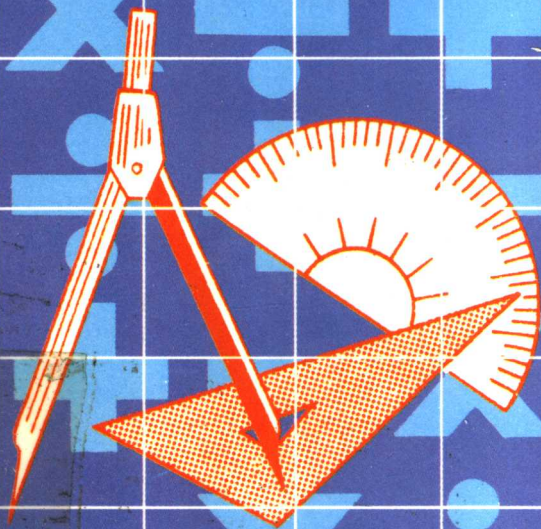


新世紀叢書

科學宮殿的基礎

數學探索 與發展

編譯者：林傑斌 卓彰賢



銀禾文化事業有限公司



081
新世紀叢書

數學探索 與發展

銀禾文化事業公司印行



081
新世紀叢書

數學探索 與發展

主 編：新世紀編輯小組

編譯者：林傑斌・卓彰賢

出版者：銀禾文化事業有限公司

發行人：陳俊安

地 址：台北市和平東路2段96巷
3-1號

電 話：7335575・7335576

郵 撥：0736622-3

定 價：新台幣100元

新聞局登記證局版台業字第3292號

1987年5月初版

■版權所有・不准翻印■

序

在科學進步，知識爆發的現代世界中，一個國家民族的興衰取決於全體國民是否擁有現代化的知識。一個國家即使擁有很多進步的科學機器，但是人民的思想、觀念仍停留在幾十年前的舊巢中，那將是滿清時代所追求的「船堅礮利」翻版而已，完全無補於事，因此普及全民知識是一件刻不容緩之事。

本公司有鑑於此，特成立新世紀編輯小組，無論就自然科學或社會科學，選定重要題目編輯成一系列叢書，逐冊推出，並且以普及版方式印製，希望這一系列的叢書能提供給國人一連串新的知識與觀念。

一件事情的成功，固然是要在事前有妥善規劃與謹慎的執行，而一套叢書發行的成功除了要有上述的要件外，更需要有廣大讀者的支持和批評。希望讀者們能在閱讀本書後給我們寶貴的意見，做為我們編列這套書的參考，謝謝！

陳俊宏

於一九八五年十一月

序 言

青少年朋友，你熱愛數學嗎？你一定會回答說：「從進入學校大門那天起，我就和數學打上了交道，能不熱愛嗎？現在還和它做了好朋友呢！」對！數學是我們往科學高峰邁進的階梯，我們應當永遠和它交朋友。不過，你對這位朋友了解得怎麼樣呢？讓我們一起來追蹤它的足跡吧！

數學是研究現實世界的空間形式和數量關係的科學，是在生產實踐和科學研究中誕生、發展和逐步完善起來的。它刻劃了事物的客觀規律。由於人們在生產實踐中，要和各式各樣的「數」和「形」打交道。如：5個人、5棵樹、5隻羊……，拋開它們的具體內容，就抽象出一個數——「5」；從太陽和月亮的輪廓、樹木的橫斷面、車輪的形狀中，拋開它們的具體內容，就抽象出一個形——「圓形」，因而產生了最基本的數學概念。

隨着生產的發展，它不能老停留在直觀的感性階段，必須在實踐的基礎上由感性上升到理性，造成概念和理論的系統。同時，由於在生產實踐中遇到的數量關係越來越複雜，有的結果不能立刻直接地得到驗證，因此

