

难倒百万智者的神奇数学

天才设题 智者解题

克利福德·A·皮科夫 著

夏 露 译



The Mathematics of Oz

奇异的谜团，古怪的推理，让人摸不到头脑的逻辑问题。

耶鲁大学博士亲手烹调数学大餐，用智慧喂饱你的大脑。

快来挑战最奇妙的数学谜题！



现代出版社

大脑加油站

难倒百万智者的神奇数学

天才设题 智者解题

克利福德·A.皮科夫/著
夏 露/译



现代出版社

图字:01-2004-1001

图书在版编目(CIP)数据

天才设题,智者解题/皮科夫(美)著;夏露译

—北京:现代出版社,2004

(大脑加油站)

ISBN 7-80188-292-X

I . 天 … II . ①皮 … ②夏 … III . 数学 - 通俗读物 IV . 01-49

中国版本图书馆 CIP 数据(2004)第 039974 号

本书中文简体字版由 Cambridge University Press 授权,贝塔斯曼亚洲出版公司转授权,由现代出版社在大陆独家出版中文简体字版。

作 者	克利福德·A·皮科夫
翻 译	夏 露
策 划	红色旌旗
责 任 编 辑	刘宝明
出 版 发 行	现代出版社
地 址	北京市安定门外安华里 504 号
邮 政 编 码	100011
电 话	010-64267325 010-64240483(兼传真)
电 子 邮 箱	xiandai@cnpitc.com.cn
印 刷	北京联华印刷厂
开 本	32 开 双色印刷
印 张	7.5
版 次	2004 年 7 月第 1 版 2004 年 7 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 7-80188-292-X
定 价	22.00 元

版权所有, 翻印必究; 未经许可, 不得转载

天才设题 智者解题

——另类头脑体操

拿起铅笔，放松一下，惊心动魄的旅程就要开始了！著名作家克利福德·A.皮科夫、多萝茜和奥兹博士将带领你漫游数学、头脑和逻辑的王国，去解开最古怪离奇的谜团和最曲折晦涩的难题，去探索数学世界的颠峰和幽谷。《神奇的数学》将为你开启想像的大门，快准备好，你就要踏上一次震撼之旅。这里有令人费解的谜题和五花八门的数学题，比如，斑马数、循环质数，还有群数——一个大得足以让 10000 亿变得毫不起眼儿的天文数字。奇异的谜团、古怪的推理、让人摸不到头脑的逻辑问题，无论你是否了解数学，都可以在这本书里找到乐趣。

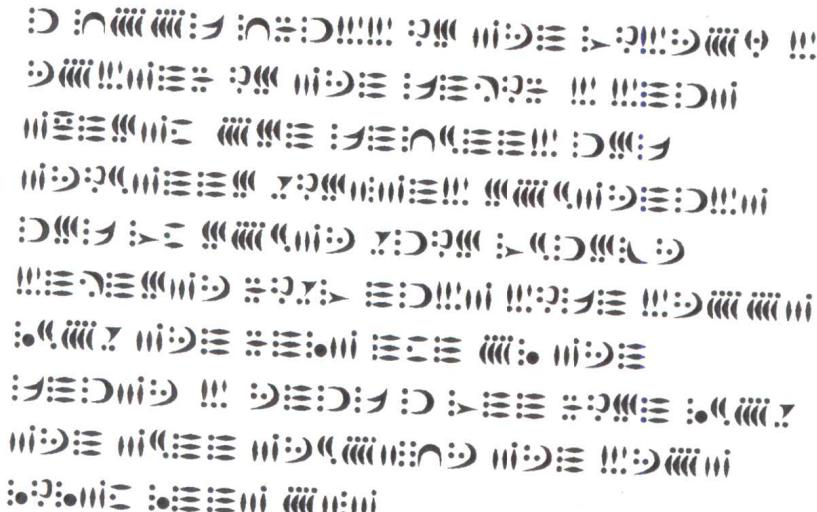
即便是最自负的数学迷，面对神秘兮兮的奥兹博士提出的人类智力测验题，也会感到力不从心。用这些庞杂的题目来测测你的智商如何——几何与迷宫、序列、级数、集合、排列、概率与误导、数论、算术，其中甚至还有几道题涉及到现实世界。本书图文并茂，创意新颖，妙趣横生，从独特的角度阐述了数字以及数字在创造力、计算机、游戏和实际研究中的作用。作者在逻辑与荒诞之间，挥洒奇思妙想。《神奇的数学》将让你品尝挫折的苦涩，更可以激发起你对数学的浓厚兴趣，让你乐此不疲。

