

中學數學參考資料

初中平面幾何參考書

I 對蘇聯新教材和新課
堂教學法的初步經驗

II 習題解答

吳淦淥 編輯

新中國聯合出版社出版

中學數學參考資料

初中平面幾何參考書

吳淦淥 編輯



新中國聯合出版社出版

版權所有・不准翻印

中學數學參考資料 初中平面幾何參考書

編 輯 者	吳 淦 淶
出 版 者	新中國聯合出版社 上海：(9)石門二路41弄44號
發 行 者	通 聯 書 店 上海：(11)山東中路 128 號
經 售 處	全 國 各 大 書 店

一九五二年十一月一版 0001—3000 售價 8000元

編輯大意

蘇聯先進的中學數學教材，有其獨特的優越性，爲着迎接新中國的文化建設高潮，應當予以推廣。現在全國各中學，已開始採用，編者根據講授新教材並初步實施新課堂教學法的一些初步經驗，寫一套中學數學參考資料，這一本是初中平面幾何的部分。

我們對新教材新教法的領會是非常不夠的，不過介紹一些初步經驗，提供參考和研究，從而認識新教材，實施新教法，來提高教學效果。但是這一套書不夠完整，不夠妥當的地方，希望中學教師同志和別的同志們，加以批評和指正，俾能不斷加以修訂。

實施幾何新教材新教法的初步經驗

這裏所指的新教材是蘇聯教材東北編譯本初中平面幾何和初中平面幾何習題兩本書；所指的新教法是蘇聯新課堂教學法。我們對這種新教材新教法還是在初步實施階段，沒有什麼研究，僅是介紹一些經驗提供參考。

一 先談一談新教材的優點

(1) 掌握科學的系統性和完整性——過去的舊教材，都不重視科學的系統性和完整性，羅列堆砌，逐條分述，教師講授後，學生也能弄清定理，會解習題，可是很容易忘記，鞏固不牢。這就是舊教材沒有很好掌握幾何科的系統性和完整性，也是主要原因之一。

新教材則不然，根據幾何圖形的變化和發展，掌握它的系統性和完整性，貫徹到每一章每一節甚至每一個習題中間，倘若教師教學方法的目的性和計劃性訂得好，學生不僅學會了課本內容，還能依着發展的系統，掌握特點，深入鑽研，教學成功的話，更能啓發出創造性的思考。因此學過的還會鞏固不牢嗎？

例如講角：過去的舊教材一般的都是講一直角等於 90° ，一度等於 $60'$ ，一分等於 $60''$ ，教師這樣教，學生就這樣記，可

是這個“度”究竟是怎樣一個東西？理解得不夠明確的。新教材則首先講明了弧與圓心角的關係，然後講度數，因此學生不論在形像上和思考上都很明確了。舊教材講弧與圓心角的關係，要在圓的一章裏面講，所以說，在講度分秒的時候，理解得不夠明確，是不完整；在直線形裏常用度數來表示角，它的明確意義卻要到圓裏講，是缺乏系統。又如新教材裏在講清三角形多邊形的概念後就講軸對稱圖形，接下去講等腰三角形頂角的平分線，很自然地運用軸對稱來說明這個頂角平分線有着四個代表性，這是很完整很精簡的教材組織。又如新教材講全等三角形的特徵時，由於組織得好，學生學了“一個三角形的兩邊和夾角與另一個三角形的兩邊和夾角若對應相等，則此兩三角形是全等形”時，就研究到“假設一個三角形的兩邊與另一個三角形的兩邊對應相等而它們的夾角不等時，那麼變成怎樣的情況？”這就啓發了學習非全等三角形定理的要求，因此教到這裏，很易理解而且鞏固了。又如講軌跡：在舊教材裏一般的都在講過直線形和圓以後，另立一節來講，並且教師講得比較費力，學生學得也比較困難。在新教材裏，就在講過線段的垂直平分線的性質和角的平分線的性質以後，提出軌跡，培養學生對動點的概念，下面再講軌跡，比較輕鬆地學過去了。（在這裏要說明的，對初中學生祇要求他們懂得動點是依着什麼規律動？依着這個規律動，得出來的軌跡是什麼圖形？都是一些簡易實用的軌跡）。又如新教材在講了三角形多邊形的內角和以後，講中心對稱，培養旋轉圖形的概念；在講了平行四邊形以後，講平行移動法，培養作圖的理解力；系統地輕鬆

