热应力理论分析及应用

李维特 黄保海 毕仲波 编著

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

热应力理论分析及应用

李维特 黄保海 毕仲波 编著

中国电力出版社
www.cepp.com.cn

内 容 提 要

本书是一部论述热应力问题的科技专著。

全书共分四篇，第一篇：弹性力学基础；第二篇：热弹性力学基础；此两篇分别阐述弹性体在外力载荷作用下或在外力载荷和温度变化共同作用下而引起变形、位移、应变、应力的变化规律。第三篇：数值计算，介绍当今广泛采用的两种数值算法——有限差分法和有限元法，以及其在求解弹性体温度场和应力场的原理和方法。第四篇：热应力在火力电厂汽轮机组的监控与应用。

全书内容循序渐进，深入浅出，附有必要的例题，对热应力问题从理论上、数值方法上、应用上都作了比较全面的介绍。

本书可作为高等学校热能动力专业研究生和高年级本科生的选修课教材，也可供有关专业从事教学、科研、设计、调试、生产运行的广大教师及工程技术人员阅读参考。

图书在版编目（CIP）数据

热应力理论分析及应用/李维特，黄保海，毕仲波编著.—北京：中国电力出版社，2004

ISBN 7-5083-2004-2

Ⅰ.热… Ⅱ.①李…②黄…③毕… Ⅲ.热应力-研究 Ⅳ.0343.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 007727 号

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路 6 号 100044 http://www.cepp.com.cn）

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2004 年 6 月第一版 2004 年 6 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 19.25 印张 528 千字

印数 0001—3000 册 定价 **30.00** 元

前　　言

人类对热现象的认识可以追溯至远古时代，并且与火的发明和季节冷热等自然现象密切地联系在一起。我国历史记载中的“燧人钻木取火”，就精辟地记述了史前先民对热现象的认识并付诸实践的事实，同时还雄辩地把热功转换的朴素原理与成千上万年前的原始人类的生活实践联系了起来。

大约在公元前300年的战国时期，驺衍创五行学说，大意是说天地间有金、木、水、火、土五种气，是天地万物的根本，称为五行，由五行的五种不同的性质引出春、夏、秋、冬四时不同的事物，吕氏春秋（公元前239年）记载了这一部分内容。

但在18世纪以前，人们对于热只有一些大概的、粗略的观念，不可能将其建立在科学理论的基础上，直到1714年制定了华氏温标后，热学才走上了以实验科学为基础的道路。

热学是一门建立在人类利用热现象的基础上的科学，在18世纪和19世纪，热学是作为物理学的一部分而日益发展起来的，当时热学研究了一些普遍的原理，如分子运动论、理想气体实验定律及状态方程式、热力学定律、循环与过程、热的传递等。与此同时，确定了一些与热学有关的基本物理量，如温度、内能、热量；与热力学性质有关的物理量，如线胀系数、体胀系数、压力系数、比热、焓、熵等；与热量传递有关的物理量，如热导率、传热系数等。

热胀冷缩这一人所共知的物质属性，在人类文明的历史过程中，早就被人们所认识并在实践中加以应用，但热应力问题上升为系统的科学理论，则是19世纪30年代的事，这是由当时社会生产力的发展要求所决定的。18世纪下半期，为了适应当时资本主义社会生产的需要，发明了蒸汽机，并被纺织、冶金工业所普遍采用，从而促进了生产力的很大提高，以后蒸汽机被不断改进，到19世纪初，蒸汽机被应用于铁路机车和船舶上。热力原动机在工业上的应用，促使解决零部件热应力的问题迫切地提到日程上来。不仅如此，随后在19世纪末发明的汽轮机、内燃机等效率更高、功率更大、重量更轻的热力原动机，也迫切要求解决热应力问题。另外，物理学、力学、热力学、传热学、材料力学、数学等学科的进步已达到成熟的阶段，为热应力理论的创立提供了必要的条件。

近代线性热应力理论创始于1835年，是年2月，法国人J.M.C.杜哈梅尔在法国科学院发表演讲，初次提出：当温度变化时，由于物体的一部分受到某些约束，就要产生热应力，此应力由两部分叠加而成，其中一部分是与温度变化成比例在所有方向都相等的压力，另一部分则是温度不变而由应变产生的应力，这就是著名的杜哈梅尔公式。稍后在1841年，德国人诺伊曼在其著作中，初次主张导出线性热应力理论。两者内容没有特别不同之处，故通常将现代的线性热应力理论称为杜哈梅尔—诺伊曼理论。

