	第四节 矩形外花键的铣削和 测量计算	155
一、铣刀直径和切入长度的计 算	80	一、矩形花键的规格尺寸	156
二、铣刀齿数的计算	82	二、矩形外花键铣削计算	158
三、铣刀角度及其选择计算	83	三、花键等分性测量计算	160
第三节 铣削用量及其计算	88	四、矩形外花键成型铣刀计算	161
一、铣削速度及其计算	88	第七章 普通曲线型铣削和测量 计算	163
二、进给量和计算方法	99	第一节 孔中心距及其精确控制 计算	163
第五章 万能分度头分度计算	102	一、圆孔中心距计算和铣削中的 控制	163
第一节 简单等分数的分度计 算	103	二、斜孔中心距计算	164
一、分度原理和基本分度计算	103	三、镗圆孔时中心距精确控制 计算	165
二、角度分度计算	103	第二节 圆孔的测量计算	166
第二节 质数等分数的分度计 算	122	一、钢珠测量法	166
一、差动分度原理和计算	122	二、用内卡钳测量孔径的计算	168
二、单动间隔分度法及其计算	128	第三节 椭圆孔和锥形方孔的 镗削和计算	170
第三节 直线移距分度法	132	一、铣床上镗椭圆孔	170
第六章 直线型铣削和测量 计算	135		
第一节 斜面和角度面的铣削和			

二、铣削锥形方孔和计算	172	二、尖齿形离合器铣削计算	228
第四节 外球面铣削和检测计算	173	三、梯形齿离合器铣削计算	233
一、球面在铣床上的形成规律	173	四、螺旋面齿式离合器铣削计算	236
二、铣削截球体计算	173	第二节 普通刀具类工件开齿计算	237
三、铣削圆球体	178	一、前角 $\gamma = 0^\circ$ 开齿计算	238
四、外球面检测计算	178	二、前角 $\gamma > 0^\circ$ 开齿计算	239
第五节 内弧面、内球面的铣削和检测计算	180	三、在工件端面开齿计算	240
一、小直径铣刀铣大直径内圆弧	180	四、在工件圆锥面上开齿计算	242
二、内球面铣削计算	182	五、在工件圆柱面上开螺旋齿	247
三、铣削内弧形椭圆槽和计算示例	182	第三节 等螺旋角锥度立铣刀及其开齿计算	248
四、内球面和内弧面尺寸检测计算	184	一、等螺旋角锥铣刀螺旋线的形成特点	249
第八章 螺旋线(槽)铣削计算	185	二、加工等螺旋角锥铣刀的传动结构	250
第一节 普通螺旋线(槽)铣削计算	185	三、变转角法加工等螺旋角锥铣刀及计算	251
一、铣床上形成螺旋线(槽)的传动规律	185	第十章 齿轮类工件铣削计算	256
二、交换齿轮齿数的计算和验算	185	第一节 铣削圆柱形齿轮	256
三、工作台转动角度及其计算	212	一、铣刀号数的选择和圆盘齿轮铣刀	256
第二节 特种螺旋线(槽)铣削计算	223	二、旧斜齿圆柱齿轮分度圆螺旋角测量计算	258
一、小导程螺旋线(槽)铣削计算	223	三、斜齿圆柱齿轮当量齿数的计算	260
二、特大导程螺旋线(槽)铣削计算	224	四、铣斜齿圆柱齿轮的交换齿轮	261
第九章 开齿类工件铣削计算	226	第二节 齿条铣削计算	264
第一节 牙嵌式离合器开齿计算	226	一、分度盘法控制齿距的计算	264
一、矩形齿离合器铣削计算	226	二、分度头法控制齿距的计算	266
		第三节 直齿锥齿轮铣削计算	267
		一、直齿锥齿轮铣刀	267
		二、选择铣刀计算当量齿数的依据	269

