

GAOZHONGFENJIE

高中分級

主 编/郑兴国

同步练



总策划/翁钟贵



高二 数学

湖北教育出版社

GAOZHONG
FENJI
TONGBULIAN

高中分级同步练

【高二数学】

姜祥刚 唐 求 高长军/编写

湖北教育出版社

(鄂)新登字 02 号

图书在版编目(CIP)数据

高中分级同步练. 高二数学/郑兴国主编;姜祥刚,唐求,高长军编写. —武汉:
湖北教育出版社, 2004

ISBN 7 - 5351 - 3942 - 6

I. 高… II. ①郑…②姜…③唐…④高… III. 数学课—高中—习题
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 077376 号

出版 发行:湖北教育出版社
网 址:<http://www.hbedup.com>

武汉市青年路 277 号
邮编:430015 电话:027 - 83619605

经 销:新 华 书 店
印 刷:通山县印刷厂
开 本:787mm × 1092mm 1/16
版 次:2004 年 8 月第 1 版
字 数:275 千字

(437600 · 通山县通羊镇南市路 165 号)
10 印张
2004 年 8 月第 1 次印刷
印数:1 - 8 000

ISBN 7 - 5351 - 3942 - 6/G · 3249

定价:13.50 元

如印刷、装订影响阅读,承印厂为你调换

前言

部颁的高中“新课标”、“新教材”启动后,国家及各省均组织了部分知名的重点高中的骨干教师进行培训,学习领会“新课标”、“新教材”的理念和精髓,科学地指导教学实践。湖北教育出版社特邀华中地区使用“新课标”、“新教材”最早。经实践总结又卓有成效的部分重点高中的知名专家,经过近两年的策划、学习、交流,汇编成了这套“高中分级同步练”丛书,分为高中一、二、三年级,语文、数学、英语、物理、化学、生物六科共18本。在编写的过程中,除强调本学科的重点、难点、特点外,各科均遵循统一的宗旨:吸取“新课标”的理念,明确目标,掌握“新教材”的内容体系,知识脉络,立新之处,及其内涵外延。倾各专家之长精心打造,望能赢得读者欢迎,成为与新教材同步的助学精品。

在编写过程中,我们争取各科各册均能体现以下特点:

一、节节同步基础练:紧扣教材,同步练习。旨在夯实基础。万丈高楼平地起。各科的基础知识,是综合素质和能力的提高之源。强调同步,明确基础,在编写进程中,节节同步练的题目争取涵盖全面不遗漏,突出重点有层次,突破难点有坡度,强调由“知识立意”转化为“能力立意”,使节节同步练与新教材达到有机融合。

二、阅读拓宽创新练:文理各科均有阅读材料,理科还有家庭实验、社会调查、最新科技信息。这些鲜活的阅读教材,充分体现了标新立异内容。以理科为例,就反映出了当今世界的新科技、新发明、新工艺、新材料的最新成果。这些新内容,无疑拓宽了学生的知识视野,大大激发了学生的学习兴趣,激励学生探究知识的积极性和主动性。但是,这些新内容,缺乏现存的足量的参考辅导资料,编写有难度,我们特邀这些专家,历经两年的辛劳,收集、整理编写了与阅读教材有机衔接的“创新练”的习题,这些习题突出“新、巧、活、实”的特点,展示了社会的热点、焦点、新科技、新发明的亮点,给人以智慧和动力,让学生立志成才,做勇攀科技高峰的尖兵。

三、章节过关应试练:把平时各种类型的考试当作高考实践来练,以提高“考商”,是本内容的灵魂。要把每节的重点难点,常见的错点、漏点,高考的热点、亮点,教师有心点拨的巧点,均要融进一套套的试题中,不仅内容丰富,信息量大,更突出综合性、灵活性、实用性,从而培养学生严谨思维、敏捷审题、迅速解题的综合素质。

四、为了省时省力,为了让学生自测自评,教师检测考评,各科各题均做到:难度小的直接给答案,难度适中的有提示,难度偏大的有解析过程,少数难而巧的题目还有一题多解,目的是使习题例题化,使学生习惯的聚焦思维引向发散思维,让思维过程得到飞跃和升华。