虽然热应力理论从诞生到现在已经有一百六七十年的历史，但真正的快速发展，只是最近五六十年的这段时期。第二次世界大战以后，随着热能动力、核动力、机械制造、化工、高速飞机、宇宙航行、火箭技术等现代科技的迅猛发展，不仅为热应力的研究提出一系列重大课题，而且问题的解决又大大促进了热应力理论的发展，扩大和丰富了热应力领域的内容。20世纪四五

十年代电子计算机的问世与应用，极大地增强了科技工作者解决热应力问题的能力，拓宽了道路，并大大提高了解题的速度和精度，使此前许多棘手的难题得以迎刃而解。

值得注意的是，20世纪50年代~70年代，在一些运行的大型高温高压蒸汽动力装置的某些零部件上（如汽轮机转子），不同程度地出现了疲劳裂纹，这种由于交变热应力产生的金属低周疲劳损伤，严重影响机组的使用寿命，引起国内外动力界的高度重视，于是围绕设备材料寿命、寿命损耗、寿命管理等问题及其运行在线监控就赋予热应力学科以新的内容。

本书共分四篇，第一篇：弹性力学基础，介绍弹性体在外力载荷作用下引起变形、位移、应变、应力的原理和变化规律；第二篇：热弹性力学基础，介绍弹性体在外力载荷与温度变化共同作用下引起变形、位移、应变、应力的原理和变化规律；第三篇：数值计算，介绍当今广泛采用的两种数值算法——有限差分法和有限元法及其在求解弹性体温度场和应力场的原理和方法；第四篇：热应力在火力发电厂汽轮机组的监控与应用。

由于编者的学识及水平有限，书中难免出现错误与不当之处，敬请专家及读者批评指正。

编著者

2003年5月

目　　录

第二篇　热弹性力学基础

第三篇　数值计算

第一篇

弹性力学基础

第一章

基本假设与基本物理量

第一节 弹性力学中的基本假设

弹性力学通常又称为弹性理论，是研究弹性体在外力载荷作用下或由于温度变化而引起的应力、应变和位移的一门学科。

弹性力学是固体力学的一个分支，在弹性力学里，把物体视为连续、均匀、有弹性的固体，根据材料的物理特性，运用数学分析的方法，研究和解决问题。

弹性力学与材料力学在学科任务、研究内容、基本假设和研究方法上，有相同的地方，也有不同的地方，如在学科任务上都是研究在弹性极限以内，结构物在外力作用下的应力、应变和位移，并校核强度和刚度是否符合要求，但由于基本假设与研究方法不完全相同，所得到的结论就不完全相同。

弹性力学在分析构件的受力和应力、应变的分布时，不可避免地要涉及构件材料的物质性质和构成，如果要求很准确地考虑各种细微因素的影响，问题就会变得很复杂，以致于无法解决。通常的研究方法是抓住主要矛盾，略去次要因素，从宏观上提出若干基本假设，在此基础上进行研究。这些基本假设是：

（1）物体是连续的。即假设物体内部完全由连续介质充满，没有空隙。这样，一些物理量如应力、应变、位移等在物体中的分布，就可视为是连续的，并可用坐标的连续函数表示。实际上，物质是由分子构成的，分子之间有间隙，因此严格地说，连续的假定与实际的物质结构不完全符合，但因为分子的大小及分子之间的距离与物体的尺寸相比是微不足道的，故在宏观上可认为物体是连续的。

（2）物体是完全弹性的。即作用于物体的外力移去后，物体能完全恢复原来的形状而无任何残余变形。完全弹性的物体服从虎克定律，即应变与应力成正比。

（3）物体是均匀和各向同性的。即整个物体由相同的材料构成，故此由物体中任意部分取出的最微小单元与物体有相同的特性，同时由于在各方向上的介质都相同，因此介质的物理性质如弹性模量、泊松比等常数就不随坐标和方向而变化。

