

開明中學講義

開明算術講義

劉薰宇編

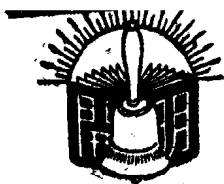


開明函授學校出版
開明書店印行

開明中學講義

開明算術講義

劉薰宇編



開明函授學校出版
開明書店印行

開明算術講義

二十四年十月初版 三十八年四月九版

每冊定價一・一五

編著者 劉薰宇

發行者 上海福州路
開明書店
代表人 范洗人

印刷者 開明書店

有著作權 不准翻印

(129 P.) W

開

內政部著作權註冊執照警字第六六〇八號

編輯例言

- 一. 本講義爲初級中學程度，以適合自學自修爲目標而編輯，亦可以供在校學生作課外自習之用。
- 二. 本講義取材範圍根據部定中學課程標準。
- 三. 本講義爲適合自學起見，行文講釋力求詳細明白，但亦不陷於累墜嚙嚙，以要言不煩爲主旨。讀者對於書中所言，必須一一體會，不厭反覆求詳，勵行復習其效乃見。
- 四. 本講義設題雖未見多，但均極精要。演題乃學算進步必經之階程，讀者必須實事求是，逐題親自演算，否則進步難見；空讀講義，實屬徒勞無功。
- 五. 爲學貴有恆心，自學尤屬必要，算學一科向被視爲乾燥無味，但能用心精進，則其中自有妙味，讀者應於此中發見學習趣味，則自然樂於學習，不患不成矣。
- 六. 本講義雖算術、代數、幾何各訂分冊，但有一貫之索線，須按步就班，循序漸進。
- 七. 本講義所附小註說明，乃算學中最精警之語，幸勿忽視，如能善於體會，不難升堂入室，爲進而修學高等算學之基礎。
- 八. 本講義因篇幅關係，說明容有未盡詳明，取材容有疎漏，幸海內明達有以教正之。

開明青年叢書

中學各科學習方法 夏丏尊等 著 九〇

中學各科教本往往不講到各科的學習方法，編者的人這樣想：若把教材逐步容受下去，學習方法自然也會逐步解悟。其實先懂得方法，像走路一樣，先打聽明白沿途情形，免得多耗時間，多走冤枉路，到底更爲有益的事。因此，讀者如果把本書展讀一過，有如聽諸位先生的聯合演講，若再與教本會面，便有左右逢源之樂，而各科學習的能力，亦將平均進展。本書執筆的諸位先生都是專家，而且又是富有經驗的教師。全書共計十篇，約有十餘萬字。

怎樣學習

陳瘦石譯 〇・五〇

著者哈爾先生在曼徹斯特廣播電台演講注意集中的方法後，參考補充，編成講義，向曼徹斯特大學的新生作有系統的演講。講稿幾經增刪，方才出版，就是這本怎樣學習。目的在使青年節省學習的精力，獲得有效的結果。得此一書，無異於航海家之得一羅盤。

怎樣利用圖書館

洪煥椿著 〇・八五

誰都知道圖書館是知識的寶庫，可是關於圖書館的知識，知道的人卻並不多。本書的目的就是想把這方面的知識介紹給大家。所以它可以說是給大家去打開圖書館寶藏用的一把鎖匙。有了它，我們不但不會在走進圖書館時有那種茫茫然的感覺，而且還可以儘量的去享受，去掘發那些可貴的知識的寶藏。

開明書店印行

以上各書定價均照開業規定數發售

目 錄

第一章 緒 論

第一節	學習算術上的若干注意	1
第二節	數與量	7

第二章 整數及小數的基本四法

第一節	加法	14
第二節	減法	18
第三節	加法減法的簡捷算法	23
第四節	乘法	26
第五節	除法	31
第六節	乘法除法的簡捷算法	36
第七節	計算次序及括號	43