参加编写的还有谌雪华、魏少波、易重发、夏莹娇、崔友红、杨昆龙、董令华、邹晔、张道灿、尹习勤、张均安、雷文发等。

尽管这套丛书历经两年策划编写,精雕细刻,毕竟是“新课标”、“新教材”的探索之作,加之水平有限、实践不足、时间仓促、错漏难免,恳请读者斧正,日后再版,日臻完善。

编者

2004年8月

目 录

第六章 不等式	1
第一节 不等式的性质	1
第二节 算术平均数与几何平均数	3
第三节 不等式的证明	5
第四节 不等式的解法举例	7
第五节 含有绝对值的不等式	9
单元测试	11
第七章 直线和圆的方程	13
第一节 直线的倾斜角和斜率	13
第二节 直线的方程	15
小单元测试(一)	17
第三节 两条直线的位置关系	19
小单元测试(二)	21
小单元测试(三)	23
第四节 简单的线性规划	25
第五节 研究性课题与实习作业: 线性规划的实际应用	27
第六节 曲线和方程	29
小单元测试(四)	31
第七节 圆的方程	33
小单元测试(五)	35
单元测试	37
第八章 圆锥曲线方程	39
第一节 椭圆及其标准方程	39
第二节 椭圆的几何性质	41
小单元测试(一)	43
小单元测试(二)	45
第三节 双曲线及其标准方程	47
第四节 双曲线的简单几何性质	49
小单元测试(三)	51
小单元测试(四)	53
第五节 抛物线及其标准方程	55
第六节 抛物线的几何性质	57
小单元测试(五)	59
小单元测试(六)	61
单元测试(一)	63
单元测试(二)	65
第九章 直线、平面、简单几何体	67

第一节 平面的基本性质	67
第二节 空间的平行直线与异面直线	69
第三节 直线和平面平行与平面和平面平行	71
第四节 直线和平面垂直	73
小单元测试(一)	75
小单元测试(二)	77
第五节 空间向量及其运算	79
第六节 空间向量的坐标运算	81
第七节 直线和平面所成的角与二面角	83
第八节 距离	85
小单元测试(三)	87
小单元测试(四)	89
第九节 棱柱与棱锥	91
第十节 研究性课题:多面体欧拉定理的发现	93
第十一节 球	95
小单元测试(五)	97
小单元测试(六)	99
单元测试(一)	101
单元测试(二)	103
第十章 排列、组合和概率	105
第一节 分类计数原理与分步计数原理	105
第二节 排列	107
第三节 组合	109
小单元测试(一)	111
小单元测试(二)	113
第四节 二项式定理	115
第五节 随机事件的概率(一)	117
第五节 随机事件的概率(二)	119
第六节 互斥事件有一个发生的概率(一) ...	121
第六节 互斥事件有一个发生的概率(二) ...	123
第七节 相互独立事件同时发生的概率(一)	125
第七节 相互独立事件同时发生的概率(二)	127
单元测试	129
参考答案	131

第六章 不等式

第一节 不等式的性质

节节同步基础练

高二数学

一、选择题

- 已知 $a+b>0$, $b<0$, 那么 a 、 b 、 $-a$ 、 $-b$ 的大小关系是()
 A. $a>b>-b>-a$ B. $a>-b>-a>b$
 C. $a>-b>b>-a$ D. $a>b>-a>-b$
- 若 $ac>bd$, 且 $a>b>0$, 则 c 、 d 的大小关系是()
 A. $c>d>0$ B. $c>0>d$
 C. $c<d<0$ D. 不能确定
- 在所给的四个条件: ① $b>0>a$; ② $0>a>b$; ③ $a>0>b$; ④ $a>b>0$ 中, 能推出 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ 成立的有()
 A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个
- 若 $a\geq b$, 则()
 A. $(ac)^2\geq(bc)^2$ B. $\frac{a}{c^2}\geq\frac{b}{c^2}$
 C. $ac^2\geq bc^2$ D. $\frac{c^2}{a}\geq\frac{c^2}{b}$
- 若 $-1<a<\beta<1$, 则下列各式中恒成立的是()
 A. $-2<a-\beta<0$ B. $-2<a-\beta<-1$
 C. $-1<a-\beta<0$ D. $-1<a-\beta<1$
- 设 $m+n=1$, 且 $m>n>0$, 则四个数 $\frac{1}{2}$, m , $2mn$, m^2+n^2 中最大的是()
 A. $\frac{1}{2}$ B. m C. $2mn$ D. m^2+n^2
- 已知 a 、 b 、 $m\in\mathbf{R}^*$ (约定 $\mathbf{R}^*=\{\text{正实数}\}$) 则()
 A. $\frac{a}{b}>\frac{a+m}{b+m}$ B. $\frac{a}{b}=\frac{a+m}{b+m}$
 C. $\frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}$ D. $\frac{a}{b}$ 与 $\frac{a+m}{b+m}$ 大小不确定
- 若 $a<b<0$, $d>c>0$, 则下列不等式中错误的是()
 A. $\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$ B. $ad>bc$