三、直齿锥齿轮的铣削和计算	270	量计算	313
第四节 非直齿锥齿轮铣削		一、蜗杆齿厚测量计算	313
计算	276	二、蜗轮齿厚测量计算	314
一、斜齿锥齿轮铣削计算	276	第五节 齿条齿厚测量计算	318
二、弧齿锥齿轮铣削计算	278	第十二章 凸轮的铣削和计算	320
第五节 蜗轮的铣削和计算	282	第一节 等速圆盘凸轮及其基本	
一、仿形法铣蜗轮	282	划法	320
二、展成法铣蜗轮	283	一、等速圆盘凸轮要素	320
第六节 蜗杆的铣削和计算	287	二、等速圆盘凸轮曲线的基本	
第十一章 齿轮类工件齿厚的检测		划法	321
计算	289	第二节 等速圆盘凸轮铣削	
第一节 公法线形成原理和测量		计算	323
计算	289	一、垂直铣削法	323
一、渐开线另一种发生形式和公		二、倾斜角度铣削法	324
法线长度的推导关系	289	三、铣削小导程等速圆盘凸轮	326
二、渐开线函数和函数表	290	第三节 圆柱形端面凸轮铣削	
三、直齿圆柱齿轮公法线长度计		计算	327
算	291	一、铣刀切削位置的确定计算和	
四、斜齿圆柱齿轮公法线长度计		加工误差分析	328
算	299	二、多头小导程圆柱端面凸轮的	
五、公法线长度补充切削量计		铣削计算	329
算	307	第四节 渐开线凸轮铣削计	
第二节 分度圆弦齿厚测量		算	331
计算	308	附表	333
第三节 固定弦齿厚测量计		附表一 因子分解表	333
算	311	附表二 三角函数表	347
第四节 蜗杆和蜗轮齿厚测			

本书表次

表格名称	表号	所在 页数	表格名称	表号	所在 页数
三角函数的定义和计算公式	1-1	2	计算铣削功率用的 N_f 值表	4-3	79
30°、45°、60°的三角函数值	1-2	2	计算铣削功率用的 K 值表	4-4	79
正多边形各部尺寸表	2-1	25	圆柱形铣刀的直径选择	4-5	81
圆周等分系数表	2-2	29	高速钢套式面铣刀和镶齿面 铣刀直径选择	4-6	81
弓形尺寸计算表	2-3	30	三面刃铣刀和圆盘槽铣刀的 直径选择	4-7	81
圆弧长度换算表	2-4	39	高速钢铣刀前角选择	4-8	84
各种类型传动的传动比	2-5	41	高速钢铣刀后角选择	4-9	84
渐开线圆柱齿轮模数	3-1	47	高速钢铣刀主偏角和过渡偏 角选择	4-10	84
直齿锥齿轮模数	3-2	47	硬质合金铣刀齿角度及其选 择	4-11	86
直齿圆柱齿轮各部尺寸计算	3-3	48	高速钢立铣刀铣削速度计算 公式	4-12	90
计算导程 K 值表	3-4	50	高速钢套式面铣刀铣削速度 计算公式	4-13	90
斜齿圆柱齿轮各部尺寸计算	3-5	53	三面刃铣刀、圆盘槽铣刀铣 削速度计算公式	4-14	90
锥齿轮各部名称、计算和说 明	3-6	55	硬质合金铣刀铣削速度计算 公式	4-15	90
等顶隙弧齿锥齿轮几何尺寸 计算	3-7	61	小数乘方表	4-16	91
齿顶圆直径计算系数 K	3-8	63	圆柱形铣刀铣平面铣削用量 推荐表	4-17	92
顶锥角计算系数 c	3-9	63	圆柱形铣刀铣平面铣削用量 推荐表	4-18	92
斜齿条(暨斜齿圆柱齿轮)法 向模数 m_n 与端面模数 m_t 对照 表	3-10	66	套式面铣刀端面齿铣平面铣 削用量推荐表	4-19	93
蜗杆模数值	3-11	70	套式面铣刀端面齿铣平面铣 削用量推荐表	4-20	93
蜗杆和蜗轮各部尺寸计算	3-12	71			
圆柱铣刀、带柄铣刀和成型 铣刀的切削分力	4-1	77			
铣削钢和铸件时单位面积的 切削压力	4-2	78			