第三章 複 名 數

第一節	度量衡	49
第二節	貨幣,時間,角度	56
第三節	複名數加減乘除	60
第四節	面積,體積	67

第四章 應用題解法

第一	平均問題算法	79
第二	歸一算法	81

第三	還元算法	83
第四	栽植算法	85
第五	和差算法	86
第六	行程算法	89
第七	流水算法	91
第八	全部通過算法	92
第九	年齡算法	94
第十	龜鶴算法	95
第十一	過不足問題算法	97
第十二	其他的問題	98

✱ 第五章 整數的性質

第一節	約數及倍數	105
第二節	幾個特殊數的倍數	108
第三節	九減法	111
第四節	質數及因數分解	114
第五節	最大公約數	122
第六節	最小公倍數	127
第七節	應用問題	131

✱ 第六章 分 數

第一節	通分與約分	135
第二節	分數的四則	140
第三節	繁分數	147
第四節	循環小數	148
第五節	應用問題	156

✱ 第七章 比及比例

第一節 比	163
第二節 比例	167
第三節 複比例	174
第四節 比及比例的應用	178

✱ 第八章 成數算法

第一 成數和比的關係	193
第二 百分法	194
第三 成數算法	194
第四 母子和與母子差	196
第五 賺賠	198
第六 佣金	199
第七 折扣	200
第八 百分法的其他應用	201

， 第九章 利息算

第一節 單利	204
第二節 複利	211
第三節 利息算的應用	218

✱ 第十章 開方

第一節 開平方	223
第二節 開立方	229

第十一章 近似值與省略算法

一 近似值	238
二 省略算法	240

第一章 緒論

第一節 學習算術上的若干注意

算學在各學科中，自古就占有很重要的位置，到了近代物質文明發達之後，牠的地位，更加增高，一切自然科學，都要把算學作為根基，方能成為一種嚴密純正的科學，社會科學方面，也很有借重算學的趨勢，即哲學心理等所謂精神科學，最近也頗採用算學的理論和方法，所以算學差不多成了一切科學的基礎了。這固然因為近代的算學有了很大的進步之故，而算學的理論的正確和嚴密，也不失是一個重要的原因。

關於一般的算學的理論，我們現在且不談，我們先就目前所要學習的頂淺近，頂初步的算術來看一看。第一牠是算學的基本，算術中所講述的，雖則不外乎加減乘除四法的計算及其應用，而這四法卻是一切算學的根源。

其次，算術中所講述的，是普通日常生活所必需的知識，那些計算，是每人所必要的。一個人無論從事於何種職業，總脫離不了那種計算的。而且近代生存競爭愈演愈劇，經濟的戰爭，愈加複雜，精密而複雜的計算，更加是必要了。算術就是供給此種知識，並且加以熟練，使得將來可以應付社會上種種的問題。

其次，對於思想的陶冶，也很有功效，這並不限於算術，凡

算術和算學

算術是算學中的一科目，而且是頂淺近的科目，算學所包括的範圍很大，科目很多。普通分初等算學與高等算學。算術，代數，幾何，三角等為初等算學，解析幾何，微分，積分，微分方程式等為高等算學。

是算學均有此種功效的；因為算學的理論很嚴密，學習算學，思考非十分周密正確不可，因此便可以養成你一副清楚明敏的頭腦，這是很重大的功用。至於其他對於你升學的幫助，對於你增進地位的幫助等，還算不了什麼事。

但是常常有人說，算學是使人頭痛的學科，算術是討厭的東西，倘使果真如此，那有點為難了。可是算學的所以被人視為畏途，卻不一定由於牠本身的過失，教授者不得其法，學習者不得其法，都是重大的原因。所以倘使你懂了學習算學的方法，對於算學便不難發生興味，而算學給你的不會是頭痛而當是欣喜了。