C. $a^2>b^2$

D. $a-d<b-c$

- 已知 $0<x<y<a<1$ 则有()
 A. $\log_a(xy)<0$ B. $0<\log_a(xy)<1$
 C. $1<\log_a(xy)<2$ D. $\log_a(xy)>2$
- 若 $a<b<0$, 则下列结论中正确的是()
 A. 不等式 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$ 和 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 均不能成立
 B. 不等式 $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ 和 $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 均不能成立
 C. 不等式 $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$ 和 $(a+\frac{1}{b})^2>(b+\frac{1}{a})^2$ 均不能成立
 D. $\frac{1}{|a|}>\frac{1}{|b|}$ 和 $(a+\frac{1}{b})^2>(b+\frac{1}{a})^2$ 均不能成立

二、填空题

- 若 $d>c$, $a+b=c+d$, $a+d<b+c$, 则 a 、 b 、 c 、 d 的大小关系是_____.
- 在不等式① $x^2+1\leq x^2$; ② $1\geq 0$; ③ $a^2\geq 0$; ④ $a+1<0$; ⑤ $(x-y)^2\geq 0$; ⑥ $x^2+4x+1>0$ 中, 绝对不等式为_____; 条件不等式为_____; 矛盾不等式为_____.
- 如果 $a>b>c>1$, 则 $\sqrt{ab}$ 、 $\sqrt{ac}$ 、 $\sqrt{bc}$ 、 $\sqrt{abc}$ 从小到大的顺序是_____.
- 当 x 取_____值时, $(x^2+1)^2$ 大于 x^4+x^2+1 .

三、解答题

- 已知 $a\geq 1$, 试比较 $\sqrt{a+1}-\sqrt{a}$ 与 $\sqrt{a}-\sqrt{a-1}$ 的大小.

16. 设 $a > b > 0, m > 0, n > 0$ 将 $\frac{b}{a}, \frac{a}{b}, \frac{b+m}{a+m}, \frac{a+n}{b+n}$ 按从小到大的顺序排列.

17. 已知 $f(x) = x^m + x^n (m, n \in \mathbf{N}^*)$, 且 $m > n \geq 1$, 若 $x_1 > 1, x_2 > 1$, 且 $x_1 < x_2$, 求证: $f(x_1) < f(x_2)$.

18. 已知 $0 < a < \frac{1}{2}, A = 1 - a^2, B = 1 + a^2, C = \frac{1}{1-a}, D = \frac{1}{1+a}$, 试比较 A, B, C, D 的大小.

19. 设 $60 < a < 84, 28 < b < 33$, 求 $a+b, a-b$ 及 $\frac{a}{b}$ 的范围.

20. 已知 $f(x) = ax^2 - c$, 且 $-4 \leq f(1) \leq -1, -1 \leq f(2) \leq 5$, 求 $f(3)$ 的取值范围.