(续)

表格名称	表号	所在页数	表格名称	表号	所在页数
三面刃铣刀铣削用量推荐表	4-21	93	角度铣刀铣 V 形槽工作台升高距离	6-7	153
三面刃铣刀铣削用量推荐表	4-22	94	矩形花键的规格尺寸	6-8	156
镶齿三面刃铣刀铣削用量推荐表	4-23	94	矩形花键成形铣刀系列尺寸	6-9	162
镶齿三面刃铣刀铣削用量推荐表	4-24	95	铣单柄截球工件倾斜角和铣刀盘上两刀尖间距离	7-1	175
立铣刀铣削用量推荐表	4-25	95	铣大直径内圆弧立铣头倾斜角	7-2	181
立铣刀铣削用量推荐表	4-26	96	近似分数与比值小数对照表	8-1	187
成形铣刀和尖齿槽铣刀铣削用量推荐表	4-27	96	按照工件导程或传动比确定交换齿轮齿数	8-2	195
单角铣刀和双角铣刀铣削用量推荐表	4-28	97	铣普通螺旋线(槽)交换齿轮选取表	8-3	204
按照铣削速度和铣刀直径换算主轴每分钟转数	4-29	98	铣螺旋线工件和工作台转动情况	8-4	213
计算进给量 K 值表	4-30	100	铣螺旋线工作台转动角度 β_0 对照	8-5	214
硬质合金端铣刀粗铣每齿进给量推荐表	4-31	101	小导程螺旋线交换齿轮齿数表	8-6	223
硬质合金端铣刀主轴转速和每分钟进给量推荐表	4-32	101	铣矩形齿离合器铣刀宽度(或立铣刀直径)的选择	9-1	227
万能分度头分度盘孔数和交换齿轮齿数	5-1	102	铣正三角形离合器和梯形收缩齿离合器分度头主轴倾转角	9-2	230
基本分度法摇柄转数表	5-2	104	铣锯齿形离合器分度头主轴扳转角度	9-3	232
角度分度表	5-3	106	工件端面开齿分度头主轴扳转角度	9-4	242
差动分度表	5-4	124	工件锥面开齿分度头主轴扳转角度	9-5	245
单动间隔分度表	5-5	129	不对称双角铣刀开螺旋齿, 工作台移动距离 S 值	9-6	248
刻度值为 $2'$ 的万能角度尺测量误差	6-1	139	每套 8 把模数齿轮铣刀号数选择表	10-1	257
普通平键槽的尺寸和公差	6-2	143	每套 15 把模数齿轮铣刀号数选择表	10-2	257
敞开式键槽尺寸 x 铣削长度	6-3	145			
燕尾槽型式和尺寸	6-4	149			
半圆键尺寸和公差	6-5	150			
T 形槽型式和尺寸	6-6	151			

(续)

表格名称	表号	所在 页数	表格名称	表号	所在 页数
圆盘形齿轮铣刀	10-3	257	直齿圆柱齿轮公法线长度表	11-2	297
计算斜齿轮当量齿数 K 值表	10-4	262	斜齿圆柱齿轮螺旋角 β 与端面压力角 α_t 对照	11-3	300
分度盘法控制齿条齿距的摇柄转数	10-5	265	斜齿圆柱齿轮公法线长度计算系数 K_1 表	11-4	304
分度头控制齿条齿距的交换齿轮和分度摇柄转数	10-6	267	斜齿圆柱齿轮公法线长度计算系数 K_2 表	11-5	304
锥齿轮铣刀	10-7	268	齿轮分度圆弦齿厚 s_x 和弦齿高 h_x	11-6	310
根据工件齿数 z 和分锥角 δ 确定铣刀号数表	10-8	271	固定弦齿厚 s_y 和固定弦齿高 h_y	11-7	313
弧齿锥齿轮铣刀盘直径 D 的选择	10-9	281	计算蜗轮分度圆弦齿高 h_m 用 K 值表	11-8	315
万能铣头、工作台和工件的相对位置和运动	10-10	284	因子分解表	附表一	333
展成铣蜗轮刀头各部尺寸计算	10-11	287	三角函数表	附表二	347
渐开线函数表	11-1	292			