那麼，學習算學的方法，是怎樣的呢？這也沒有什麼特別的祕訣，頂要緊的你先要理會算學的性質，算學是重嚴密，貴正確的，所以你先得對於嚴密和正確方面致力，第一對於一個名詞，即術語的意義，要徹底了解；第二對於每一種算法的意義和方法，要根本弄清楚。前者是概念的把握，後者是方法的理解。這二者若能做到了，你對算學的學習已可算是入門了。

以上所說的是關於一般的算學的話，現在再來講一點算術的學習法。其實講起來根本的原理仍不外乎上述二點，不過我們在這裏講得更仔細一點具體一點。

算術的效力

1. 熟習日常應用諸計算。
2. 獲得生活上必要的有益知識。
3. 涵養嚴密正確的思考力。

學習算學的祕訣

1. 學習算學的根本在貴正確。
2. 嚴密的思考，是算學上進步的關鍵。
3. 對於解答問題感着興味，是算學成功的祕訣。
4. 理解術語的意義，明瞭計算的方法是算學升堂入室的大路。

1. 須充分理解根本的法則與問題且反覆練習 整數小數，分數的加減乘除四法，在小學中已經學習過的，所以不至於做不出來。但是可也有做不出，做錯，做不快等等的毛病。凡是計算，一定要做得不錯，而且快速，方才可以有進步之望。加減乘除是算術中一切算法的基礎，尤其不可忽略。所以對於問題，應當反覆練習，算得溜熟。在這講義中，因為篇幅的關係，不能多設問題，所以對於問題，不要算出了就算完事，須得多算幾遍，弄得很熟方好。而且這裏的題目，都選了根本的，重要的；做熟了一個，別的此地所不舉的，也可以迎刃而解，所以更加有熟習之必要。俗語說，“熟能生巧”，這是一句從經驗中得來的話，希望大家不要忘記。

要使加減乘除的計算，迅速而且正確，心算的練習，是不可少的。心算熟練了之後，筆算的加減乘除，自然也精熟了。因為各種算法，脫不了加減乘除這基本四法，而此四法的各個，再分開來看，也就成了各個數字的計算。例如 $123+456+789$ 的計算，分開來便是 $3+6+9$ ，和 $2+5+8$ ，和 $1+4+7$ 的基數的計算而已。所以把四法的心算習練熟了，是有很大幫助的。

各種術語及算法的意義須得辨別清楚。譬如什麼叫分數？什麼叫百分比？乘上一個小數是什麼意思？用分數去除是要怎樣的？這一類的術語的概念和計算法則，要記牢，而且弄得清楚，方可以應用自如。凡是算術上的應用問題做不出，都因為不會把算術中各事項的根本概念弄清楚之故。倘使對於術語及

【注意】理解術語的意義和明瞭計算的方法，是很重要的。但僅有理解是不夠的，記憶也很重要，因每當應用時，必須其立時能在腦中浮起，方可指揮如意，得心應手。所以在最初時，應下一番苦功去記熟；有了理解的記憶，與硬記不同，當較有興味。多做問題，為練習記憶與整理思路的一大妙法。不過要知道，在記憶之前，一定得理解，否則變成硬記，便有食而不化，不能應用之病。

算法有了明白的理解，那麼即使不勉強記牢死板板的法子，也可以自己想出方法來計算的。

上面已說過“熟能生巧”，練習問題最能幫助整理及記憶書本中的知識，所以須要勤勉。即使做不出的問題，也須苦苦思索，以求其解，當你經了苦苦的思索而做出了時，那種欣歡也是很大的。切不可一遭到困難，就去請教別人。因為思想是由鍛鍊而益精熟，你若偷巧，不肯用心，便要不能進步的。關於應用問題，更加須要留心，因為那更加要求你的思索。須得用自己一人的力去衝破難關。自然，果真千思萬慮想不出來而請教別人，那也是無法可想的事，但是你倘使留心下面所述的問題解法，對於無論怎樣的問題，總會慢慢地想得出來的。