第二节 算术平均数与几何平均数

节节同步基础练

高二数学

一、选择题

1. 当 $0 < a < 1$ 时, $F = \sqrt{2}a$, $G = 1 + a$, $H = \frac{1}{1-a}$ 中最大的一个是()
 A. F B. G
 C. H D. 不能确定
2. 已知 $\log_2 a + \log_2 b = 6$, 则 $a + b$ 的最小值是()
 A. $2\sqrt{6}$ B. 6
 C. $8\sqrt{2}$ D. 16
3. 设 $x, y \in \mathbb{R}$, 且 $x + y = 5$, 则 $2^x + 3^y$ 的最小值是()
 A. 10 B. $6\sqrt{3}$
 C. $4\sqrt{6}$ D. $18\sqrt{3}$
4. 对于任意正数 a, b 设 $A = \frac{a+b}{2}$, $G = \sqrt{ab}$, 那么一定有()
 A. $ab \leq AG$ B. $ab \geq AG$
 C. $ab = AG$ D. $ab \neq AG$
5. 若 $a + b = 1$, 则 $\sqrt{2a+1} \cdot \sqrt{2b+1}$ 有可能等于()
 A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. 2
6. 若 $ab < 0$, 则有()
 A. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \leq -2$ B. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq -2$
 C. $\left| \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right| \geq 1$ D. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \leq -1$
7. 已知函数: ① $y = x + \frac{4}{x}$ ($x \neq 0$); ② $y = \cot x + \frac{4}{\cos x}$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$); ③ $y = \frac{1}{3} \left(x^2 + 8x + \frac{8}{x^3} \right)$ ($x > 0$); ④ $y = (1 + \cos x) \left(\frac{1}{2} + 2 \tan x \right)$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$). 其中以 4 为最小值的函数个数是()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
8. 若 $a > b > 1$, $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$, $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$, $R = \lg \left(\frac{a+b}{2} \right)$, 则()
 A. $R < P < Q$ B. $P < Q < R$
 C. $Q < P < R$ D. $P < R < Q$
9. 设 $M = a + \frac{1}{a-2}$ ($2 < a < 3$), $N = x(4\sqrt{3} - 3x)$ ($0 < x < \frac{4\sqrt{3}}{3}$) 则 M 与 N 的大小关系是()
 A. $M = N$ B. $M < N$
 C. $M > N$ D. 以上都不对
10. 设 a, b 是不相等的正数, 则()
 A. $\frac{a+b}{2} < \sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
 B. $\sqrt{ab} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
 C. $\sqrt{ab} < \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \frac{a+b}{2}$
 D. $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} < \sqrt{ab} < \frac{a+b}{2}$

二、填空题

11. 若 $a > 1, b > 1, c > 1$, 则 $\log_a b + \log_b c + \log_c a$ 的最小值为_____.
12. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 函数 $y = x^2(2-x^2)$ 有最_____值, 其值是_____.
13. $y = 1 - x - \frac{4}{x^2}$ ($x > 0$) 的最大值是_____.
14. 已知 $x > 0, y > 0$, 且 $x^2 y = 8$, 则 $2x + 3y$ 的最小值是_____.

三、解答题

15. 在函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 求使 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 取最小值的点.

16. 若 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x+4y=1$, 设 $\frac{4}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值为 P , xy 的最大值为 Q , 试求 $P \cdot Q$.

17. 已知实数 a, b, c 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 求 $ab + bc + ca$ 的最大值与最小值.

18. 设 $a \in \mathbf{R}$, 且 $a > 1$, 求证: $\log_a(a-1) \cdot \log_a(a+1) < 1$.

19. 设 $a > 0$, $a^2 + \frac{b^2}{2} = 1$, 求 $a \sqrt{1+b^2}$ 的最大值.

20. 求 $y = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+2}}$ 的最小值.

