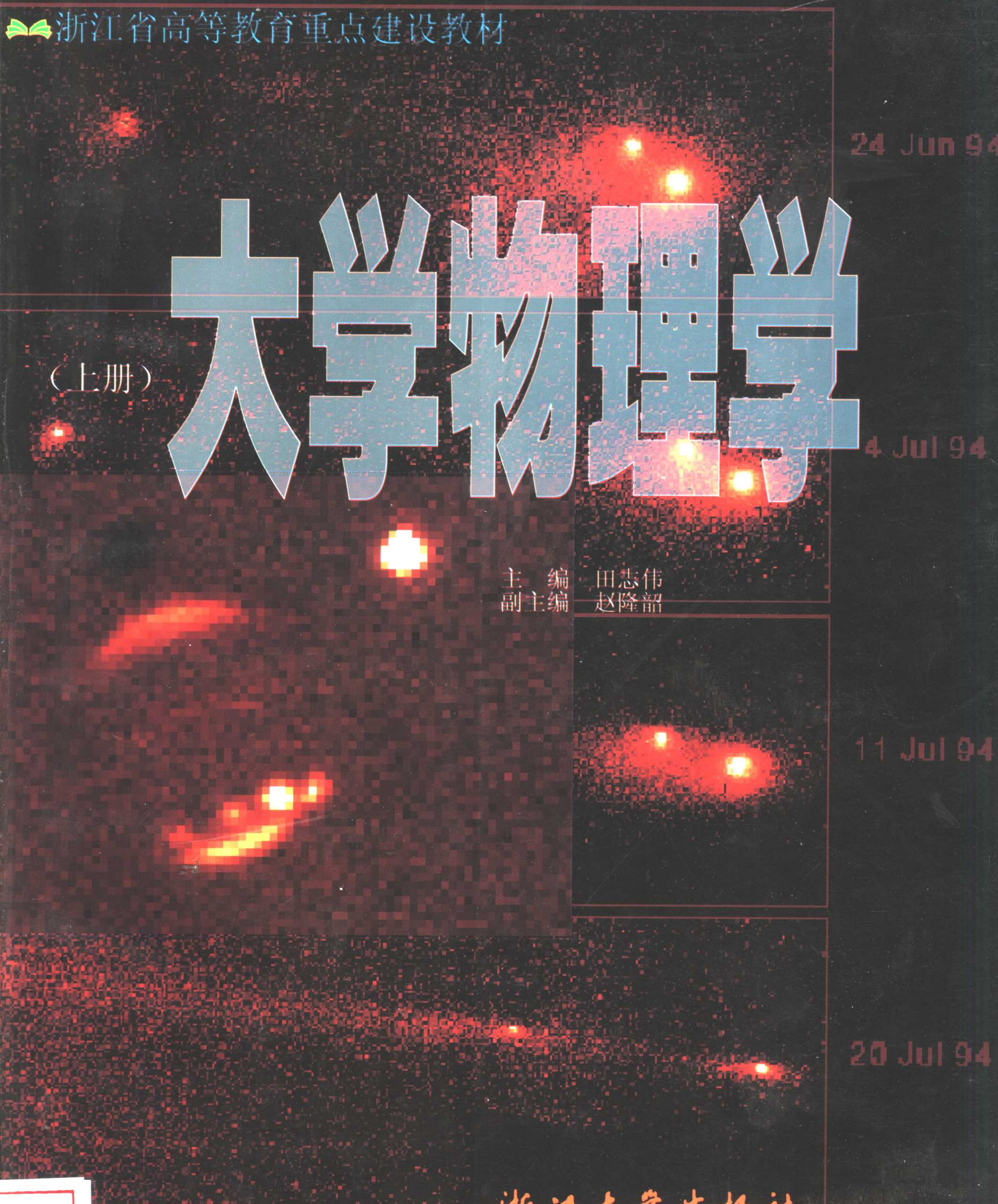
浙江省高等教育重点建设教材

大学物理学

（上册）



主　编　田志伟
副主编　赵隆韶

浙江大学出版社

浙江省高等教育重点建设教材

大学物理学

（上　册）

主　编　田志伟
副主编　赵隆韶

浙江大學出版社

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学／田志伟主编．—杭州：浙江大学出版社，1999.7

浙江省高等教育重点建设教材

ISBN 7-308-02109-2

Ⅰ.大…　Ⅱ.田…　Ⅲ.物理学—高等学校—教材　Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 21925 号