（4）物体的位移和变形是微小的。即在外力或温度作用下，物体由于变形而引起的各点位移远小于物体的尺寸，因此在建立物体受力（或温度）作用后的平衡方程时，可不考虑物体尺寸的变化，同时在分析物体的应变时，可略去应变的二次项及高次项，从而使弹性力学中的微分方程成为线性的，有利于计算的简化。

（5）物体内无原始应力。物体在外加荷载或温度作用之前，是处在自然状态，内部没有应力存在，由弹性理论计算的应力仅是由于外加荷载或温度作用的结果。若物体内有原始应力，其数值与形式决定于物体形成的历史条件，此时物体的实际应力应等于外力或温度作用的应力与原始应力之和。

基于上述基本假设的弹性理论称为线性弹性理论，本书讨论问题时所依据的正是线性理论。

虽然上述基本假设与材料力学的假设是一样的，但材料力学除这些基本假设外，在求解问题时，还利用一些有关变形的假设，使计算得以简化，故与弹性力学相比，其计算结果的精确度与

适用范围都受到一定的限制。

第二节 体力、面力、应力、应变与位移

一、体力与面力

外力有两种形式：体积力与表面力。

体积力也称为体力，是分布在物体体积内的力，如重力、磁力和运动物体的惯性力等。为了表示物体内某点 P 所受体力的大小和方向，取包含该点的一小体积 ΔV，并设作用在 ΔV 上的体力为 ΔQ，当 ΔV 无限缩小而趋于P 点时，则 $\Delta Q/\Delta V$ 将趋于一定的极限F，即

$$F = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V}$$

此极限 F 就是物体在该点所受的体力。F 为一矢量，因 ΔV 为标量，故 ΔQ 的极限方向就是F 的方向，F 可分解为沿x、y、z 轴的三个分量，记为 X、Y、Z，称为物体在该点的体力分量。若体力分量与坐标轴正方向一致，则符号为正；若与坐标轴负方向一致，则体力分量为负。由上式可见，物体内某点体力的大小是以单位体积的作用力来衡量的，故体力的量纲为［力］［长度］$^{-3}$。

表面力也称为面力，是分布在物体表面上的力，如一个物体对另一物体表面作用的压力、静水压力等。为了表示物体表面上某点 P 所受面力的大小和方向，取包含该点的一小面积 ΔS，并设作用在 ΔS 上的面力为 ΔQ，当 ΔS 无限缩小而趋近于P 点时，则 $\Delta Q/\Delta S$ 将趋于一定的极限 F，即

$$F = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S}$$

此极限 F 就是物体表面在该点所受的面力，F 为一矢量，因 ΔS 为标量，故 ΔQ 的极限方向就是 F 的方向，F 可分解为沿x、y、z 轴的三个分量，记为 $\overline{X}$、$\overline{Y}$、$\overline{Z}$，称为物体表面在该点的面力分量。若面力分量与坐标轴正方向一致，则符号为正；若与坐标轴负方向一致，则面力分量为负。由上可见，物体表面某点面力的大小是以单位面积的表面力来衡量的，故面力的量纲为［力］［长度］$^{-2}$。

二、应力与应力分量

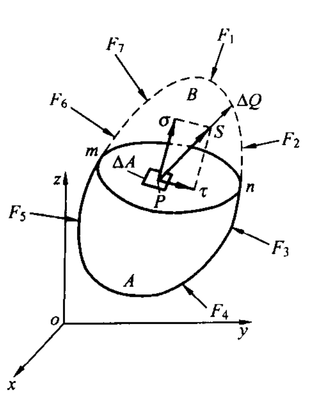

图 1－1　物体的受力与平衡

图 1－1 所示的一物体在外力作用下，处于平衡状态，此时，物体内部各部分之间将产生内力。为了研究任意一点 P 所受的内力，现假想经过该点的截面 mn 将物体分为A 和B 两部分。当考察其中 A 部分的受力情况时，可发现该部分是在外力 F_3、F_4、F_5 和分布在截面 mn 上的内力共同作用下保持平衡的，现在 mn 上取包含P 点的一小面积 ΔA，设作用在 ΔA 上的内力（即 B 部分对A 部分作用的合力）为 ΔQ，并假定内力在截面 mn 上连续分布，则在 ΔA 无限缩小并趋近于P 点时，比值 $\Delta Q/\Delta A$ 将趋近于极限s，即

$$s = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A}$$

此极限 s 就是物体在截面mn 上的P 点所受应力的大小。s 为一矢量，因 ΔA 为标量，故 ΔQ 的极限方向就是s 的方向，一般说来，应力 s 并非均匀地分布在 mn 上，并且 s 的方向倾斜于小面积 ΔA，为此可将 s 分解为沿法线方向的分量σ 和切线方向的分