第三节 不等式的证明

节节同步基础练

高二数学

一、选择题

- 若 $P=\sqrt{a}+\sqrt{a+7}$, $Q=\sqrt{a+3}+\sqrt{a+4}$ ($a \geq 0$), 则 P 、 Q 的大小关系是()
A. $P < Q$ B. $P = Q$
C. $P > Q$ D. 由 a 的取值确定
- 下列各式中最小值等于 2 的是()
A. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ B. $\frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$
C. $\tan \theta + \cot \theta$ D. $2^x + 2^{-x}$
- 在下列结论中, 错用重要不等式作依据的是()
A. $x, y, z \in \mathbf{R}^+$, 则 $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \geq 3$
B. $\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+1}} \geq 2$
C. $\lg x + \lg_{10} 10 \geq 2$
D. $a \in \mathbf{R}^+$, $(1+a) \cdot (1+\frac{1}{a}) \geq 4$
- 下列不等式在 $a, b \in \mathbf{R}^+$ 时一定成立的是()
A. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
B. $\sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
C. $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
D. $\sqrt{ab} \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq \frac{a+b}{2}$
- 已知 $p=a^2+b^2$, $q=2(a+b-1)$, 则下面说法正确的是()
A. p 恒大于 q
B. 当 $a > 0$ 且 $b > 0$ 时, $p > q$
C. p 与 q 不可能相等
D. 当 a 与 b 不同时等于 1 时, p 大于 q
- 设 a 是三个互异正数 a, b, c 中的最大数, 且 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 则 $a+d$ 与 $b+c$ 的大小关系是()
A. $a+d < b+c$ B. $a+d > b+c$
C. $a+d = b+c$ D. 无法确定
- 已知 a, b 为正数, $a+b+c=1$, 则下面结论正确的

是()

- $ab+bc+ca \geq \frac{1}{3}$ B. $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c} \geq \sqrt{3}$
- $a^2+b^2+c^2 \geq \frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 6\sqrt{3}$
- 若 $a > 0$, $a^2-2ab+c^2=0$, $bc > a^2$, 则()
A. $a > b > c$ B. $b > a > c$
C. $c > b > a$ D. $b > c > a$
- 已知 a, b, x, y 都是正数, 且 a, b 为常数 $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$, 则 $x+y$ 的最小值为()
A. $a+b+2\sqrt{ab}$ B. $(a+b)^2$
C. $2\sqrt{ab}$ D. $4\sqrt{ab}$
- 若 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $\sqrt{x}+\sqrt{y} \leq a$, $\sqrt{xy}$ 恒成立, 则 a 的最小值为()
A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. 1

二、填空题

- 若关于 x 的方程 $x^2-2mx+4x+2m^2-4m-2=0$ 有两个实根, 则两根之积的最大值是_____.
- 若不等式 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$ 成立, 则 a, b 必须而且只需满足的条件是_____.
- 设 $x \in \mathbf{R}^+$, 可得到不等式 $x + \frac{1}{x} \geq 2$, $x + \frac{4}{x^2} = \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + (\frac{2}{x})^2 \geq 3$, 由此可以推广为 $x + \frac{p}{x^n} \geq n+1$, 其中 p 等于_____.
- 若 a, b, c 均大于 1, 则 $\log_a b + \log_b c^2 + \log_c a^4$ 的最小值是_____.

三、解答题

- 求证: $a^4+b^4+c^4 \geq abc(a+b+c)$.

16. 已知 $a > b > c$, $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = 3$, 求证:

$$-\frac{2}{3} < b + c < \frac{1}{2}.$$

17. 已知 $a, b, c, d \in \mathbf{R}^+$, 求证:

$$1 < \frac{a}{a+b+d} + \frac{b}{b+c+a} + \frac{c}{c+d+b} + \frac{d}{d+a+c} < 2.$$

18. 已知 $a \in \mathbf{R}^+$, 求证: $a + \frac{4}{a} + \frac{1}{a + \frac{4}{a}} \geq \frac{17}{4}.$

19. 从边长为 $2a$ 的正方形纸片的四角各减去一小块边长为 x ($0 < x < a$) 的正方形后再折成一个无盖的盒子, 则 x 为何值时, 盒子容积最大? 求容积的最大值.

20. 甲、乙两地相距 s 千米(km), 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不得超过 c 千米/时(km/h). 已知汽车每小时的运输成本(以元为单位)由可变部分和固定部分组成, 可变部分与速度 v (km/h) 的平方成正比, 比例系数 b , 固定部分为 a 元.

- (1) 把全程运输成本 y (元) 表示为速度 v (km/h) 的函数, 并指出这个函数的定义域.
- (2) 为了使全程运输成本最小, 汽车应以多大速度行驶?

