

SOLID GEOMETRY

By

SCHULTZE

SEVENOAK & SCHUYLER



立體幾何學

駱承緒譯 駱師曾校訂



香港中流出版社印行

庫存書

三S

立體幾何學

緒 議
承 駱
蘇 駱
工 師
業 會
學 校
院 訂
圖 書 館

藏 書 章

香港中流出版社印行

三 S 立體幾何學

駱承緒譯 駱師曾校訂

出版兼發行者：

中 流 出 版 社

香港北角渣華道 82 號 2 樓

印 刷 者：嶺 南 印 刷 公 司

香港德輔道西西安里十三號

一九七八年十月版

定價港幣四元五角

版權所有・不准翻印

譯 例

1. 本書依美國人 Schultze, Sevenoak 及 Schuyler 三氏所著之幾何學迄譯，分爲平面與立體二冊，專供中學教科及與原書對照之用。
2. 原書爲幾何教科書之善本，雖已有譯本刊行，但名著不妨多譯以廣其傳，往時吾國對於查理斯密及溫德華士所著之算學各書，常有一書而數譯者，卽其先例。
3. 所用譯名，悉遵 照當局頒布之課程標準，其有標準中所未詳者，則擇最通行者而用之。
4. 本書排印，悉依原書之頁數，以便檢查對照。
5. 譯書以信達雅三字爲尙，本書卽以此自期，但疏忽之處，容或難免，倘蒙賜教，毋任感激。

幾何學

聳立在埃及尼羅河畔著名之金字塔，爲五千年前幾何圖形之一種變裝也。具有如此古遠歷史之幾何問題，不特種類不一，變化繁多；且無一定有系統之研究方法，誠爲複雜。學者宜如何着手學習此種問題，頗費思索。茲特臚列各項心得，以爲初學者之參考。

(一) 首先須明瞭題意 學習幾何題目，先須熟讀題目，明瞭命題之意義。題目假設之條件爲何？有何要求？需何證明？凡此種種，均須於明瞭之後，方能着手解答。否則徒費腦力與時間，無補實際。事倍功半，得益淺鮮，且易發生錯誤。

(二) 次及於運用定理 幾何學之基礎，係建築於許多定理與原理之上。學者於學習幾何學之初，即須學習此種定理，不特須了解其原理，熟習其證法；且須記憶此種定理之文字，知道其運用之方法。則於着手解答題目之時，方可得心應手，運用自如。

(三) 繪出準確必需之圖形 許多幾何問題之解答，均須藉圖形以爲幫助。蓋幾何學原爲圖形

學習要點

之學問也。由於繪出正確之圖形，可獲得解答之領悟。於是推理及思考，亦容易取得門徑矣！

(四) 推考思索以自求解答 幾何學理之探討，較為呆板。祇須熟讀記憶，融會貫通，即可應用。但幾何習題之作答，則須細加思索，詳為推考，方能領會體味，而得思想上之進步。尤須注重自動之能力。本社將習題與解答分冊出版，俾養成讀者獨立解答之能力與自動思考之習慣。所以編印解答之作用，不過在給予暗示，作為讀者參考之資料與無法解答時之借鑑而已。

(五) 培養推論與判斷之能力 斷片之智識，不能發生有效之功用。故必須聯貫之以合應用。本書中竭力作有系統之研究，諸君讀之，常可看出習題解法之原理潛在何處。再進而求解答，乃可養成集中全部智識，以求獲得解答之推論力與判斷力。

上述五端，為個人學習幾何學時所獲得之心得。讀者若能身體力行，或可有助於學習之進步焉！

敬告讀者

讀者當開始學習時，宜依下列各條：

1. 預備文具儀器如鉛筆，紙，直尺，圓規等，以便應用。
2. 應有一定之時間及地點以學習之。
3. 學習須出於自己。學習時宜有程序而無愧於心。
4. 已習部分中重要諸點，宜時時複習，使深印腦中。
5. 在記錄簿中分析習得之結果，列出角相等，線平行，三角形全等之條件，分類列公式。
6. 此書切勿閱過即止，須隨時考慮，將所讀全部融會貫通。