2. 計算問題的練習 計算在算術是很重要的工作，算術的目的差不多就在計算的精確和迅速，所以練習是不可少的。關於練習方面，很有要注意的地方，現在記在下面。

A. 算式，演草，答數，說明，須要寫在一定的地位上，而且寫得很清楚，那麼看去可以一目了然。

B. 數字的大小，距離，間隔等，也要有一定。

C. 覆核二三回，或行還原的檢查。

其次，迅速也是很必要的，而要養成迅速的技能，除多作練習外，沒有別法，所以對於本講義的課題，須一一演習，再好還得演習別的題目作為補充。

理解的重要

算術是計算的學科，所以一切事項，總是歸結於計算，而頂重要的也是在計算。但不可因此就以爲只要能做機械的計算就完事。往往有人食而不化地硬記牢死板板的計算方法，而不理會其中的意義，以至問題的觀點一變，便弄到手足無措，一點也做不出來，這是很不好的。明白計算的理路，比記牢計算的方法重要，方法忘卻了還可以自出心裁去想方法出來計算，所以我說理解比之機械的計算更加重要。

往往有人以為計算問題，不過是機械的工作，沒有什麼多練習的必要。其實不然，計算雖是機械的工作，但因有必要，所以非練習不行。世間實際事情，很有許多要求計算的，小至一家的柴米油鹽的零用賬，大至一國財政的歲入歲出，沒有一項不是計算，那可以因為是機械的工作而排斥之。而且對於數字本身感到興味也是一件美事，有許多的統計人員，差不多天天在數字中討生活，可知計算是無法避免的，因而有熟練的必要。

3. 應用問題解法要訣 學習算術的每逢碰到了一個難題目，便要手足無措地不知從那裏下手，不知道着眼在什麼地方，取怎樣的一種方法。完全像黑暗中摸索一般瞎衝，甚至於還有去硬湊答數的，那無論如何做不對，做不好的。解題的第一要點，要先定一觀點，根據了這一個觀點，一步步推測下去，以求答數。這觀點當然因了問題而不同，不可一概而論，也不是有一定的方法，但思考的大體的順序卻是有的。現在把這解問題的思考的順序寫在下面，照這樣去思索問題的解答，大概可以不致於迷路，這也可以說是解應用問題的要訣。

A. 認清題意 做題目的人，往往有只看了題目的一半，就動手做了，以為這樣是可以達迅速的目的，那是大錯的。做題目時，至少先得把題目仔細看二三遍，認清題目的意思，題目所求的是什麼，已知的是什麼。

B. 立算式 明白了題目中的已知的和所求的，再仔細想想，如何可以用已知的算出那個所求的來，於是立一個式子。切不可在未立算式以前就亂算。

C. 演算 算式已立，須要迅速而正確地把其結果算出。

D. 檢驗 答數算出之後，再把問題看一遍，檢驗答數是否合於題目。往往有人一點也不覺到題目中所求的是日數而算出了人數來的錯誤。而且計算也許有錯誤，所以有再核一遍的

必要。

倘使能照上面所講的一一做去，一定可漸漸得着進步，進步了便可感到興味，感到了興味學習益加起勁，結果便是更加的進步。所以第一要着，是在於誠心誠意地學，一步也不可取巧偷懶。

4. 創造問題 照上面所講的去對付各種問題，如能用心練習，必能達處置裕如之境。現在要說更進一步的自己去創造問題，尋出問題來。這樣就可說算術的功效已到了最上的程度了。世間的萬事萬物中間，常有數量的關係潛伏着，對於日常瑣事，倘使下細心的觀察，必定有許多未知之點可以發見。而其中有數量的關係的，便可視為算術的問題，而加以演算，以求其解決。最淺近的如物品的買賣，常是一種很簡易的算術題，而商業上物品的交易，常常附帶了如水腳利潤蝕耗等等，會變成極複雜的題目。所以只要能看得清楚，世間便有不少的題目可供你計算的。