地啓發了學生作圖的理解，不像舊教材羅列了一套什麼法什麼法，使學生產生忘而卻步的情緒。又如在新教材裏開始講圓時，首先講過一點可作無數個圓；其次講過兩點也可作無數個圓，但圓心的位置有了限制；最後提出三點決定一圓且僅可作一圓。這樣逐步變化逐步發展，系統地講出來，學生很易理解，比舊教材講得細膩而徹底了。又如在新教材裏講三角形的四個特殊點，緊接着三角形的外接圓內切圓來講，然後提出內心和外心，是非常科學的，與舊教材放在三角形裏講，比起來有着顯著的優越性。以上所談，不過舉幾個例，當然不夠全面的，希望重視新教材的優越性來提高教學效果。

(2) 理論與實際一致——過去的舊教材最大的缺點，就是理論與實際未能一致，儘管教師教學認真講解清楚，學生也已學懂也能解題，可是接觸到具體而實際的問題，很不熟練來應用已經學過的幾何知識。舊教材的習題，大都是證明定理的習題很多，作圖題次之或者和證明定理的習題不相上下，計算題則最少，雖然也有一些實際應用的習題，但還不夠。新教材則始終貫徹理論與實際一致的教學原則，課本以外，還有習題本。課本內則以作圖題為重點，且用多樣化的方式啓發學生作圖的能力，例如平行移動法對稱法軌跡交截法是最實用的，因而這些習題就比較多，習題本則以計算題為重點，同時還複習作圖題和證明定理的問題，反覆刺激，使學者易於熟練。例如有關測量的問題和機輪轉動的問題，都適當地配合着。這樣就培養了學生懂得運用幾何知識的技巧；因此，就收穫了理論與實際一致的效果。

(3) 與有關各科縱橫聯系融會貫通——過去的舊教材與有關各科如算術代數物理等聯系得不夠，更談不到聯系的計劃性和目的性。因此，學生對於幾何圖形的實用計算，並不熟練而達到迅速正確的程度。新教材則自始至終，有計劃地與有關各科縱橫聯系着適當配合着。講軸對稱和中心對稱，則配合自然界現象來講，學生易於接受；講直線與弧或弧與弧的平滑相接，啓發鋪設軌道；講三心曲線，啓發建築工程；這些都是獨特優越的材料。在習題本中則緊密地配合課本，有計劃地使學生熟練計算題。因此，學生不僅懂得幾何圖形相互間的關係，也懂得怎樣應用這個關係來作圖，來計算，並且鞏固得牢，不易忘記。

(4) 發展學生的邏輯思考——新教材的觀點是唯物的，方法是辯證的，而且證明定理的方式，也與舊教材迥不相同。舊教材證明定理的方式，一般都是分節敘述太機械，欠連貫；新教材證明定理的方式是系統地、連貫地、完整地、嚴密地、細緻地來說明問題，因此發展了學生的邏輯思考。

(5) 符合先進的教學原則——祇有新教材才能符合先進的教學原則，例如講“從直線外一點祇能作一直線垂直於此直線”，用紙翻摺來證明它，學生易於接受，這就符合了直觀性原則；新教材是理論與實際一致的，因此符合了學生的自覺性和積極性原則；由於新教材課本與習題本相互配合，更和有關各科縱橫聯系，學生就能掌握和運用獲得的知識，這就符合了鞏固性原則；由於新教材具有嚴密的邏輯聯系的系統性，所以又符合了系統性和連貫性原則。

上面所談的五個優點，雖然是不夠全面，不過提出來作為參考，大家來研究，認識新教材的優越性，希望教師教好幾何，學生學好幾何，以便學習更高深的數學，為人民為國家的生產建設服務。我們的體驗，覺得新教材的講授，需要運用新課堂教學法來進行，更有可能達到知識、技能、熟練技巧三者的相互聯系而統一，教學效果的提高。