第一章 数学基础

第一节 三角函数基础

一、直角三角形和它的元素

三角形是由三条边组成的封闭几何图形，分直角三角形（图 1-1a）、锐角三角形（图 1-1b）和钝角三角形（图 1-1c）。三角形的三个角和三条边叫做三角形的六个元素。三角形三个角的大小不等，但三个角的和总是等于 180° 。

在图 1-1a 所示的直角三角形中， $\angle A$ 和 $\angle B$ 互为余角， $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ，直角所对的边 C 叫斜边。对锐角 A 来说， a 边是角 A 的对边， b 边是角 A 的邻边，但对 $\angle B$ 来说， a 边是 $\angle B$ 的邻边，而 b 边是 $\angle B$ 的对边。在直角三角形中，斜边永远对着直角，而邻边和对边是相对变化的，所以，计算中要先确定锐角 $\angle A$ 或 $\angle B$ ，然后找出三角函数的关系。

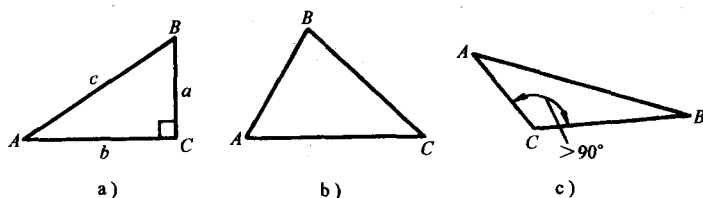


图 1-1 三角形的种类

a) 直角三角形 b) 锐角三角形 c) 钝角三角形

二、六种三角函数和函数的倒数关系

函数本身的意义就是互相依赖的变量，是直角三角形某角的应变数，它随着角度的变化而变化。在直角三角形（图 1-1a）中，如果知道了其中的任意两个边，那就可以知道锐角 $\angle A$ 或 $\angle B$ 的角度大小，同样，如果知道任意一个锐角和一条边，也可以得到其他两条边的长短尺寸。

在直角三角形中，它的三角函数有六种，其意义和计算公式见表 1-1。计算中，正弦、正切和正割的函数值随角度的增大而增大，但不是和角度成正比例关系，也就是说，角度增加一倍，函数不是增加一倍。相反，余弦、余切和余割的函数值是随角度的增大而减小，同样，也不成反比例关系，就是说角度增加一倍，函数值不是相应减小一倍。