第四节 不等式的解法举例

节同步基础练

高二数学

一、选择题

- 关于 x 的不等式 $nx > m$ ($n=0, m<0$) 的解集是 ()
A. $\mathbf{R}$ B. $\emptyset$ C. $x \neq 0$ D. 不确定
- 关于 x 的不等式 $ax^2 + ax + a - 1 < 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, 0) \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$
C. $(-\infty, 0]$ D. $(-\infty, 0] \cup (\frac{4}{3}, +\infty)$
- 不等式 $\frac{1}{x+1}(x-1)(x-2)^2(x-3) < 0$ 的解集是 ()
A. $(-1, 1) \cup (2, 3)$
B. $(-\infty, -1) \cup (1, 3)$
C. $(-\infty, -1) \cup (1, 2) \cup (2, 3)$
D. $\mathbf{R}$
- 与不等式 $\frac{x-5}{4-x} \geq 0$ 同解的不等式是 ()
A. $(x-5)(4-x) \geq 0$ B. $\lg(x-4) \leq 0$
C. $\frac{4-x}{x-5} \geq 0$ D. $\lg(x-5) \geq 0$
- 不等式 $(x-1)\sqrt{x+2} \geq 0$ 的解集是 ()
A. $\{x|x>1\}$ B. $\{x|x \geq 1, \text{ 或 } x=-2\}$
C. $\{x|x \geq 1\}$ D. $\{x|x \geq -2, \text{ 且 } x \neq 1\}$
- 对任意实数 x , 不等式 $|x+1| - |x-2| > k$ 恒成立, 则 k ()
A. $k < 3$ B. $k < -3$
C. $k \leq 3$ D. $k \leq -3$
- 不等式 $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} - 16 > 0$ 的解集是 ()
A. $(-1, 3)$ B. $(-3, 1)$
C. $(3, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
- 如果 $\log_a \frac{3}{8} \leq 1$, 则 a 适合的条件是 ()
A. $0 < a \leq \frac{3}{8}$ B. $a \geq \frac{3}{8}$
C. $\frac{3}{8} \leq a < 1$ D. $0 < a \leq \frac{3}{8}$ 或 $a > 1$
- 设集合 $A = \{x|1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x|x-a < 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 那么实数 a 的取值范围是 ()
A. $(1, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$

C. $(-\infty, 2]$ D. $[1, +\infty)$

- 若 a, b 是正数, 则关于 x 的不等式 $-b < \frac{1}{x} < a$ 的解集是 ()
A. $(-\frac{1}{b}, 0) \cup (0, \frac{1}{a})$
B. $(-\frac{1}{a}, 0) \cup (0, \frac{1}{b})$
C. $(-\infty, -\frac{1}{b}) \cup (\frac{1}{a}, +\infty)$
D. $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{b})$

二、填空题

- 不等式 $\frac{1}{x+1} > \frac{1}{x} + 1$ 的解集是_____.
- 不等式 $x - \frac{1}{x} < 2$ 的解集是_____.
- 不等式 $(k+1)x^2 - (3k+1)x + 2 > 0$ 对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都成立, 则 k 的取值范围是_____.
- 关于 x 的不等式 $\frac{ax}{x-1} < 1$ 的解集是 $\{x|x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, 则实数 $a =$ _____.

三、解答题

- 解关于 x 的不等式: $\frac{x}{x-1} < 1-a$.

16. 解不等式: $x-5+\frac{9}{x+1}<\frac{(3-x)^3(x-2)^2}{x+1}$.

19. 设不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 $\{x|0<a<x<\beta\}$ 试用 α, β 表示 $cx^2-bx+a>0$ 的解集.

17. 若关于 x 的不等式 $\sqrt{x}>ax+\frac{3}{2}$ 的解集为 $\{x|4<x<m\}$, 求实数 a, m 的值.

20. 求不等式

$$\frac{(x^2+1)\cos\theta-x(\cos\theta-5)+3}{x^2-x+1}>\sin\theta-1$$

对一切实数 x 都成立的 θ 的取值范围.

18. 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x+(2a-3b)<0$ 的解集是 $(-\infty, -\frac{1}{3})$, 求关于 x 的不等式 $(a-3b)x+(b-2a)>0$ 的解集.