記

號

+	加	~	相似
-	減	∠	角
=	等於，或等積	∠	諸角
≡	全等	△	三角形
≠	不等	△	諸三角形
>	大於	□	平行四邊形
<	小於	□	諸平行四邊形
∴	所以	⊙	圓
⊥	垂直線，或垂直於	⊙	諸圓
⊥	諸垂直線	⌒	弧
∥	平行線，或平行於	rt.	直
∥	諸平行線	st.	平

目 錄

第六編	空間之直線及平面——多面角	1
二面角		19
多面角		30
第七編	多面體 柱及錐	40
多面體		40
角柱和平行六面體		41
角錐		61
正多面體		76
柱		78
錐		85
第八編	球	102
球面多邊形		113
極三角形		119
球面圖形之量法		127
球體積		138
附 錄		147
對數表		156
平方,立方,平方根及立方根表		153
常用數值		158
公式		159
英漢名詞對照表		161

SSS 立體幾何學

第六編

空間之直線及平面——多面角

480. 定義. 空間幾何學或立體幾何學, 研究幾何原素不盡在一平面上者之圖形.

481. 定義. 平面是一面, 連接其中任意二點之直線完全在此面內者.

設通過已知點或直線可作一平面而祇能作一平面, 則此平面爲此諸點或諸線所決定.

公法 A. 通過不在同一直線上之三點, 有一平面且祇有一平面可作.

公法 B. 設二平面公有一點, 則公有第二點.

482. 定義. 設一直線及一平面雖延展至任何遠而不相遇者, 則此直線及平面是平行.

483. 定義. 設二平面雖延展至任何遠而不相遇者, 則此二平面是平行.

【註】立體幾何學上之作圖, 通常均視作有實在方法, 可以將上述原素所決定之平面作成. 顯然可見, 此祇能用模型得之. 用直尺及圓規所作者大都是象徵的; 即所得之圖是欲作模型圖之表象, 常不能如平面幾何學可得其所求之圖形.

命題 1. 定理

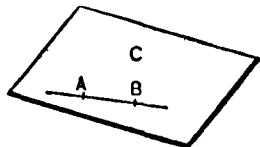
484. 一平面被決定於：

- (1) 一直線及此線外一點。
- (2) 相交二直線。
- (3) 平行二直線。

(1) 證明一平面被決定於一直線 AB 及 AB 外一點 C 。

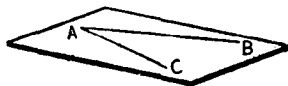
通過在直線上二點 A, B 及點 C 有一平面且祇有一平面可作。(481, 公法 A.)

直線 AB 在此面上。(481)

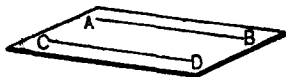


(2) 證明相交二直線 AB 及 AC 決定一平面。

〔請讀者自行證明〕



(3) 證明平行二直線 AB 及 CD 決定一平面。



由定義, 平行直線 AB 及 CD 在同一平面上。

因 AB 及點 C 決定一平面, 故平行二直線決定一平面。

485. 系. 二平面之交處是一直線。

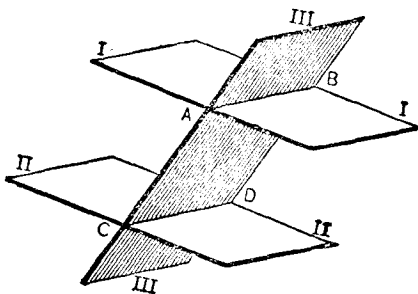
因此交處不能包含不在一直線上之三點, 故通過此三點, 祇有一平面可作。(481, 公法 B.)

習題 1. 攝影者之照相機或測量者之經緯儀何故須用三足支持?

習題 2. 不在同一平面上之四點, 決定若干平面?

命題 2. 定理

486. 平行二平面與第三平面之交處是平行。



已知 平行平面 I 及 II, 順次爲第三平面 III 交於 AB 及 CD .
證明 $AB \parallel CD$.

證明 AB 與 CD 不能相遇, 否則平面 I 及 II 當相遇.
 AB 及 CD 在同一平面上.