由表 1-1 可知：

$$a = c \sin A \quad c = \frac{a}{\sin A}$$

$$b = c \cos A \quad c = \frac{b}{\cos A}$$

$$a = b \tan A \quad b = \frac{a}{\tan A}$$

$$b = a \cot A \quad a = \frac{b}{\cot A}$$

表 1-1 三角函数的定义和计算公式

名称	代号	定 义	函数通则	A 角的函数公式	B 角的函数公式
正弦	sin	对边和斜边之比	角的正弦 = $\frac{\text{对边}}{\text{斜边}}$	$\sin A = \frac{a}{c}$	$\sin B = \frac{b}{c}$
余弦	cos	邻边和斜边之比	角的余弦 = $\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$	$\cos A = \frac{b}{c}$	$\cos B = \frac{a}{c}$
正切	tan (tg)	对边和邻边之比	角的正切 = $\frac{\text{对边}}{\text{邻边}}$	$\tan A = \frac{a}{b}$	$\tan B = \frac{b}{a}$
余切	cot (ctg)	邻边和对边之比	角的余切 = $\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}$	$\cot A = \frac{b}{a}$	$\cot B = \frac{a}{b}$
正割	sec	斜边和邻边之比	角的正割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}}$	$\sec A = \frac{c}{b}$	$\sec B = \frac{c}{a}$
余割	csc (cosec)	斜边和对边之比	角的余割 = $\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}$	$\csc A = \frac{c}{a}$	$\csc B = \frac{c}{b}$

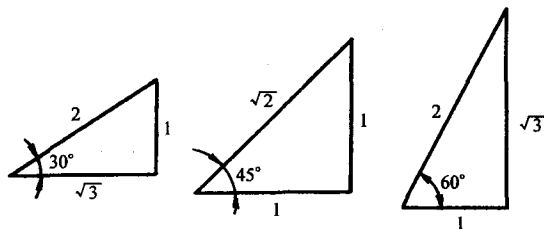
在实际应用中，只要记住正弦、余弦、正切的函数公式就可以了，因为正弦和余割、余弦和正割、正切和余切互为倒数关系，即：

$$\begin{aligned}
 \sin A &= \frac{a}{c} = 1/\csc A \\
 \cos A &= \frac{b}{c} = 1/\sec A \\
 \tan A &= \frac{a}{b} = 1/\cot A \\
 \cot A &= \frac{b}{a} = 1/\tan A \\
 \sec A &= \frac{c}{b} = 1/\cos A \\
 \csc A &= \frac{c}{a} = 1/\sin A
 \end{aligned}$$

倒数关系

三、30°、45°、60°的三角函数值（见表 1-2）

表 1-2 30°、45°、60°的三角函数值



(续)

角 函数	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86603$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0.86603$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0.70711$	$\frac{1}{2} = 0.5$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.57735$	1	$\sqrt{3} = 1.73205$
cot	$\sqrt{3} = 1.73205$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0.57735$

第二节 几何基础定理

一、计算长度的几何定理

1. 勾股弦定理

在图 1-1a 的直角三角形中，斜边 c 叫弦，两个直角边中的短边 a 叫勾，长边 b 叫股，勾股弦定理表明 c 、 a 、 b 三个长度间的关系。

【定理】 直角三角形的斜边平方等于其他两边的平方和。

用公式表示，即：

$$c^2 = a^2 + b^2$$

由此式导出：

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

2. 相似三角形定理

【定理 1】 两个任意三角形，若三个角对应相等，则这两个三角形为相似三角形，其三组对应边的比相等。

在图 1-2 中， $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ， $\angle C = \angle C'$ ，则 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 。于是 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

推论 1： 若两个任意三角形有两个角对应相等，则这两个三角形为相似三角形。

因为两个三角形的内角和均为 180° ，有两个角对应相等，余下的一个角也必然相等。

推论 2： 两直角三角形中有一个锐角对应相等，则这两直角三角形为相似三角形。

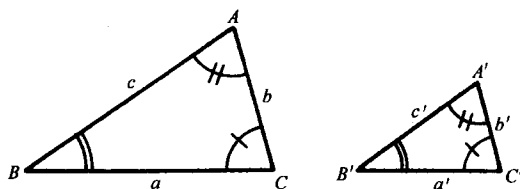


图 1-2 相似三角形

推论 3: 一个三角形内, 任意一边的平行线分三角形为两个相重叠的大小三角形为相似三角形。

如图 1-3 所示, $B'C' \parallel BC$, 则 $\triangle AB'C' \sim \triangle ABC$, 于是 $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$