克利福德·A.皮科夫，耶鲁大学博士，已出版著作 20 余部，深受好评，作品内容涉及计算机与创造力、艺术、数学、宇宙黑洞、人类行为与智力、时间旅行、外星生命，以及科幻小说等诸多领域。其个人网站 [Http://www.pickover.com](http://www.pickover.com) 访问量已超过 50 万人次。

克利福德·A.皮科夫的著作：

- 《测一测外星人的智商》
- 《黑洞：旅行指南》
- 《混沌与不规则图形》
- 《仙境喧嚣》
- 《计算机、图形、混沌与美》
- 《秘字：密码与神秘的文字》
- 《幻想未来》
- 《未来健康：21世纪的计算机与医学》
- 《不规则的地平线：不规则图形的未来应用》
- 《科学想像的疆域》(与斯图·图克斯伯里合著)
- 《养兔子的姑娘》
- 《开启无限的钥匙》
- 《神光》
- 《头脑迷宫：计算机与不速之客》
- 《奇妙的视觉测试》(日历与卡片)
- 《上帝的悖论与万能科学》
- 《图形集：不规则图形、艺术与自然》
- 《外星学》
- 《蜘蛛足》(与皮尔斯·安东尼合著)
- 《螺旋对称》(与伊斯特凡·哈尔吉特合著)
- 《神奇的大脑与天才》
- 《天堂之星》
- 《漫游虚拟空间》
- 《时间：旅行指南》
- 《放眼未来》
- 《生态信息展望》
- 《数字奇境》
- 《屏息沉思——神奇的方形、圆形与星星》

本书献给我的叔叔，布鲁斯·皮科夫博士，是他在我儿时启迪了我对数学和各种谜题的兴趣。



感 谢

上海大学理学院力学系教授徐凯宇(博士)与钱浩、郁文剑、张璟(博士)对本书数学题进行了审校,特此感谢!



阅读指南

他信马由缰，悠然自得，任凭马儿选择前方的道路。他深信，冒险的真谛就在于此。

——米盖尔·德·塞万提斯(《唐·吉诃德》)

阅读这本书，就仿佛踏上一段错综复杂的道路，沿途曲折，峰回路转，带给你无限惊喜。如果你想加快前进速度，跳过类似的题目，下面的指南会有所帮助。



目前位置

- 几何 (章节: 1, 3, 8, 14, 16, 17, 18, 23, 47, 50, 54, 55, 58, 61, 65, 84, 88, 96, 103, 104, 106);
- 迷宫题 (章节: 6, 12, 13, 15, 22, 24, 36, 46, 49, 52, 60, 83, 87, 97, 98, 101, 102);
- 序列、级数、集合与排列 (章节: 2, 4, 5, 9, 11, 25, 26, 30, 34, 37, 38, 41, 48, 50, 56, 59, 63, 64, 66, 69, 71, 72, 73, 74, 79, 80, 82, 85, 86, 89, 92, 93, 107);
- 现实世界 (章节: 1, 3, 7, 40, 44, 45, 78, 102);
- 概率与误导 (章节: 8, 14, 17, 19, 27, 31, 32, 51, 70, 81, 90);
- 数论与算术 (章节: 9, 10, 20, 21, 27, 33, 35, 37, 39, 42, 43, 45, 47, 53, 57, 62, 67, 68, 76, 77, 82, 91, 99, 100, 105, 108);



(多萝茜重获自由，读者恍然大悟。)