量 τ，σ 称为正应力，τ 称为剪应力。

可见，在物体内截面 mn 上，某点 P 的应力是以单位面积的内力来衡量的，故应力 s、σ、τ 的量纲为［力］［长度］$^{-2}$。

由以上可知，若有若干截面通过物体的同一点 P（mn 只是其中之一），则不同截面在该点的应力是不同的。为了了解物体内某一点的应力状态，即通过该点的任意截面上的应力大小和方向，通常首先在这一点取出一平行六面微元体加以研究，如图 1－2 所示。微元体的各边与坐标轴平行，边长分别为 dx、dy、dz，各平面的应力可分解为一个正应力和两个剪应力，正应力以 σ 表示，其作用面及方向用下标注明，如 σ_x 代表正应力的作用面与 x 轴相垂直，即应力方向与 x 轴平行。剪应力用 τ 表示，其下标有两个字母，第一个字母表示剪应力的作用面与该坐标轴相垂直，第二个字母则表示剪应力的作用方向与哪一个坐标轴平行，如 τ_{xy}表示剪应力位于垂直于 x 轴的平面上，其方向与 y 轴平行，其余依此类推。

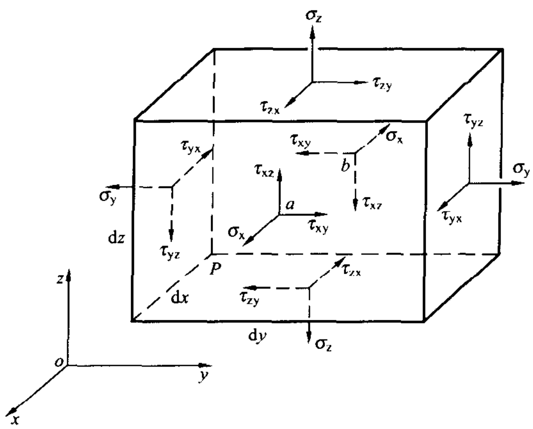

图 1－2　微元体上的应力

为了确定截面上应力的正负，规定：若该面的外向法线沿着坐标轴的正方向，则称该面为正面，这个面上的正应力和剪应力就以沿坐标轴的正方向为正，以沿坐标轴的负方向为负。相反，若截面的外向法线沿着坐标轴的负方向，则称该面为负面，这个面上的正应力和剪应力就以沿坐标轴的正方向为负，以沿坐标轴的负方向为正。因此图 1－2 中，前、右、上三个面均为正面，后、左、下三个面均为负面，但图中表示的六个面上的正应力与剪应力都是正号的。

由图 1－2 可看出，为了完全确定微元体六个面上的应力，必须知道 σ_x、σ_y、σ_z 三个正应力和 τ_{xy}、τ_{yx}、τ_{yz}、τ_{zy}、τ_{zx}、τ_{xz}等六个剪应力的大小。六个剪应力中，若分别对通过微元体形心并且平行于 x、y、z 坐标的三个轴取力矩平衡方程式，则不难得出

$$\tau_{xy} = \tau_{yx},\quad \tau_{yz} = \tau_{zy},\quad \tau_{zx} = \tau_{xz}$$

即位于两个互相垂直面上并垂直于该两面交线的两个剪应力分量是互等的，称为剪应力互等（成双）定理。

这样，为了完全确定微元体各坐标面上的应力，只要有 σ_x、σ_y、σ_z、$\tau_{xy}=\tau_{yx}$、$\tau_{yz}=\tau_{zy}$、$\tau_{zx}=\tau_{xz}$这六个量就足够了。由于微元体的边长 dx、dy、dz 为无穷小量，即微元体趋近于 P 点，这六个量就称为 P 点的应力分量。