二 再談一談新課堂教學法

(1) 什麼是新課堂教學法？

新課堂教學法是一個嚴肅的課堂教學制度，所以又叫做新課堂教學制度。一般地講，可以分做三個類型，五個步驟，簡單介紹如下：

第一類型——在一個新單元開始時用之，分四個步驟進行教學：(一)組織教學，(二)講新教材，(三)鞏固知識，(四)佈置作業。

第二類型——接第一類型以後的課運用之，分五個步驟：(一)組織教學，(二)檢查複習，(三)講新教材，(四)鞏固知識，(五)佈置作業。

第三類型——在一個單元完畢後運用之，可分三個步驟：(一)組織教學，(二)複習演題，(三)佈置作業；也可分二個步驟：(一)組織教學，(二)複習演題。

(2) 施實新課堂教學法首先要做好那幾件事？

新課堂教學法是人民教師高度負責教好學生的課堂教學法，決不是搬運教條，形式主義的搞一下就能收獲效果的，所以實施新課堂教學法首先要做好兩件事：

第一件要瞭解學生。因為瞭解學生是教好課的主要環節，瞭解得愈深入愈細緻就愈好。某班級的基本情況是怎樣？成績是5分的有那些人？4分的有那些人？3分2分1分的有那些人？接受力較強的有那些人？接受力較慢的有那些人？他們中間學習方法有無問題？學習態度有無問題？這個班級的學習特點是怎樣的？瞭解工作做得好，就是羣衆路線走得對，教學不會落空，不會脫離實際，因而估計正確，教學輕鬆而愉快了。

第二件要擬訂教學計劃。在學期開始之時，首先根據教導處的教學計劃，結合某班級的實際情況，計算一下，幾何課的上課時數有多少？要從什麼地方教到什麼地方？教學進度怎樣分配進行？作一通盤打算。然後擬訂一學期的總的教學計劃，目的和要求是什麼？每一週的進度和內容是怎樣？經數學科研究小組討論修正再經教導處同意後，按照計劃一課一課的編訂教案，進行教學。

(3) 怎樣編訂教案？

編訂教案是教好課的先決條件，是備課的中心工作。卡爾波娃說：“準備工作的好壞，就在教學過程中不斷地表現出來。”因此，教案編得適當而完整，教學就會成功；倘若粗枝大葉地形式主義地來搞，那就是空洞無內容的教案，就會失敗。我們在初步實施過程中體驗出：(1)熟悉所要運用的材料。(2)確定教學計劃

的目的、要求、重點、步驟。(3)然後着手編訂教案。(4)將教案寫好後與有關的教師進行集體研究，在研究過程中，修正補充，務使計劃完整。(5)在上課前將訂好的教案看兩遍使教學計劃在思想上有完整的明確的概念。

下面，我們來談一談編訂教案的幾個具體問題：

一 什麼材料運用什麼類型的問題？

卡爾波娃說：第一類型一般的用於三種情況之下，(a)新教材初次進行的科目如初學幾何時。(b)比較廣泛的教材時(需要好多課)。(c)每章每節每個單元的開始時。第二類型是常用的一種類型。第三類型的特點是做總複習(每章每節每個單元完成時)。因此必須先熟悉各個類型的基本精神，理應運用第一類型的不能運用第二或第三類型，否則就違背這個制度的基本精神了。

二 分配時間和掌握時間的問題。

實施新課堂教學法每一課的上課時間是45分鐘，休息15分鐘，因為教師是依據教案有計劃地進行教學沒有一句廢話，學生是集中精力集中思想地聽課，在爭取學生一課又一課同樣學得好的要求下，休息時間是需要15分鐘。

在每一堂課裏，教師要掌握每個步驟的時間，不允許偷工減料，務使教材教法時間密切結合起來，達到教學目的。我們對數學科每一課堂的時間分配，有一個不成熟的輪廓，當然這是有彈性的，主要是必須根據計劃來靈活分配的。