责任编辑　邹小宁
装帧设计　宋纪浔
出版发行　浙江大学出版社
（杭州浙大路 38 号　邮政编码 310027）
（E-mail：zupress@mail.hz.zj.cn）
（网址：http://www.zjupress.com）
排　　版　浙江大学出版社电脑排版中心
印　　刷　德清第二印刷厂
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　40.75
字　　数　1043 千
版 印 次　1999 年 7 月第 1 版　2002 年 1 月第 2 次印刷
印　　数　1001—2000
书　　号　ISBN 7-308-02109-2/O・234
定　　价　60.00 元

前　　言

大学普通物理对于所有的理工科大学生都是一门重要的必修课程。由于传统和历史的原因，早在本世纪20年代，其内容和体系就已或多或少地固定化了，并且最初按照人的感性或唯象经验而划分为力学、热学、声学(或波动学)、光学、电磁学和原子物理等六个部分。到60年代初，人们开始认识到，应当把本世纪一二十年代建立起来的，而且已经成为掌握近代物理和高技术不可缺少的“相对论”和“量子力学”理论纳入到普通物理课程中来，而其主体部分从内容到概念，乃至方法论，仍然浸透了经典物理的精神。半个多世纪以来，现代物理学中每年都有许多激动人心的新成就、新事物展现在人们眼前。核物理、凝聚态物理、电子学、相对论、量子力学等物理学分支学科的发展决定了本世纪科学技术的全新面貌。激光技术、核技术、超导、纳米技术等一系列当代主要技术，无一不是物理学发展的结果。而在普通物理课程中对这些光辉进展却很少有所反映，因此普通物理学课程的现代化已成为大学物理教育亟待解决的重要问题之一，不容置疑，这也是我们培养跨世纪人才所必需的。

本书编写的宗旨是：突出教材“现代化”的观点，并用现代化的观点来审视经典物理的内容与概念，使传统的教材与现代的知识进一步发展相衔接。其次，整体上本教材兼顾了传统教材的编排方法，但不囿于传统的划分，使课程的内在联系更加紧密，论述条理清晰，逻辑严谨，从而给出一个清晰的物理图象。最后，通过知识的传授达到锤炼学生高尚的科学情操，提高学生科学素质的能力的目的。

本书力求体现如下特点：

(1)突出现代物理、现代技术的内容，所占篇幅占全书的$\frac{1}{3}\sim\frac{1}{4}$。

(2)借鉴国内外的教材，编写了5章近代物理，32篇(带有*号)物理学与现代新技术(供教师选择讲授)及科学家介绍(供学生自学参考)。

(3)对教材内容的现代化作了有益的探索。如近代物理内容的讲授要与低年级学生的理解水平相适应。应从实验事实和现象入手，建立物理模型和物理图象，并从教学上较简单的特例入手，然后指明结论的普遍性。

(4)增强例题、习题的针对性和实用性。

本书一律采用国际单位制，各物理量的名称、符号也均与国际标准化组织(ISO)规定的国际标准一致。

本书参考总学时为130～150学时，有些可根据需要选用、删略或布置学生参

考。

本书共24章，第1～8章(除第4章)由何克明编写，第9、第10章由吕子君编写，第11～17章由赵隆韶编写，第18～20章由田志伟编写，第4、第21～24章由卢兆伦编写。全书由田志伟教授任主编、赵隆韶任副主编。

全书由叶高翔教授、王绍民教授、盛正卯教授、陆璇辉教授、许健民教授、陈茂定教授、虞炎华教授、林强教授、章林溪教授、朱精敏教授、金博文副教授、杨焕雄副教授、陈宏平副教授等组成审稿组进行审定，对原稿提出了许多宝贵的意见和建议，为保证本书质量起到了重要作用。浙江大学陈进勇高级工程师、方志毅高级工程师，浙江师范大学教授王辉博士，浙江工业大学副教授田维坚博士、副教授隋成华博士，浙江大学网络奥维斯多媒体制作中心卢小雁主任设计师等在本书准备插图及选编习题等过程中曾提出热情建议及具体帮助，特一并表示深切的谢意！