故 $AB \parallel CD$.

487. 系. 平行直線之夾於平行平面間者相等。

習題 1. 設一平面相交於二平行面之一, 則相交於其餘一平面。

習題 2. 設一直線相交於二平行平面之一, 則相交於其餘一平面。

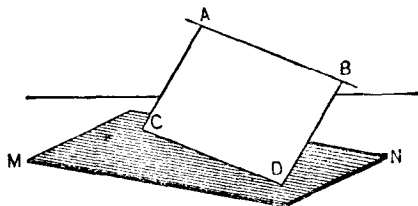
習題 3. 試指出教室中命題 2 之實例數個。

習題 4. 於命題 2 之圖中, 設 $AC \parallel BD$, 試證明 $AB = CD$.

【註】讀者須注意於立體幾何學中欲證明二直線之平行, 只證明此二直線不能相遇尙嫌不足, 尤須證明此二直線在同一平面內。

命題 3. 定理

488. 一平面含有平行二直線之一且祇含其一者，平行於其餘一線。



已知 $AB \parallel CD$ ，而平面 MN 祇含 CD 。

證明 平面 $MN \parallel AB$ 。

證明 AB 與 CD 決定一平面，交 MN 於 CD 。

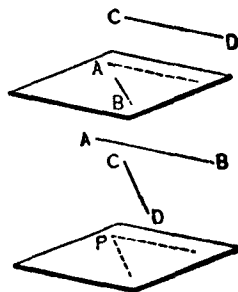
故，設 AB 遇 MN ，則必遇 MN 於 CD 。

但因 $AB \parallel CD$ ，此是不可能。

故 平面 $MN \parallel AB$ 。

489. 注意。命題 3 係作一平面平行於一已知直線 AB 之法則，用此法作圖，當先作一直線 CD 平行於已知直線 AB ，次作一平面通過 CD 。

490. 系 1. 通過已知直線可作一平面，與另一已知直線平行；又設此已知二直線不平行，則祇可作一平面。

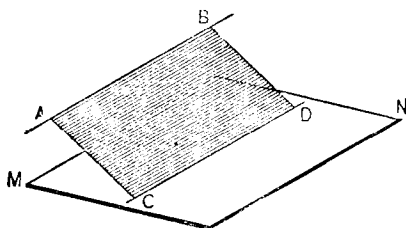


491. 系 2. 通過一已知點可作一平面與空間中任何已知二直線平行；又設此已知二直線不平行，則祇可作一平面。

習題 試作一平面平行於已知直線而通過已知二點。

命題 4. 定理

492. 直線之平行於一平面者，是平行於此平面與通過此直線之任何平面之交處。



已知 $AB \parallel$ 平面 MN ，而平面 BC 含 AB 且交 MN 於 CD 。

證明 $AB \parallel CD$ 。

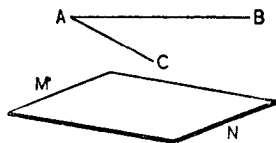
證明 AB 與 CD 不相遇，否則 AB 當遇平面 MN 。

AB 及 CD 在同一平面上。

故 $AB \parallel CD$ 。

493. 系 1. 設相交二直線各平行於已知平面，則其平面平行於已知平面。

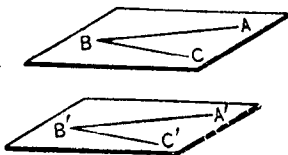
令 AB 及 AC 皆平行於 MN 。設平面 ABC 當交 MN ，則其交處當與 AB 及 AC ，俱平行，此是不可能。



494. 系 2. 設二角之邊順次平行，則其平面平行。

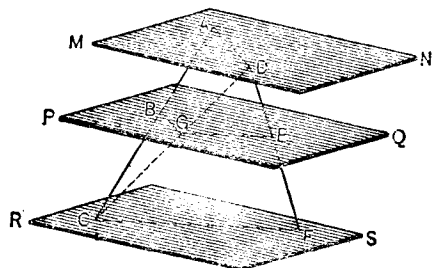
因 $AB \parallel A'B'$ ，平面 ABC 平行於 $A'B'$ ；又同理平面 ABC 平行於 $B'C'$ 。

故平面 $ABC \parallel$ 平面 $A'B'C'$ 。(系 1)



命題 5. 定理

495. 設二直線爲平行諸平面所截，則其對應線段成比例。



已知 平行平面 MN, PQ 及 RS 爲二直線順次交於 A, B, C , 及 D, E, F .