第一類型：組織教學 2分鐘

講新教材 30分鐘

(導言 3分鐘,講新教材 27分鐘)

鞏固知識 10分鐘

佈置作業 3分鐘

第二類型:組織教學 2分鐘

檢查複習 8分鐘

講新教材 25分鐘

鞏固知識 7分鐘

佈置作業 3分鐘

第三類型:組織教學 2分鐘

複習演題 40分鐘

佈置作業 3分鐘

三 教養目的的問題。

新課堂教學法,要求每一堂課的教養目的,包含思想性和知識性兩個方面,必須要明確。卡爾波娃說:“教學的知識教學目的是教導學生如何運用在實際上。”“三角幾何,不僅講數量和數,而且講線與線面與面的關係,並且講數字線面的時候,就給學生以唯物的思想教育。”“數學上有唯心的與唯物的,如果老師只講而不去聯系實際,這是不好的。”“數學的另一目的是培養學生合乎邏輯的思維。”“數學的思想教育如何進行是基於知識教育,中國有許多生活實際問題如教育經濟建設等等,教學時聯系這些,不僅培養了學生的唯物世界觀,而且也進行了愛國主義教育。”我們應當很好地經常地檢查,教養目的明確不明確?在教學

過程中表現得好不好？教學效果怎樣？不斷改進，不斷提高。

四 組織教學的問題。

組織教學的作用，主要是安定情緒集中注意並貫徹課堂紀律教育。教師進教室，學生起立行禮後，教師檢查出席人數，若有缺席學生，應問明缺席原因並指定一位同學在課外予以幫助，並在下堂一堂課檢查是否幫助，幫助得怎樣？

這個步驟做得好，課堂內是很嚴肅的，教師高度負責地教，學生高度自覺地聽。

五 複習檢查的問題。

複習檢查這一個步驟，在初步實施過程中，我們體驗出：(1)提問要簡潔明確，要有目的，最忌紊亂瑣碎。(2)提問內容要有系統性和完整性。(3)要具備複習教過的知識和啓發新教的知識的意義。(4)提問後要有時間給全班學生有思考餘地，然後指名回答。(5)藉此不但可以檢查學生的學習效果，也可以檢查教師自己的教學計劃。(6)這一步驟和當堂鞏固留作業在作用上是分不開的，應當有機地配合起來。

一個班級的人數多，不易普遍，怎麼辦？我們對數學課，覺得檢查學生的知、能、熟，方式是可以多樣化的，如口頭問答、黑板講寫、黑板練習、小測驗等，可以根據材料和目的來靈活運用，這樣做，雖然時間少，人數多，可以克服這個困難的。

六 講新教材的問題。

講解新課這一個步驟，教師們都有比較豐富的經驗的，在這裏不須多談，主要是在批判舊教法的缺點來向新教法努力。在運

用第一類型這一個步驟的開始，有三分鐘左右時間的導言，其目的在掌握科學的系統性並簡單介紹新內容，俾學生在思想上始終有一個完整的科學系統。

七 鞏固知識的問題。

當堂鞏固這一個步驟，是測驗教師教學的效果，也是測驗學生的接受情況，倘鞏固不牢，就說明教學上有問題。我們體驗到提問、鞏固、留作業這三個環節，在整個教案裏要前後呼應，不能割裂的。

八 佈置作業的問題。

留作業這一個步驟，對數學科來說，幾乎每一堂課都需要的，否則就難於達到知、能、熟的目的。這種幾何新教材把課本和習題本分為兩本，是有優越的意義的，問題在於怎樣適當地分配在每一堂課。有時候為了使學生易於生根消化，必須加一些補充題來啓發學生。教師們都有經驗的，在這裏不多談。