由于编者能力、水平有限，错误不妥之处在所难免，衷心希望使用者多提出宝贵意见，不胜感激之至。

编　者

1998 年 10 月

目　录

第1章　质点运动学

1.1　引　言

1.1.1 引言

我们知道，任何物质都处在永恒不息的运动之中。运动有机械的、热的、电磁的、化学的、生命和思维的，从低级到高级的多种形式。运动是物质的存在形式和普遍属性。

在各种形态的物质运动中，最简单的一种是物体位置随时间的变动。我们把物体之间（或物体内各部分之间）位置的相对变动称为机械运动。

力学是研究机械运动规律的科学，经典力学研究的是弱引力场中宏观物体的低速运动。通常又把力学分为运动学、动力学和静力学。本章研究的是质点运动学。下面先引入理想模型——质点。

1.1.2 质点

研究表明，物质有实物和场两种存在形态，宏观的实际物体总是有形状、大小、质量的。但当物体的形状和大小对所研究的问题不起作用，或所起的作用可忽略时，就可把物体看成质点。因此，质点是不考虑其形状和大小，但具有质量的物体，是实际物体的理想化模型。质点力学所研究的正是不考虑物体的形状和大小时，物体机械运动的规律。

把实际物体作为质点来处理是有条件的。一般说来，若物体各点的运动状态相同，如物体平动时，或物体各点的运动状态虽不同，但在所研究的问题中这种差别可忽略时，就可把物体作为质点处理。

另外，能作为质点处理的物体不一定是很小的，而很小的物体未必就能看成质点。同一物体在不同的问题中，有时可看成质点，有时却不能看成质点，关键在于是否满足上述条件。如地球（半径为 6.4×10^3km），当考虑它绕太阳公转时，由于日地间的平均距离（约 1.50×10^8km）为地球半径的几万倍，因此地球虽大，且地球各点的运动状态由于地球的自转又各不相同，却仍可作为质点来处理。但当研究其自转时，地球各点运动状态的差别就不能忽略，这时就不能把地球作为质点处理。再如分子、原子，它们虽小，但当研究其内部的结构时，也不能把它们看成质点。

此外，当我们研究比较复杂的物体（如刚体、流体）运动时，虽然不能把整个物体看成质点，但在处理方法上，可设想把复杂物体分割成许多微小部分，每一部分都可看作质点，通过分析这许多质点的运动，就能弄清楚整个物体的运动情况。因此分析质点的运动是研究实际物体复杂运动的基础。

1.1.3 参考系和坐标系

一切物质都处于永恒不息的运动之中。运动的这种普遍性和永恒性又称为运动的绝对性。正因为运动的绝对性，才导致在观察某一个物体的运动时只能选定另一物体作参考，被选作参考的另一物体（或一组相对静止的物体）就称为参考系。

由于可选的参考系很多，各参考系的运动也可能不同。因此，同一物体的运动，对于选用不同的参考系，所获的图象和结果就会不同，这一事实，就称为运动描述的相对性。例如在匀速直线前进的车厢中，自由下落的小球，从地面上看小球却是在作抛体运动的。

为了能对运动物体的运动作定量的描述，需在参考系上固定一个坐标系。最常用的坐标系是直角坐标系，有时也选用极坐标系、球坐标系。坐标系实质上是由实物构成的参考系的数学抽象，在讨论运动的一般性问题时，给出了坐标系，就意味着已选定了参考系。

1.2 时间和空间的量度

物体的运动总是在一定的时间和空间中进行的，对物体，已建立了质点模型，而要在参考系和坐标系中定量地描述运动就需要量度时间和空间。

1.2.1 时间的量度

时间的测量可以利用具有能周期性发生的过程或现象作为测量时间的一种钟。太阳的升落，月亮的盈亏，四季的循环，以及人体的脉搏，分子的振动，单摆的摆动，等等，都可以作为测量时间的工具。

日常生活中，人们通常是用钟表（机械摆）来测量时间的，计时单位是：年、月、日、时、分、秒。

1.2.1.1 短的时间测量

对于时间小于 1 s 的测量，机械摆已不能完成使命，因此，人们就借助于电学中的谐振电路，利用电（电流或电压等）在电路中来回振动，其振动方式与摆锤的摆动方式相类似，我们称之为电学摆。它的摆动周期很短。