有些問題，不是這簡單的算術方法所能解決，你尋到了這樣的問題，便知算術之力，是不夠的，於是就生了更求高深學問的思想，那是一個很好的求學的動機。這樣因實際的需要而去學習，一定有很大的功效，對於學問便會感到興趣。學問的進步，往往由這種需要逼成的。

我們將在下面講述算術的各種方法，希望大家都能依照了上述的法則用心去學習，那麼，自然漸漸會有進步，會感興趣，見了算學這一門功課，從此不再頭痛了。

問學習算術的方法？

- 答：
1. 多做題目，練習心算。
 2. 明白術語及算法的意義。
 3. 以嚴格的精神，不許絲毫有誤。
 4. 解問題時，先抓住題目的要點而行理論的思考。

第二節 數與量

1. 命數法 1, 2, 3, ……這些由若干個 1 聚集起來的數，叫做自然數。自然數和後面所說的 0 合起來，總稱為整數。

從 1 起，順次增加 1 的數為 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9，這九個數叫做基數。基數就是基本的數。

9 再加 1，成 10，10 是 1 的十倍。我們從這裏起，每十倍給一個名稱。

一的十倍叫十，十的十倍叫百，百的十倍叫千，千的十倍叫萬，萬的萬倍叫億，億的萬倍叫兆。

現在把自十以上每十倍的數的名稱，連一自右而左寫在下面。

兆，千 百 十 億，千 百 十 萬，千，百，十，個。
億，億，億 萬，萬，萬

這一種數的名目，通稱為自然數的位，依次叫做個位（通稱個位，或單位），十位，百位……。個位即是下面所說的單位之意。

從百以上的位的數只有一個時，大都是叫着一百，一千，……

命數法是給數以名稱之法

從一起每十倍，給數定一個位的名稱，使牠進了一位叫十進法。這是一種便利的命數法。從前古代人，也有不用十進法，而用五進，十二進，二十進的，計算上很不方便，現在都淘汰了。

中國舊來定位的名稱，有大小二法，大法即上面所記的萬萬為億之法，小法是十萬為億，十億為兆，今自右而左記各位之名稱於次：

垓，京，兆，億，萬，千，百，十，個。

這些也是每位十進的，普通說中國人口四萬萬，也說四百兆，這兆是用此地所說的小法的。此法現在已經很少人使用了，近教育部依中華書局之請求而通令廢止萬以上的億兆等名稱，改稱億為萬萬，兆為萬萬萬，未免萬字太多了。

九千六百五十三

記作 9653

十二萬八千三百十五

記作 128315

當一個位上是空缺時，記上個 0，譬如八十這個數，個位的沒有，而十位是 8，所以記作 80，

二千零六十

記作 2060

十五億零六千四百

記作 1500006400

中國的文字記法，大都是直行的，所以在公署，銀行，商店中，也有用了中國字，把數目直行記載的。

如把

30,765	}	記作	一七、六五四、三二一
809,437			八五〇三
56,720			六九〇
428			四七四七
17,654,321			一八〇七五

上面的每隔三位加一逗點，是從西洋抄來的方法，因為他們的命數法，又是每隔三位一進，給一個名稱，這逗點是為一看就知道其數的位，為讀數便利計而加上的。但中國的命數法，是

在重要的文書賬冊上，數字往往用特別複雜的寫法，如用壹貳叁肆伍陸柒捌玖拾佰仟以代一二三四五六七八九十百千等，那是為防備收竄之故，現在每遍關於銀錢的數目，常用此等難寫的字。

中國命數法中，十進之外又是萬進的，萬萬為億，萬億為兆，而西洋則十進之外是千進的，所以每隔三位加以標點，便容易知道數的位，這在中國不但無用，反而不方便。

讀數目時，凡所缺之位在中間，則零字須讀出，如 107 為一百零七，20857，二萬零八百五十七，但所缺為最後之若干位則不讀出，如 50 非五十零而為五十，250000 非二百五十零萬零零零零而為二百五十萬。