在原書課本的習題中，雖有個別印錯的地方，但是很易看出，沒有什麼問題；在習題本中，有個別印錯的地方，就改變了原文習題的目的性，教師學生往往在這裏浪費時間，這些問題，我們研究過；例如習題本 P. 4 第 22 題內“ $\angle CBD = 0.735Rt.$ ”要改“ $\angle CBD = 0.375Rt.$ ”才對，因為原書的答案是 $\frac{3}{16}Rt.$ 目的在於熟練小數和分數的運算，雖然顛倒印錯一個字，但是目的性改變了；又如 P. 35 第 20 題內“扇形 AMB ”要改“弓形 AMB ”才對，因為扇形的話，則 $AC = CD$ 不必要，答案亦完全不符，目的性也改變了；因此，我們提供參考，凡覺得有問題的習題，在上角加“*”符號，以資識別。

目 錄

實施幾何新教材新教法的初步經驗

(一)新教材的優點.....I—1

(二)新課堂教學法.....I—5

習題解答

(一)幾何課本習題..... II—1

(二)幾何習題本習題..... II—66

習題解答

這一章是根據蘇聯教材東北編譯本“初中平面幾何”及“初中平面幾何習題”兩本書內所有的習題解答的，提示要點，啓發思考，非常簡易的省略，比較容易的僅寫要點，比較複雜的詳一些。教師們不要以為教會學生解題，就算滿足。學生們也不要以為能夠解題，就算滿足；必須重視這種新教材的組織和體系，特別在系統性完整性和理論與實際一致的方面。

為了節省篇幅，不錄原題，註明原書的章節和頁數。在教科書中有 229 題，在習題本中有 345 題，共計 574 題。在教科書內的 229 題，沒有什麼印錯的，祇有 P. 52 第 32 題提示最後一句“再連結 M 和 N ”要改“再連結 M' 和 N' ”；P. 80 第 33 題第二句“求與……”要改“求作與……”；又第 53 題“高及對角線”要改“高及一對角線”；P. 117 第 22 題“四邊行”要改“四邊形”。在習題本中，則比較多，舉幾個例：P. 35 第 20 題“扇形”似應改“弓形”，若照原題解，則“ $AC=CD$ ”不起作用，與原書所載答案亦不符；若改“弓形”則對了；又第 9, 12 兩題“含角 $117^\circ 23'$ ……”似應改“含有 $117^\circ 23'$ ……”；P. 40 第 66 題“2.6 厘米”應改“26 厘米”；在原書答案中也有需要改的如 P. 49 第 79 題“ $\frac{1}{3}R$ ”應改“ $\frac{1}{3}R$ ”凡在原書習題和答案不相符合的問題上，加印“*”符號，我們領會得不一定對，供大家研究。

教科書習題

第一章 P.18-19

1. $141^{\circ}40'$.

2. 成一直線。 3. 略。

4. 設： $\angle ABC$ 與 $\angle CBD$ 爲二鄰補角， BE 平分 $\angle ABC$ ， BF 平分 $\angle CBD$ ，求證： $BE \perp BF$ 。

$$\text{證：} \angle EBC + \angle CBF = \frac{1}{2} \angle ABC + \frac{1}{2} \angle CBD = \frac{1}{2}$$

$$(\angle ABC + \angle CBD) = \frac{1}{2} \times 180^{\circ} = 90^{\circ}, \therefore BE \perp BF.$$

5. 設： AB, CD 相交於 O 成二對頂角 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ ， OE 平分 $\angle AOC$ ， OF 平分 $\angle BOD$ ，求證： EOF 成一直線。

$$\text{證：} \because \angle AOC = \angle BOD, \therefore \angle AOE = \angle BOF,$$

$$\therefore \angle AOE + \angle AOF = \angle BOF + \angle AOF = 180^{\circ}, \text{故 } EOF \text{ 成一直線。}$$

6. 設：由 AB 上一點 O 向 AB 兩旁作 $\angle AOD$ 和 $\angle BOC$ 相等。求證： DOC 成一直線。

$$\text{證：} \because \angle AOD = \angle BOC,$$

$$\therefore \angle AOD + \angle AOC = \angle BOC + \angle AOC = 180^{\circ},$$

故 DOC 成一直線。

7. 設：從 O 點作四射線 OA, OD, OB, OC ，使 $\angle AOC = \angle BOD$ ，
又使 $\angle AOD = \angle BOC$ ，求證： AOB 及 COD 都是一直線。