R.C. MANCINI ©



前言

只要你的脑袋里面有脑子，你就可以和其他人一样好，而且比有些人还要更好些。在这个世界上，脑子是惟一值得拥有的东西，不管是乌鸦还是人。

——乌鸦对稻草人如是说（《绿野仙踪》）

奥兹喻意神秘、头脑、精神宇宙，一个与外部空间并行不悖、比肩而立的精神宇宙。

1900年，弗兰克·鲍姆发表了《绿野仙踪》，讲的是家住堪萨斯的少女多萝茜同稻草人、铁皮樵夫以及冒牌巫师等一干神话人物的冒险故事，那个冒牌巫师用魔法让多萝茜明白，世上最美的地方莫过于家。

在《神奇的数学》中，多萝茜再次离家远行。满脑子数学问题的外星人绑架了她，用五花八门的难题刁难她，而且其中大部分题目都涉及到数字与数学。外星人对数学的痴迷可能在你们很多人看来有点傻气，但数字是跨越空间与时间的通道。数学是一门通用语言，要是同有智慧的外星生物进行交流，我们首先要用到的很可能就是数字。

多萝茜、奥兹博士（绑架者）和普莱克斯先生（奥兹的助手）做事讲究效率，他们不愿让读者在了解核心内容之前先要读上厚厚的一沓背景资料。为此，本书的每一章都只有两三页篇幅。这样做的好处是让读者能够直奔主题，并从中体会乐趣。致力于严谨的数学研究的专家们不必分神阅读本书，“答案”和“推荐阅读书目”两章收录了更多阅读材料。

《神奇的数学》将为你开启想像的大门，快准备好，奇妙的旅程就要开始喽！一路上，你将遇到令人费解的谜题和五花八门的

数学题,比如,铺设一条横穿美国的黄砖路、斑马数、循环质数、群数——一个大得足以让 10000 亿变得毫不起眼儿的天文数字,还有“骨头难题”——一道让人毛骨悚然的惊悚型数学题。

拿起铅笔,别害怕。书中有些题目似乎纯粹是出于好奇,没有任何实际意义或目的。但我认为这些实验不仅有用,而且具有教育意义,很多学生、教师和科学家在给我的来信中也提到了这一点。纵观历史,起源于智力游戏的实验、思想与结论往往会展现出惊人的、出人意料的实际意义。数学家哥特菲尔德·威廉·莱布尼兹曾经说过:“发明游戏是人类智慧的顶峰。”



本书是写给那些愿意探索全新思维疆域的人看的。如果你是教师,你可以利用书中的数学难题来激发学生的学习兴趣,让学生仿照书中的例子,自己设计题目。计算机编程人员或许想利用计算机来出题或答题,但要解答本书中的问题,完全没有必要用到计算机。

我在每道题后都设置了一个难度等级标志,可以帮你在阅读过程中考察自己的水平如何。

★ 难

★★ 很难

★★★ 非常难

★★★★ 难得无以复加:多萝茜和其他人类同族多半答不出

秉承游戏精神和疯狂冒险观念,难度不同的题目随意散落在书中各处,就好像被一股龙卷风吹散了似的。让你的头脑好好享受这道道数学大餐吧!



鸣谢

人们时常会遇到这样的怪事：两个看似互不相干的事物，却被同一个奇异的结果紧密联系在一起。比如说，用两个整数的平方之和来表示正整数 n ，即 $x^2+y^2=n$ ，有谁想得到，其表示方法的平均值竟然是 π 。

——罗斯·洪斯贝格（《数学瑰宝》第三版）

感谢布赖恩·C.曼斯菲尔德为本书绘制了可爱的卡通插图。对他多年来的热情帮助，我感激不尽。

很多人对解题方法提出了非常实用的反馈信息：丹尼斯·戈登，罗伯特·斯特朗，戴维·T.布莱克斯顿，丹尼斯·耶尔，巴拉库玛·乔斯莫翰·巴拉苏布拉马尼亚姆，伊兰·迈尔，埃德·墨菲，吉姆·吉洛格里，丹·蒂尔克，比尔·莱恩，詹姆斯·范·布斯科特，R.E.S.，丹尼斯·戈登，达马山卡·苏布拉玛尼亚，理查德·赫斯菲尔德，艾尔·齐莫曼，里斯托·兰基南，赛斯·布里巴特，达雷尔·普朗克，戴维·A.卡尔，詹森·厄尔斯，肯·伊诺艾等。