调整谐振电路（电子振荡器）中各参数，可以制造一系列电子振荡器，每一个振荡周期比前一个小 10 倍，前者用后者来“定标”。对于小于 1 s 的振荡周期可借助于电子示波器，这种装置在荧光屏上画出一幅电流对时间的图象。将示波器依次与上述系列中相继两个振荡器相连，对照两图象就能测出较快的振荡器在较慢的振荡器的一个周期中振荡的次数。

利用电子技术制造出周期约为 10^{-12}s 的振荡器已不困难。更短的时间的测量，要用另一种测量技术。以测量 π^0 介子寿命为例。π^0 介子在感光乳剂中产生并在其中留下微细的踪迹，用显微镜观察，平均而言，一个 π^0 介子在蜕变之前大约走过了 10^{-7}m 距离，且速度近于光速，因此其寿命总共只有大约 10^{-16}s。但必须指出：首先，这里使用了一个与前不同的，然而是等效的“时间”定义；其次，这里测得的时间是一个统计平均值。

在把我们的技术（必要时也把时间的定义）进一步加以扩展之后，就能推断更快物理事件的持续时间。最短寿命的奇异共振态的寿命只有 10^{-24}s，大致相当于光通过氢原子核大小的一段路程所花的时间。目前物理学中涉及的最小时间是 10^{-43}s，称为普朗克时间。比普朗克时间还要小的范围内，时间的概念可能就不再适用了。

1.2.1.2 长的时间测量

对于自然界中所发生的某种事件，其所经历的时间比一年还长，曾经利用树木的年轮或河流底部的沉积物来计算，而要测量更长的时间时，必须寻找其他的测量方法。方法之一是把放射性材料作为一只“钟”来使用。在这种情况下，并不出现周期性，但存在一种新的“规律性”。如果一块材料在其形成物体时其中含有数量为 N_0 的放射性物质，此刻(t 时刻)测得的数量为 N，那么只要求解方程

$$N = N_0(\frac{1}{2})^{t/T}$$

就能计算出这一物体的年龄 t 。其中 T 为此放射性物质的半衰期。

利用上述规律性来测定物体年龄的一个前提是必须确定此物体中放射性物质的放射性总量 N_0。在某种情况下，可以办到，例如，空气中的二氧化碳含有放射性同位素 C^{14}，由于宇宙射线的作用不断地补充衰变掉的 C^{14}，使其保持某一确定比例，从而知道总含量 N_0(C^{14} 的半衰期是 5000 年)。

为测定更早期的事物的寿命，可通过测量具有不同半衰期的其他放射性同位素而得到。例如 U^{238} 具有半衰期 10^9 年。通过铀中铅的含量，可以测定某些岩石的年龄约为几十亿年，地球本身的年龄约为 55 亿年。

进一步的测量知道，地球的年龄与掉到地球上的陨石的年龄相同。这说明，地球是由漂游在太空中的岩石形成的，而陨石很可能就是遗留下来的那些物质的残片。

现在普遍认为，宇宙大约起源于 100 亿年或 120 亿年之前。由于在此前不知道发生过什么事情，所以谈论更早的时间似乎是没有意义的。

1.2.1.3 **时间的单位和标准**

确定时间的单位和标准对统一使用时间是必要的。我们选择一天或一秒作为时间的某个标准单位，并把所有其他的时间表示为这个单位的倍数或分数。长期以来人们把地球的自转周期当作时间的基本单位。后来发现，若用最好的钟来进行测量，地球的转动也不是严格周期性的。而是渐渐变慢，变慢率是经一世纪后一天的长短增加 0.001 s；在 20 个世纪中，时间计量上的这一积累可多达几个小时。这就说明了为什么历史上记载的历次日食发生差异这一事实。现在我们知道，地球自转变慢的长期原因是潮汐摩擦。

其次，选择一只标准的钟，使全世界所有的钟有一个统一的计时，这无疑是方便的。格林尼治时间就是在这种需要下产生的。

原子钟是基于原子振动周期十分稳定，对温度和任何其他外界影响不十分敏感这一特点而制造的，它远比天文时间精确。1967 年 10 月第十三届国际度量衡会议通过决议，将时间单位“秒”定义为：位于海平面上的 ^{133}Cs 原子基态的两个超精细能级在零磁场中跃迁的辐射周期 T 与 1 s 的关系为

$$1\ s = 9192631770\ T$$

1.2.2 **空间的量度**

1.2.2.1 大的长度测量

三角法：例如，要测人造卫星(图 1.1 中的 C 处)的高度，可以通过安放在地球上两点 A 和 B 的两个望远镜同时测得所需的两个角度 α 和 β，再测出 A 与 B 两点之间的距离，从而得到它