，在這些結論獲得實踐檢驗之前，人們當然要從邏輯上證明它是正確的，這樣，才能形成一個理論體系。這些東西雖然很抽象，但都是以現實世界中的事物為基礎的。正如一位思想家所說的「和其他一切科學一樣，數學是從人的需要中產生的；是從丈量土地、測量容積、計算時間和製造器皿中產生的。

從古代埃及的測量術到微分方程、概率論、綫性代數、數論、群論、泛函分析、組合論、複變函數論、拓撲學等現代數學的各個分支，在這漫長的歷史過程中，無數有志之士進行了艱苦卓絕的探索後，才逐步揭開蒙在數學上頭的美麗面紗，使人們看清了它的部份面目。

在數學探索中，一道道閃耀着人類智慧光彩的難題，像一座座屏障設置在探索的道路上。有的難題構思巧妙，深刻反映了某種數學思想和數學方法，經過人們的努力，很快地就找到答案；有的難題看似容易但卻不簡單，使人們在研究中大受挫折，其間往往長達數百年，甚至數千年才獲得解決；還有的難題，如「費爾馬猜想」，「哥德巴赫猜想」等，直到現在仍然吸引着無數愛好者潛心思考，晝夜不捨地在尋求解答。對這些難題的探求，不但磨練了數學家的意志，而且使某些數學分支或受啓發因而誕生，或因刺激而發展。

在數學發展的歷史長河中，難題的出現是屢見不鮮

的。它們猶如一顆顆璀璨的明星，布滿了深邃而又瑰麗的數學天空，放射出經久不息的光輝。親愛的朋友，願你張開理想的翅膀，打下雄厚的數學基礎，將來也去摘取數學的明星吧！

在這本「數學探索與發展」的小冊子裡，準備向你介紹一些數學探索的故事，幫你了解一些數學發展的歷史。假如你讀了這些故事後，能受到數學家們獻身數學，鍥而不舍的奮鬥精神所薰陶。並從中得到這樣的啓示： $\text{成功} = \text{理想} + \text{勤奮} + \text{作爲}$ ，並付諸行動的話，那將使我感到莫大的欣慰。

林 傑 斌
卓 彰 賢

1987 年元月於台北

目 錄

序 言	I
前 言	1
第一部 智慧的閃光	3
第一章 數學的誕生地	5
一、幾何溯源	5
二、幾何力量	8
三、塔高之謎	12
四、紙草數學	15
第二章 數學的搖籃	19
一、百牛大祭	19
二、芝諾問題	25
三、幾何經典	29
四、群牛問題	32
第三章 數學在四大發明的故鄉	43
一、田忌賽馬	43
二、韓信點兵	47

2 數學探索與發展

三、 π ，在中國·····	53
四、一張怪圖·····	63
五、沈括數壇·····	68
六、百雞問題·····	72
第四章 延續兩千多年的數學公案·····	77
一、問題由來·····	77
二、異軍突起·····	84
三、似非而是·····	87
四、標新立異·····	91
五、首次告捷·····	97
六、光輝歷程·····	110
七、一代數星·····	118
八、鳴金收兵·····	127
第五章 數學奇觀·····	135
一、對數喜劇·····	135
二、級數奇觀·····	138
第六章 七座橋的故事·····	145
一、遊人難題·····	145
二、小試鋒芒·····	146
三、歐拉時代·····	154
第二部 科學的翅膀·····	157

第七章 四色猜想	159
一、國王遺囑誰能解	159
二、舊事重提起波瀾	161
三、蒼天責備我自大	163
四、證明用破一生心	164
五、計算機上顯神威	167
六、“曲面”能如國王願	169
第八章 費爾馬猜想	173
一、業餘研究建奇勳	173
二、千古難尋一公式	177
三、踏破鐵鞋無覓處	178
第九章 哥德巴赫猜想	183
一、一封來信難群雄	183
二、前仆後繼尋證明	186
三、何人走在最先驅	188
第三部 金色的希望	193
第十章 探索永無垠	195
一、金蟬脫殼	195
二、回文數	198
三、探索永無垠	202
附 錄	205