感谢赛缪尔·马库斯设计了代表普莱克斯先生的符号，本书使用的其他怪异符号均出自马库斯之手。动物形符号取自艾伦·卡尔设计的免费字体。安妮·斯特雷顿设计了等符号。等符号取自欧米茄字体实验室的免费字体。麦克尔·李和乔希·迪克森设计了等字体。

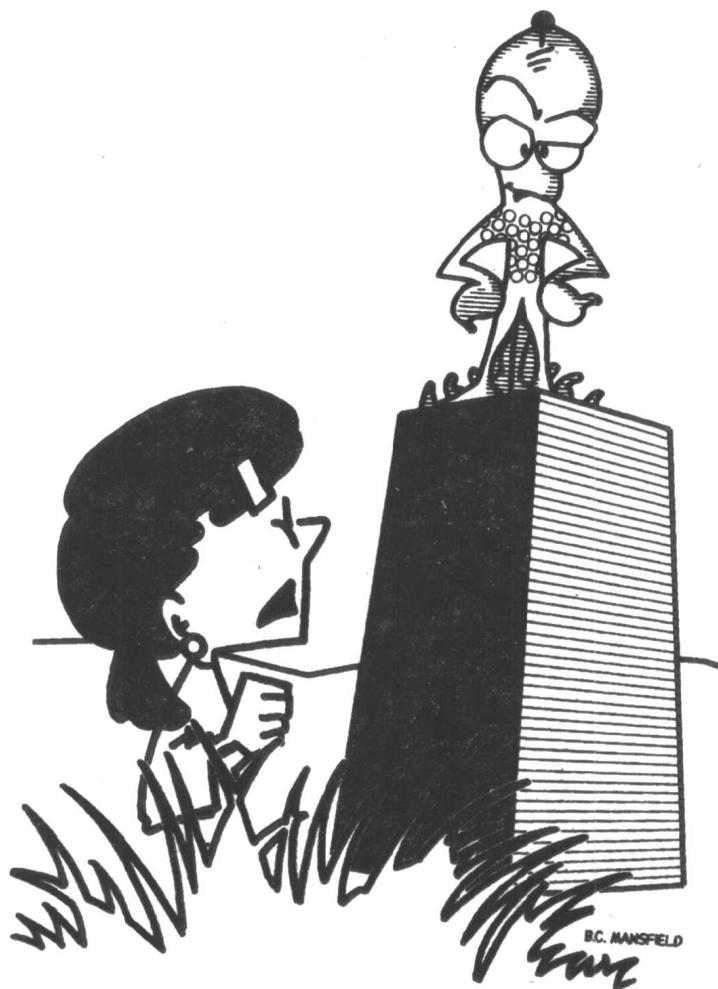
奥兹博士的引文均摘自 L. 弗兰克·鲍姆的经典著作：《奥兹巫师》(1900 年出版，原名《绿野仙踪》)，《奥兹王国》(1904 年出版，原名《奥兹仙境》)，《奥兹国的奥兹玛》(1907 年)，《多萝西与奥兹巫师》(1908 年)，《通往奥兹之路》(1909 年)，《奥兹国的翡翠城》(1910 年)，《奥兹国的缝补姑娘》(1913 年)，《奥兹国的钟

声》(1914 年),《奥兹国的稻草人》(1915 年),《奥兹国的歌谣》(1916 年),《失踪的奥兹公主》(1917 年),《奥兹国的铁皮樵夫》(1918 年),《奥兹的魔法》(1919 年),以及《奥兹国的格林达》(1920 年)。要知道更多关于奥兹的事迹,可访问埃里克·P·戈瓦格创办的奥兹网站:<http://www.eskimo.com/~tiktok/>

注:很多读者都已经注意到,因特网上的各种网站变幻无常,有时改变地址,有时甚至消失得无影无踪。书中提到的网站地址(URL)在本书撰写过程中为作者提供了重要的背景资料。关于书中的各种数学难题和论点,你也可以用 www.google.com 等搜索引擎,找到很多相关网站。

!!