的高度。

60 年代初人们利用雷达发射无线电波测定了地球到金星的距离，现在人们利用激光器发射的激光进行测量。这种方法利用无线电波（包括光波）以光速传播，并假定在地球和所测行星之间无论何处这个速度均相等，那么我们就可以从无线电波返回时间来确定地球与行星间的距离。

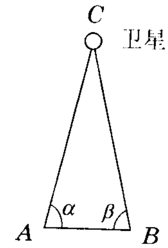


图 1.1　三角法测人造卫星的高度

如何测量一个更为遥远的恒星的距离呢？经思考，人们回到三角法，利用地球绕太阳公转，提供了为测量太阳系外恒星距离的一条基线。我们可以在夏天和冬天用望远镜对准此恒星，并足够精确地测出两个角度，从而测得地球到恒星间的距离，如图 1.2 所示。

如果恒星离得太远而不能应用三角法时又如何测量呢？天文学家发现，从恒星的颜色可以估计它的亮度（内在亮度）。他们通过测定许多靠近地球恒星（其距离可由三角法测得）的颜色和内在亮度所建立的一个确定关系。借助于这个关系，先测出遥远恒星的颜色，就可以用颜色 — 亮度关系确定其内在亮度；然后测定这颗恒星的亮度（称表观亮度），依表观亮度随距离平方减小的规律，就能够由上面得到的内在亮度算得此恒星离地球的距离。银河系中由一群恒星聚集而形成的球状星团用此法测得的距离基本上是正确的。

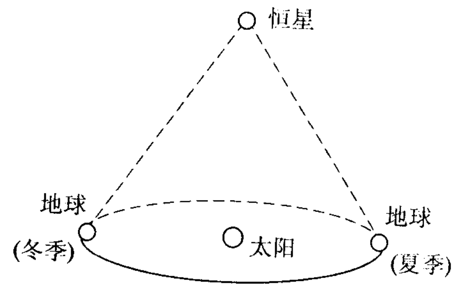


图 1.2　地球到恒星间距离的测量

天文学家发现，在天空中有许多这样的星团高度集中在一起，而且其中大部分离地球的距离大致相同，把这个事实与其他证据结合起来，能够断定，星团集中之处就是我们所在银河系的中心。于是得知我们离银河系中心约有 10^{20}m 之遥。

把上述数据作为我们所在银河系线度的一半，就得到了测量更大距离的“尺子”。假定天空中的各银河系大小相近（这个结论得到其他证据支持），那么通过测量该银河系的张角就能算出其距离（利用三角法）。现代望远镜可以测得处于地球至宇宙界限一半处的银河系。10^{20}m 是我们能够想象的最大距离。

1.2.2.2 小的长度的测定

测定小的长度应采用小的单位。如把米分成毫米、微米 ……。要继续分成更小的尺度就更困难了。如果物体小于可见光的波长，那么肉眼就看不见了。此时必须借助于像电子显微镜一类的仪器来继续这个过程。用 X 光衍射的方法能对更小尺度的物体进行测量，测得原子的直径约为 10^{-10}m。

原子大小约为 10^{-10}m，而原子核的大小约为 10^{-15}m，两者之比为 10^5 倍。可见原子中在物理大小上存在一个很大的“空隙”。对原子核大小的测定可以采用另一种更为方便的方法。先测出它的表观面积 σ（称为有效截面），由于原子核近似球体，则可以利用 $\sigma = \pi r^2$ 算得其半径 r。

取一块材料的薄片，用高能粒子去轰击，测定没有通过此板的粒子数。这些高能粒子几乎无阻碍地通过原子周围的电子云，只有在它们碰上质量集中的原子核时才会被阻止或被偏转。假设此材料有 1mm 厚，由于原子核如此之小，以致此薄片中的一个核恰好位于另一个核背后的机会极小。所以不妨假设原子核在高能粒子的通道上没有重叠。