可以证明，对于物体内的任意一点，若已知该点的 σ_x、σ_y、σ_z、τ_{xy}、τ_{yz}、τ_{zx}等六个应力分量，就可以算出经过该点的任意斜面在该点的正应力和剪应力，也就是说，六个应力分量就完全确定一个点的应力状态。

在数值计算中，常常把一点的六个应力分量表示为矩阵形式

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx}\}^T \tag{1-1}$$

三、应变与应变分量

物体在受外力或温度的作用下，其形状将发生变化，为了研究物体各部分变形的情况，仍从 P 点处的平行六面微元体开始考察（见图 1－2）。由于 dx、dy、dz 三个棱的边长为无穷小量，故在物体变形后，仍保持为直边，但是三个边的长度及边与边之间的夹角将发生变化。各棱边的

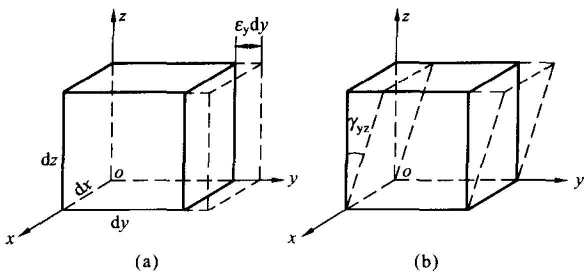

图 1-3 微元体的正应变与剪应变
(a) 正应变；(b) 剪应变

单位伸长（或缩短）称为正应变，以 ε 表示，如 ε_y 表示棱边 dy 的正应变；边与边之间夹角的变化，称为剪应变，以 γ 表示，剪应变的大小以弧度来量度，如 γ_{yz}表示与坐标面 yoz 平行的一个平面内发生的剪应变（图 1-3），其余依此类推。

正应变的正负符号与应力是一致的，当拉伸时，应力为正，正应变也为正号，当压缩时，应力为负，正应变也为负号；剪应变以使直角变小时为正号，以使直角变大时为负号，因此剪应变与剪应力的符号是一致的。图 1-3 中所示的正应变 ε_y 对应着物体的拉伸，剪应变 γ_{yz}对应着直角$\angle yoz$ 的变小，所以 ε_y 和 γ_{yz}都是正的。

由以上看出，一个点的变形可以由 dx、dy、dz 三个边的正应变ε_x、ε_y、ε_z，以及三个边之间夹角（直角）的剪应变 γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}来描述，这六个量，即 ε_x、ε_y、ε_z、γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}称为该点的应变分量。可以证明，若已知物体内任意一点的 ε_x、ε_y、ε_z、γ_{xy}、γ_{yz}、γ_{zx}等六个应变，就可以算出经过该点的任意方向线段的正应变，也可以算出经过该点的任意两方向线段之间角度的剪应变。这就是说，六个应变分量就可完全确定一个点的应变状态。

在数值计算中，六个应变分量也可表示为如下矩阵形式

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}\}^T \tag{1-2}$$

四、位移与位移分量

物体在外部因素（如荷载、温度）作用下发生变形时，使物体内各点发生移动，从原来的位置移至新的位置，这就是质点的位移。物体内各点的位移是不同的，因此质点的位移可表示为坐标 x、y、z 的函数。

质点的位移，通常分解为平行于坐标轴 x、y、z 的三个分量 u、v、w，称为点的位移分量。由于假设全部体积中介质是连续的，故位移分量 u、v、w 是坐标的连续函数。

现假设在物体中任取一点 M，其在变形前的坐标为 x、y、z，在变形后，该点移至 M_1，坐标为 x_1、y_1、z_1（见图 1-4），因此有

$$x_1 = x + u,\quad y_1 = y + v,\quad z_1 = z + w$$

上式中

$$u = f_1(x,y,z),\quad v = f_2(x,y,z),\quad w = f_3(x,y,z)$$

位移分量的正负规定为：若 u、v、w 与坐标轴的正方向一致，则为正位移分量；否则，若与坐标轴的负方向一致，则为负位移分量，其量纲为［长度］。

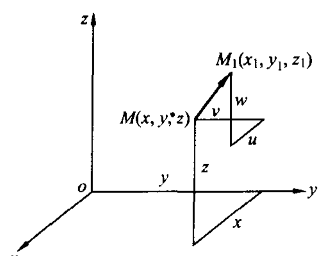

图 1-4 物体变形时质点的位移

五、边界条件

边界是指物体的全部外表面，是物体与外部之间的界限，对于内部无空穴的三维空间物体，边界就是包围整个物体空间的全部表面积，对于内部无空穴的二维平面薄板或长棱柱体，边界就是围绕薄板面或柱体横截面的全部表面积。