序言



“我当然不明白喽！”他说道，“要是你们也像我一样，脑袋里塞满了稻草，你们人人都能住在好地方；到那时候，堪萨斯可就连一个人影儿都看不见了。可你们长了脑子，堪萨斯真走运。”

——稻草人对朋友们如是说（《绿野仙踪》）

时间：21世纪初；地点：堪萨斯大草原。小姑娘多萝茜和农夫亨利叔叔、埃姆婶婶住在一起。有一天，多萝茜正在草原上蹦蹦跳跳地走着，忽然发现前面地上冒出一根又大又黑的柱子。

多萝茜回头对自己的小狗托托说：“托托，你看那是什么东西？”

托托对着那个奇怪的家伙汪汪地叫了几声，又凑过去闻了闻。那根奇怪的柱子放射出柔和的光线，好像秋天清晨的薄雾一样。透过这层雾气，那东西看起来既体面，又漂亮。



托托靠近柱子

“托托，快回来！”多萝茜叫着。

可是，已经太晚了。托托刚刚用它的左前爪碰了碰那个大柱子，那东西竟然开始动了！紧接着，传来了低沉的嚓嚓声，那动静就和扫帚在潮湿的水泥地面上扫过时发出的声音一模一样。

柱子上裂开了一个口子，一个长得像章鱼似的家伙从里面冒了出来。它的触角上长满了疙瘩，还不时地颤动几下，那些疙瘩也跟着一会儿鼓起来，一会儿瘪下去。那东西的眼睛滴溜溜地转，眼珠子有梨子那么大，看上去又硬又亮。

这个怪物盯着多萝茜，说道：“我是奥兹博士，不要害怕。”

多萝茜攥紧了拳头，向后退了几步。

“多萝茜，跟我来。我要考考你。要是你通过了考试，你就可以回到亲爱的埃姆婶婶和亨利叔叔身边。”

“托托，”多萝茜压低声音对小狗说：“我一定是在做梦。”她的心怦怦直跳，就好像一个紧张过度的鼓手打乱了鼓点。突然，多萝茜拔腿就跑。

“不要跑！”奥兹博士嚷着，把一个长方形的东西对准多萝茜的左手掌扔了过去，眨眼之间，他们两个就来到了另一个宇宙。

奥兹博士示意多萝茜跟着自己。“多萝茜，在我们面前的是一个秘密测试机构，地点就在堪萨斯的勒贝农，靠近内布拉斯加边界。”

“躲我远点儿，你这个坏蛋！”

多萝茜嘴里这样说，眼睛却被面前这座八边形大楼高大的翡翠色外墙吸引住了。奥兹博士看在眼里，微微一笑，说道：“我们管这个地方叫做奥兹。”

托托一动也不动，就像是被冻僵了。它身上的毛一根根竖着，可见它冷得要命。

“我的小狗！你都对它干了些什么？”

奥兹博士摆动了一下他的触角，托托就活过来了，一下子跳进多萝茜张开的手臂。

几分钟以后，多萝茜来到这座非常现代化的大楼门前。她回头望了望远方的田野。风从遥远的北方吹来，风声呜咽，暴风雨就要来了，可以看到高高的野草被风压弯了腰。尖利的呼啸声划过大地。这真的是风声吗，还是因为远处隐藏着什么怪物？

奥兹博士伸出一根长长的触角，碰了碰多萝茜纤细的肩头，示意她跟紧些。考试开始了。





目 录

阅读指南	1
前言	3
鸣谢	5
序言	7
1. 黄砖铺路	1
2. 动物排列	5
3. 堪萨斯测验	7
4. 图标测验	10
5. 绿色的逻辑	12
6. 神奇的迷宫	14
7. 堪萨斯的铁路建设	16
8. 骨头难题	18
9. 平方加速	21
10. 平方和立方	23
11. 普莱克斯先生的矩阵	24
12. 钟表厂里的混乱	26
13. U 结构	29
14. 扔骨头	31
15. 法院里的动物农场	33
16. Ω 球	35
17. 腿骨碎片组成三角形	37
18. 巴尔牧场	38
19. 神秘的射电枪	40
20. 恼人的数字循环	43
21. 复数在哪儿?	45
22. 大脑旅行	46