高能粒子流中任一个粒子在通过该材料时能打在一个核上的机会正好等于其中所有原子核的剖面总面积除以材料总面积。设这块材料薄片的面积为 A，材料总原子数为 N（每个原子有一个核），再设粒子束中射到薄片的粒子数为 n_1，从薄片另一边射出的粒子数为 n_2。这样，没有通过薄片粒子的比数为 $\frac{n_1-n_2}{n_1}$，它正好等于被原子核覆盖面积的比数 $N\sigma/A$。于是从等式

$$\pi r^2=\sigma=\frac{A}{N}\frac{n_1-n_2}{n_1}$$

就能获得核的半径。由实验得出原子核的半径大约为 10^{-15}m 的 1～6 倍。10^{-15}m 这个长度单位称为费米。

目前物理学中所涉及的最小长度为 10^{-20}m，这是弱电统一的特征尺度。普朗克长度约为 10^{-35}m，人们认为这是最小长度，比它更小的范围长度概念可能已经不存在了。

1.2.2.3 *长度的单位*

长度的单位米被定义为："米是光在真空中，在(1/299792458)s 时间间隔内所传播的路程长度。" 按此定义，真空中光速是一个常数

$$c=299792458\text{m/s}$$

1.2.3 时间、空间测量中的局限

近代物理理论指出：

(1) 长度测量和时间测量的结果有赖于观察者。物体的长度和时间间隔将随着参照系的不同而有不同的结果，两个作相互运动的观察者在测量同一个事物时，将会有不同的长度和时间。这个问题将于相对论一章中详细讨论。

(2) 长度测量和时间测量受自然规律的支配，使其精度受到限制。测量一个物体的位置，其误差至少有

$$\Delta x=h/\Delta p$$

那样大。其中 h 为普朗克常数，而 Δp 是我们测量物体位置时对其动量了解的误差（动量的不确定度）。

类似地，测量时间间隔的误差至少有

$$\Delta t=h/\Delta E$$

那样大。其中 ΔE 是测量过程的时间时对它的能量了解的误差（能量的不确定度）。

以上结论均与物质的波动性有关。

1.3　位矢、速度和加速度

本节将简略地讨论一下描述质点运动的几个物理量及运动方程。

1.3.1.1 *位矢 $\boldsymbol{r}$ 和运动方程*

位矢 $\boldsymbol{r}$ 是确定质点位置的物理量。在直角坐标系中，质点 P 的位置可由三个坐标值(x,y,z)来确定，也可由原点 O 引向 P 点的有向线段 $\boldsymbol{OP}=\boldsymbol{r}$ 来表示，如图 1.3(a) 所示，所以 $\boldsymbol{r}$ 就叫位置矢量，简称位矢。若以 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x,y,z 轴正向的单位矢量，则

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}\tag{1.1}$$

这时 x,y,z 也就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿三坐标的分量。$\boldsymbol{r}$ 的大小为

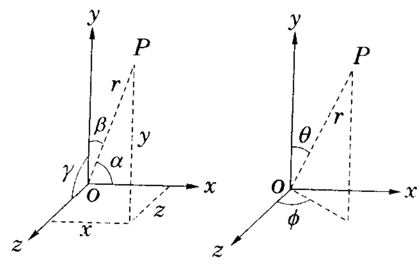
$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1.2}$$

$\boldsymbol{r}$ 的方向可用它同三坐标轴的夹角 α,β,γ 来表示，而 α,β,γ 可由 $\boldsymbol{r}$ 的方向余弦求出，它的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r},\cos\beta = \frac{y}{r},\cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1.3}$$

当质点运动时，位矢 $\boldsymbol{r}$ 以及 x,y,z 都将作为时间 t 的函数而变化，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1.4a}$$



(a) 直角坐标 (b) 球坐标

图 1.3

或

$$x = x(t),y = y(t),z = z(t) \tag{1.4b}$$

式(1.4a) 表示质点位置随时间的变化规律，就是运动方程。在实际运算时，常用式(1.4b) 的分量式。若已知 $x(t),y(t),z(t)$，对于一切 t 值求出(x,y,z)，将它所表示的点连接起来就是该质点的运动轨迹。在平面运动中，若从 $x = x(t)$ 和 $y = y(t)$ 中消去 t，就可得 x 和 y 的关系 $y = F(x)$ 或 $f(x,y) = 0$，称为轨迹方程。