根据边界条件的不同，可以分为位移边界问题、应力边界问题和混合边界问题。

在位移边界问题中，在全部边界上，位移分量是已知的，故边界上的位移分量应满足边界位移约束条件，即

$$u_b = \overline{u}, \quad v_b = \overline{v}, \quad w_b = \overline{w} \tag{1-3}$$

式中：$\overline{u}$、$\overline{v}$、$\overline{w}$是已知的边界位移，是坐标的已知函数；u_b、v_b、w_b是位移分量的边界值。

在应力边界问题中，在全部边界上所受到的面力是已知的，即边界上各点的面力分量$\overline{X}$、$\overline{Y}$、$\overline{Z}$都是坐标的已知函数，此时，物体边界上各点的应力分量与面力分量$\overline{X}$、$\overline{Y}$、$\overline{Z}$之间应满足静力平衡条件，称为应力边界条件。

在混合边界问题中，一部分表面上，位移是已知的，必须满足位移边界条件，另一部分表面上，外力是已知的，必须满足应力边界条件。

第二章

空间问题的基础理论

任何物体都占据一定的空间，在几何上具有三维的性质，因此在外力或温度作用下，应力、应变、位移等物理量在物体内的分布必然是三向的，都是坐标 x、y、z 的连续函数，这样的问题称为空间问题。

弹性力学在解决空间问题时，从三方面加以分析：静力学方面、几何学方面和物理学方面，并导出物体内应力分量与体力、面力分量之间的关系式，应变与位移之间的关系式，以及应变分量与应力分量之间的关系式，分别称为平衡微分方程、几何方程及物理方程。

第一节 平衡微分方程

从物体中任意一点 P 处，取出一个微元长方体，各棱边长分别为 dx、dy、dz，如图 2－1 所示。由于物体内力的相互作用，使微元体六个表面承受一定的应力。如前所述，这些应力是坐标的连续函数，因此作用在微元长方体两个对面上的应力不相等。例如图 2－1 中，作用在左面上的正应力为 σ_y，剪应力为 τ_{yx}、τ_{yz}，由于坐标变化了 dy，则作用在右面上相应的正应力和剪应力分量分别为 $\sigma_y+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}dy$、$\tau_{yx}+\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial y}dy$ 及 $\tau_{yz}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial y}dy$，其余两个对面依此类推。

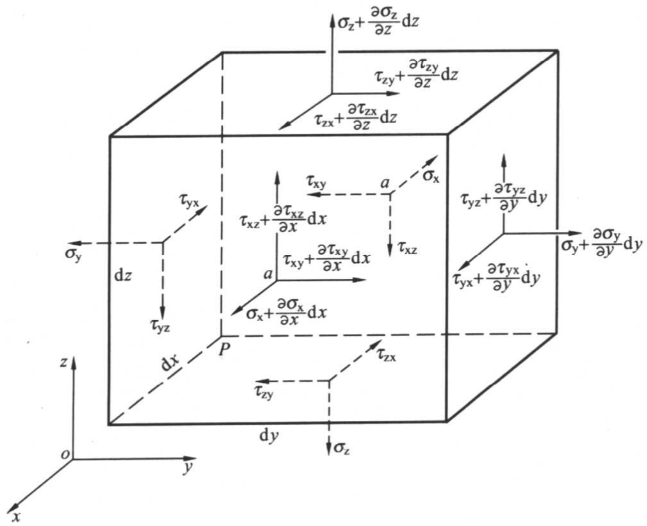

图 2－1　应力是坐标的连续函数

微元体除了表面有应力作用外，还受到体积力的作用，因微元体体积很小，故可认为体积力均匀分布，并作用在微元长方体的形心上。单位体积上作用的体积力在 x、y、z 三坐标轴的分量分别以 X、Y、Z 表示。当物体在外力作用下处于平衡状态时，微元长方体必须满足六个静力平衡条件，即