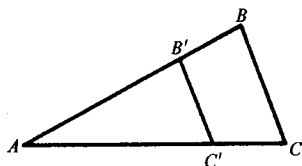


图 1-3 相重叠的相似三角形

【定理 2】 两个任意三角形有一个角相等, 这个角的两个夹边对应成比例, 这两个三角形为相似三角形。

如图 1-2 所示, 若 $\angle A = \angle A'$, $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

因 $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, 所以 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

【定理 3】 两个任意三角形三边对应成比例, 则这两三角形为相似三角形, 对应角必相等。

如图 1-2 所示, 若 $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$, 则 $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, 所以, $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$

二、计算长度或角度的几何定理

1. 等腰三角形定理

【定理】 三角形若两个角相等, 则这两个角所对的边也相等; 反之若两边相等, 则这两边所对的角也相等, 这种三角形叫做等腰三角形或二等边三角形。

如图 1-4 所示, 若 $\angle A = \angle B$, 则 $a = b$; 反之, 若 $a = b$, 则 $\angle A = \angle B$

2. 等腰直角三角形定理

【定理】 若直角三角形两直角边相等, 则两锐角均等于 45° , 这种三角形称为等腰直角三角形。

如图 1-5 所示, $\triangle ABC$ 中 $\angle C = 90^\circ$, 而 $a = b$, 则 $\angle A = \angle B = 45^\circ$

3. 30° 和 60° 直角三角形定理

【定理】 若直角三角形中两个锐角各等于 30° 和 60° , 则斜边长度为最短边的 2 倍。反之若斜边长度为最短边的两倍, 则两锐角各为 30° 和 60° 。

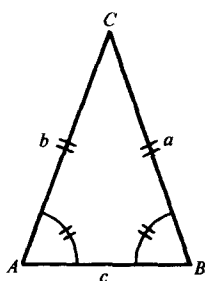


图 1-4 等腰三角形

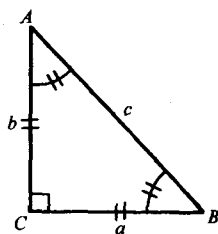


图 1-5 等腰直角三角形

如图 1-6 所示, 若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 则 $C = 2b$, 按勾股弦定理可以求得: 若 $b = 1$, $c = 2$, 则 $a = \sqrt{3}$, 即: $a:b:c = \sqrt{3}:1:2$

4. 切线性质定理

【定理 1】 切线和过切点的半径垂直。

如图 1-7 所示, B 是切点, 则 $AB \perp BO$

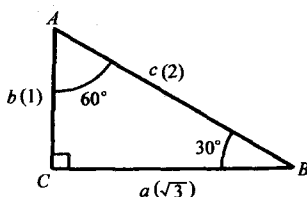
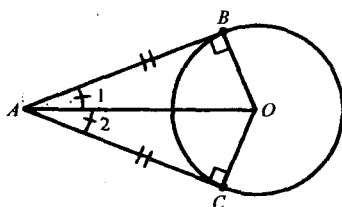
图 1-6 30° 和 60° 直角三角形

图 1-7 切线和圆

【定理 2】 过圆外一点向圆可作两根切线, 两根切线长度相等。

如图 1-7 中 $\overline{AB} = \overline{AC}$

【定理 3】 两根切线夹角为切线交点和圆心的连线所平分。

如图 1-7 中 $\angle 1 = \angle 2$

三、计算角度的几何定理

1. 三角形内角和定理

【定理】 任意三角形的内角和均等于 180°

如图 1-1 中: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

2. 三角形外角定理

【定理】 三角形任意一边的延长线和另一边夹成的角度叫做外角, 外角等于不相邻的两个内角之和。

如图 1-8 所示, 外角 $\angle ACD = \angle A + \angle B$

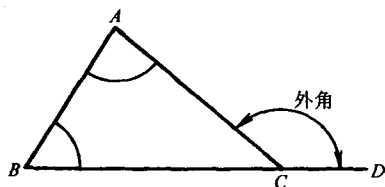


图 1-8 三角形外角