对于直线运动，通常总是设质点沿某坐标轴如 x 轴运动，这时质点的位置只要一个坐标值 x 就可确定，其运动方程也只要把 x 表示为 t 的函数，即 $x = x(t)$ 就可以了。

1.3.1.2 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$

位移是表示质点位置变化的物理量，如图 1.4 所示。

若质点沿某曲线运动，时刻 t 在 A 点，经 Δt 时间后，在 $t + \Delta t$ 时刻到达 B 点。在 Δt 内质点通过的路程 Δs 为 $\overset{\frown}{AB}$，而位移却是由初位置 A 指向末位置 B 的有向线段 AB。若以 $\boldsymbol{r}_A,\boldsymbol{r}_B$ 表示质点在初、末位置的位矢，则在 Δt 内质点的位移 AB 应等于质点在末位置和初位置时的位矢之差 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A$。为方便，以后总是用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示位移。位移也是矢量，其大小是初、末位置间的距离，其方向是由初位置 A 指向末位置 B，因此其合成和分解都遵从平行四边形法则。

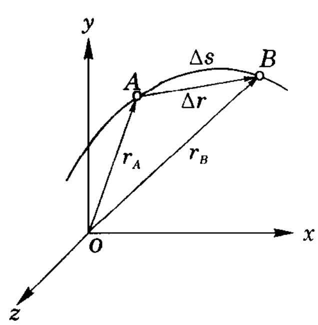


图 1.4 曲线运动中的位移

设在直角坐标中位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的分量为 $\Delta x,\Delta y,\Delta z$，则

$$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k} \tag{1.5}$$

在直线运动中，若质点沿 x 轴运动，则质点的位移只要用代数值 Δx 就可表示出来，$\Delta x > 0$，质点位移沿 x 轴正向；$\Delta x < 0$，质点位移沿 x 轴负向。

1.3.1.3 速度 $\boldsymbol{v}$

速度是位移对于时间的变化率，是表示运动的快慢程度和运动方向的物理量。若在 Δt 的时间内，质点的位移为 $\Delta\boldsymbol{r}$，则 $\Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$ 为在 Δt 内位移对于时间的平均变化率，称为平均速度，是矢量，其方向与位移相同。当 $\Delta t \to 0$ 时，即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.6}$$

定义为质点在 t 时刻的瞬时速度。瞬时速度也是矢量，它的方向就是当 $\Delta t \to 0$ 时位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向。$\Delta t \to 0$ 时，有向线段 AB(图 1.4) 即位移趋近于曲线在 A 点的切线方向。可见瞬时速度的方向是沿曲线的切线方向并指向质点前进的一侧。由式(1.6) 可知，瞬时速度的大小为

$$|\boldsymbol{v}| = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}$$

因 $\Delta t \to 0$ 时，$B \to A$，$|\Delta \boldsymbol{r}| \to \Delta s$，故

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

而

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1.7}$$

是质点在 t 时刻的瞬时速率。这就是说，瞬时速度的大小就等于瞬时速率。瞬时速率是路程 s 对于时间的一阶导数，是标量。

在直角坐标系中，$\boldsymbol{v}$ 也可用它的三个分量 v_x, v_y, v_z 表示，$\boldsymbol{v}$ 与它的三个分量的关系为

$$\boldsymbol{v} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} + v_z \boldsymbol{k} \tag{1.8}$$

由式(1.6)和式(1.1)可知，其中

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \qquad v_z = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \tag{1.9}$$

在 v_x, v_y, v_z 已知的情况下，$\boldsymbol{v}$ 的大小也可由下式求出，即

$$|\boldsymbol{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \tag{1.10}$$

当质点沿 x 轴作直线运动时，质点的瞬时速度同样只要用代数值就可表示出来。若在 t_1 时刻质点位于 x_1，在 $t_2 = t_1 + \Delta t$ 时刻，质点位于 x_2，其位移为 $\Delta x = x_2 - x_1$，当 $\Delta t \to 0$ 时，质点在 t_1 时刻的瞬时速度为

$$|\boldsymbol{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \tag{1.11}$$

若 $v > 0$，表示质点沿 x 轴的正向运动；$v < 0$，质点向 x 轴的负向运动。

今后凡提到速度，通常都是指瞬时速度，它的单位为 m/s。

［例1.1］ 一质点的运动方程为 $x = ct$，$y = bt - gt^2/2$，其中 c, b, g 为常数，试求任一时刻 t 速度沿 x, y 方向的分量 v_x, v_y 和该时刻的速率。