第五节 含有绝对值的不等式

节节同步基础练

高二数学

一、选择题

1. $|x| \leq 2$ 的必要但不充分条件是()
 A. $|x+1| \leq 3$ B. $|x+1| \leq 2$
 C. $|x+1| \leq 1$ D. $|x-1| \leq 1$
2. 不等式 $|3x-12| \leq 9$ 的整数解的个数是()
 A. 7 B. 6 C. 5 D. 4
3. 不等式 $|x-4| + |x-2| < a$ 有实数解的充要条件是()
 A. $a > 6$ B. $2 < a < 6$
 C. $a < 2$ D. $a \geq 2$
4. 若实数 a, b, c 满足 $|a-c| < |b|$, 则下列不等式成立的是()
 A. $|a| > |b| - |c|$ B. $|a| < |b| + |c|$
 C. $a > c - b$ D. $a < b + c$
5. $a, b, c \in \mathbf{R}$, $|a-c| < b$, 则()
 A. $a < b + c$ B. $a > c - b$
 C. $|a| > |b| - |c|$ D. $|a| < |b| + |c|$
6. 若 $x < y < 0$, $P = |x|$, $Q = |y|$, $R = \frac{1}{2}|x+y|$, $S = \sqrt{xy}$, 则它们的大小关系是()
 A. $Q < S < R < P$ B. $P < S < R < Q$
 C. $P < R < S < Q$ D. $S < Q < R < P$
7. 设集合 $M = \{x | |x-1| \leq 3\}$, $N = \{x | x \geq -2, \text{ 或 } x \leq 4\}$, 则()
 A. $M \subsetneq N$ B. $M \supsetneq N$
 C. $M = N$ D. 以上都不对
8. 不等式 $|x-1| + |x+2| < 5$ 的解集是()
 A. $\{x | -3 < x < 2\}$ B. $\{x | -1 < x < 2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 1\}$ D. $\{x | -\frac{3}{2} < x < \frac{7}{2}\}$
9. 下列不等式有实数解的是()
 A. $x^2 + (x-1)^2 \leq 0$
 B. $\frac{x^2+4}{|x|} < 4$
 C. $|x^2 - x + 1| \leq x^2 - x + 1$
 D. $|x-5| + |2-x| < 3$
10. 若不等式 $|x-2| - |x+3| < a$ 的解集是 $\emptyset$, 则实数 a 的取值范围是()
 A. $(-5, +\infty)$ B. $[-5, +\infty)$

C. $(-\infty, -5)$

D. $(-\infty, -5]$

二、填空题

11. 不等式 $3 \leq |x^2 - 1| \leq 8$ 的解集是_____.
12. 不等式 $|x^2 + x - 2| < x$ 的解集是_____.
13. 不等式 $|x-1| + |x-10| < 2$ 的解集是_____.
14. 不等式 $|x-1| + |x+1| < 5$ 的解集是_____.

三、解答题

15. 解不等式: $|2x+3| - |4x-3| \geq 0$.

16. 解不等式: $|x| + |x-2| \leq x$.

17. 解不等式: $|x^2 - x| < \frac{1}{2}x$.

18. 解不等式: $|3x - 4| > 1 - 2x$.

19. 已知 $a < b < c$, 求函数 $f(x) = |x - a| + |x - b| + |x - c|$ 的最小值.

20. 已知 a, b, c, d 都是实数, 且 $a^2 + b^2 = 1, c^2 + d^2 = 1$, 求证 $|ac + bd| \leq 1$.