4 數學探索與發展

勾股定理	205
祖 好學	207
歐拉關於《哥尼斯堡七座橋》的報告	208
參考書目	219

前 言

節日的夜啊，是這樣地瑰麗美好！校園的輝煌燈火與滿天繁星相互輝映著；康樂晚會和科學報告會得相媲美。一片歡樂聲中，追求真、善、美，探索科學的氣氛瀰漫著校園。

科學報告會上，師生們共同用智慧、知識譜出了一曲曲愛科學的新歌。核能廠、太空梭、DNA、基本粒子、夸克、胰島素、干擾素……，像一個個的音符飄落在每個求知者的心田上。迴腸盪氣，催人向上的旋律像春風一樣地拂上了我的心頭，撥動着我的心弦，引起了我的共鳴，使我這位在講台上度過十七個春秋的數學教師也不由得躍躍欲試，想給學生們講點什麼了。終於按捺不住心中的激情，不由自主地登上了報告會的講台。

看着台下一張張充滿朝氣與希望的笑臉，面對一雙雙飽含追求與探索的目光，我眼前跳動着一個個數字，變幻著一道道方程式，伸展着一條條直綫，滾動着一個個圓，旋轉着一座座笛卡爾座標……。

於是，我感情的閘門打開了，話頭就從這裡開始。

第一部

智慧的閃光

智慧是知識發出的異彩。

智力和好奇是它的雙翼；勤奮

好學與鏗而不舍則是它的基石。

第一章 數學的誕生地

攤開世界地圖，在地中海南岸，我們會找到一個文明古國——埃及。據說，這裡是數學誕生的地方。

一、幾何溯源

沿着幾何走過的道路，我們追溯到五千多年以前——。

奔騰的尼羅河，經過一萬多里的流程，來到埃及，分東西兩支注入地中海。它像一把利劍把埃及劈為東西兩部分，這段尼羅河河床較寬、流水平緩、河漫灘發育。它的兩岸是肥沃的良田，農產豐富，養育着埃及人民，是埃及文化的搖籃。但是，尼羅河每年七月河水泛濫成災，洶湧的洪水吞沒了尼羅河附近狹谷的廣大土地，使尼羅河兩岸變成一片汪洋。直到十月下旬，雨季過去，河水才退落。然而，河水却沖走了田間的界標、河床也發生了變更，這使古埃及的祭司（古埃及的統治者）們大傷腦筋。因為他們又得重新丈量土地。

古埃及的祭司在每年收穫時，向農民徵收糧食作為

稅捐和他們自己的薪酬。徵收糧食的多少，又取決於田地的大小。田大，徵收的糧食就多。

河水把原來的土地沖得奇形怪狀，使得只會丈量長方形和正方形的祭司束手無策。

有一個聰明的祭司，他想起了先輩第一次發現面積算法時的情景。

寺廟裏，人們正在用方磚鋪地。要鋪七磚長，七磚寬的一塊地面，要用七七四十九塊方磚（ 7×7 ）；鋪一塊七磚長，九磚寬的一塊地面，要用七九六十三塊方磚（ 7×9 ）。有一個人從這些實際計算中得到啓示。他高興地說：「你們看，要計算長方形或正方形的面積，只需要用長乘以寬就可以了。」

寺廟裏一片歡騰，人們正在慶祝他們偉大的發現……。

想着，想着，祭司眼前的幻影變成現實的畸形怪狀的土地。他從沉思中回到了現實。面對眼前難測的土地，他心裡又盤算開了，「這些田很難劃成方形測量，但是劃成三角形却很容易。如¹¹知道了求三角形面積的方法，就能測出任意直綫邊的農田面積了」。

想到這裡，他有些高興了，回到家裡，找來一些麻布片，剪成一些正方形和長方形；又把正方形和長方形剪成三角形。巧極了！一個正方形的麻布可以剪成兩個