［解］ 由式(1.9)得

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = c \qquad v_y = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = b - gt \tag{1}$$

由式(1.10)可知该时刻的速率为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v^2 + (b - gt)^2} \tag{2}$$

1.3.1.4 加速度 $\boldsymbol{a}$

质点运动时，一般情况下，它的速度要发生变化。因速度是矢量，速度的变化包括速度的大小和方向的变化。速度对于时间的变化率被定义为加速度。

设质点沿某曲线运动，时刻 t 在 A 点，矢径 $\boldsymbol{r}_A$，速度为 $\boldsymbol{v}_A$，经 Δt 后，$t + \Delta t$ 时刻运动到 B 点，矢径 $\boldsymbol{r}_B$，速度为 $\boldsymbol{v}_B$，如图 1.5(a) 所示。可见在 Δt 内速度的变化为 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$。若平移 $\boldsymbol{v}_A$ 和 $\boldsymbol{v}_B$，并使两矢量的始端重合，则按照矢量三角形法则可得 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的大小和方向，如图 1.5(b) 所示。$\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ 则表示在 Δt 内速度对于时间的平均变化率，称为在 Δt 时间内的平均加速度。当 $\Delta t \to 0$ 时，即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \tag{1.12}$$

当质点在 t 时刻(位于 A 点)时的瞬时加速度。若把式(1.6)代入此式，加速度 $\boldsymbol{a}$ 也可表示为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.13}$$

即加速度也等于矢径 $\boldsymbol{r}$ 对于时间的二阶导数。

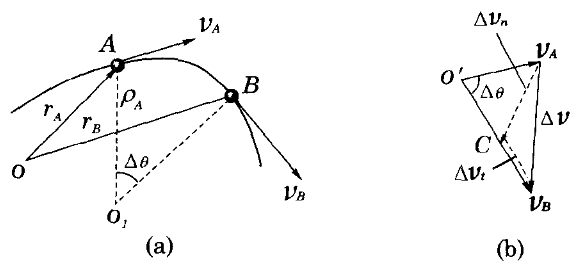


图 1.5 速度的增量

加速度(在未作特别声明时都指瞬时加速度)是矢量。它的方向就是 $\Delta t \to 0$ 时 $\Delta \boldsymbol{v}$ 的极限方向。加速度的单位为 m/s^2。

在直角坐标中,加速度 $\boldsymbol{a}$ 同样可用它的三个分量 a_x, a_y, a_z 来表示,即

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} + a_z \boldsymbol{k} \tag{1.14}$$

与式(1.8)的情况类似。其中

$$a_x = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \qquad a_y = \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} \qquad a_z = \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} \tag{1.15}$$

若把式(1.9)代入,也可写成

$$a_x = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \qquad a_y = \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} \qquad a_z = \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.16}$$

$\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \tag{1.17}$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向由它的方向余弦来确定。

若质点沿 x 轴作直线运动,加速度的方向也总是与 x 轴一致,因此加速度也只要用代数值就可表示出来,这时

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.18}$$

若 $a > 0$,加速度方向与 x 轴正向相同;$a < 0$,则与 x 轴正向相反。

[例 1.2] 根据例 1.1 中所列的运动方程,试求任一时刻 t 加速度沿 x, y 方向的分量 a_x, a_y 以及该时刻加速度的大小。

[解] 由式(1.16)得

$$a_x = 0 \qquad a_y = -g \tag{1}$$

由式(1.17)可知 $\boldsymbol{a}$ 的大小为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = g \tag{2}$$

1.3.1.5 *切向加速度和法向加速度*

质点作平面曲线运动时,把质点的加速度沿曲线的切线方向和法线方向分解,在解决问题时,有时是较方便的,加速度沿切线方向和法线方向的分量分别称为切向加速度和法向加速度。

在图 1.5(b) 中,若 $O'C = v_A$,就可把 Δt 内速度的变化 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$ 分解为两个分量 $\Delta \boldsymbol{v}_t$ 和 $\Delta \boldsymbol{v}_n$,如图 1.5(b) 中的虚线所示。所以

$$\Delta \boldsymbol{v} = \Delta \boldsymbol{v}_t + \Delta \boldsymbol{v}_n$$