单元测试

章节过关应试题

高二数学

一、选择题

- 已知 $0 < a < b < 1$, 则下列不等式成立的是()
A. $a^a < b^b$ B. $b^a < a^b$
C. $a^a < a^b$ D. $b^b < a^b$
- 下列不等式中与不等式 $\frac{x-3}{2-x} \geq 0$ 同解的是()
A. $(x-3)(2-x) \geq 0$
B. $a^{(x-3)(x-2)} > 1$ ($0 < a < 1$)
C. $\sqrt{\frac{2-x}{x-3}} \geq 0$
D. $\log_a(x-2) \leq 0$ ($a > 1$)
- 已知集合 $A = \{x | \frac{x+3}{x-1} \leq 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 3 \leq 0\}$, $C = \{x | (\frac{1}{2})^{x^2+2x+3} \geq 1\}$, 则有()
A. $A=B=C$ B. $A=C \subseteq B$
C. $A \subseteq B \subseteq C$ D. $A \subseteq C = B$
- 如果不等式 $x(x-a+1) > a$ 的解集为 $\{x | x < -1$ 或 $x > a\}$, 则实数 a 的取值范围是()
A. $a > -1$ B. a 为一切实数
C. $a < 0$ D. $a < -1$
- a 是实数 $2x, 2y$ 的等差中项, $\sqrt{|a|}$ 是 x, y 的等比中项, 则 a 的取值范围是()
A. $(0, 4]$
B. $(-\infty, 0) \cup (0, 4]$
C. $(-4, 0) \cup (0, 4]$
D. $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$
- 若 $a-1 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq a$ 的解集是 $\{x | \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}\}$, 则 a 的值是()
A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 3 D. 4
- 设 $U = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | \lg(x+1) \leq 0\}$, 则 $C_U M$ 等于()
A. $(-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$
B. $(-\infty, 0]$
C. $(-\infty, -1) \cup [0, +\infty)$
D. $(-\infty, 0)$
- 若函数 $y = \lg[1 + \log_{\frac{1}{2}}(1 + \log_2 x)]$ 的值域为 $\mathbb{R}^+$, 则其定义域为()
A. $\mathbb{R}^+$ B. $(1, +\infty)$
C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(\frac{1}{2}, 1)$
- 如果 $a > b > c$, 则有()
A. $|a| > |b| > |c|$ B. $|a| < |b| < |c|$
C. $|a-c| > |c-b|$ D. $|a+b| > |b+c|$
- 当 $x \geq 0$ 时, 不等式 $(5-a)x^2 - 6x + a + 5 > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是()
A. $(-\infty, -4)$ B. $(-4, 4)$
C. $[10, +\infty)$ D. $(1, 10]$
- 设实数 x, y 满足 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$
- 设 $2\log_x y + 2\log_y x - 5 = 0$, 则 $x^2 - 2y^2$ 有()
A. 最大值 $\frac{1}{8}$
B. 最小值 -1
C. 最大值 $\frac{1}{8}$, 最小值 -1
D. 以上答案都不对

二、填空题

- 不等式 $\frac{x+a}{x^2+4x+3} \geq 0$ 的解集为 $\{x | x \geq 2, \text{ 或 } -3 < x < -1\}$, 则实数 a 的值为_____.
- 设不等式组 $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0, \\ x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases}$ 的解集是 M , 不等式 $2x^2 - 9x + a < 0$ 的解集是 N , 若 $M \subseteq N$, 则实数 a 的取值范围是_____.
- 已知 $a, b, c \in \mathbb{R}^+$, $a+b+c=1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 的最小值是_____.
- 设 $x > 0$, 则函数 $y = \frac{4}{x} + x^2$, 当 $x =$ _____ 时, 有最小值_____.

三、解答题

17. 解不等式组
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ \frac{x+3}{x-1} > 2 \end{cases}$$

18. 解关于 x 的不等式 $\frac{a(x-1)}{x-2} > 1 (a > 0)$.

19. 设 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x+y=1$, 求证:

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) \geq 9.$$

20. 设计一幅宣传画, 要求画面面积为 4840cm^2 , 画面的宽与高的比为 $\lambda (\lambda < 1)$, 画面的上、下各留 8cm 空白, 左、右各留 5cm 的空白, 怎样确定画面的高与宽尺寸, 能使宣传画所用纸张面积最小?

21. 已知函数 $f(x) = \lg x (x \in \mathbf{R}^+)$, 若 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}^+$, 判断 $\frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 与 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$ 的大小并加以证明.

22. 已知关于 x 的方程 $\log_a(x-3) = 1 + \log_a(x+2) + \log_a(x-1)$ 有实根, 求实数 a 的取值范围.