證明 $AB : BC = DE : EF$.

證明 畫 DC , 又作一平面通過 AC 及 DC , 順次交平面 PQ 及 MN 於 BG 及 AD .

則 $AD \parallel BG$. (436)

作一平面通過 DC 及 DE , 同理得

$GE \parallel F$.

故 $\frac{AB}{BC} = \frac{DG}{GC}$, 又 $\frac{DE}{EF} = \frac{DG}{GC}$. (何故?)

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$. (公理 1)

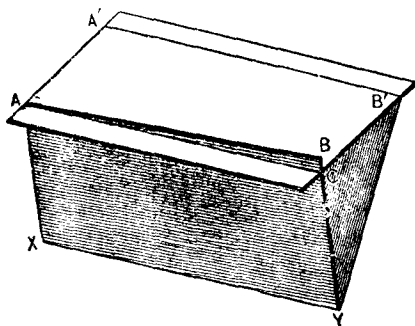
496. 系. 設通過任何一點所作諸直線爲二平行平面所交, 則其對應線段成比例。

習題 1 設平行三平面於一截線上截相等部分, 則於任何截線上截相等部分。

習題 2. 設命題 5 之圖中, $BG = 5$, $AD = 15$, $DE = 4$, 求 EF .

命題 6. 定理

497. 設二直線均平行於第三直線, 則彼此平行.



已知 $AB \parallel XY$, 又 $A'B' \parallel XY$.

證明 $AB \parallel A'B'$.

證明 作平面 AY 通過 AB 及 XY , 又作平面 $B'A$ 通過 $A'B'$ 及點 A .

令平面 AY 及 $B'A$ 相交於 AC .

平面 $B'A \parallel XY$. (488)

故 $AC \parallel XY$. (492)

但 $AB \parallel XY$. (假設)

故 AB 及 AC 重合. (公理 16)

AB 及 $A'B'$ 在同一平面上.

但 AB 及 $A'B'$ 不能相遇. (公理 16)

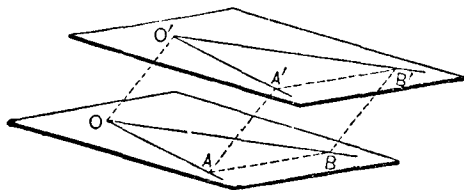
故 $AB \parallel A'B'$.

習題 設直線 AB 平行於平面 P , 又平行於另一直線 CD , 則平面 $P \parallel CD$.

【示意】 作一平面通過 AB 交 P 於直線 XY .

命題 7. 定理

498. 設不在同平面上之二角，有二邊平行而在同方向，則此二角相等。



已知 角 AOB 及 $A'O'B'$ 之二邊順次平行，而在同方向。

證明 $\angle AOB = \angle A'O'B'$ 。

證明 取 $OA = O'A'$ ，又 $OB = O'B'$ 。

畫 AA' ， BB' ， AB 及 $A'B'$ 。

AO' 是平行四邊形。

(何故?)

BO' 是平行四邊形。

(何故?)

故 AA' 等於而平行於 OO' ，

又 BB' 等於而平行於 OO' 。

故 AA' 等於而平行於 BB' 。

(公理 1.) (497)

因此 $AA'B'B$ 是平行四邊形。

又

$$AB = A'B'.$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'O'B'.$$

(何故?)

$$\therefore \angle O = \angle O'.$$

499. 定義. 交於一平面之一直線，其足是其相交之點。

500. 定義. 設一直線垂直於一平面上通過其足所畫之任何直線，則此直線垂直於此平面。

501. 定義. 設一直線垂直於一平面，則此平面垂直於此直線。