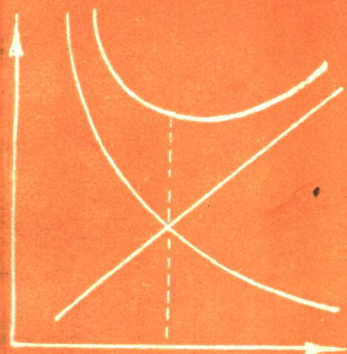
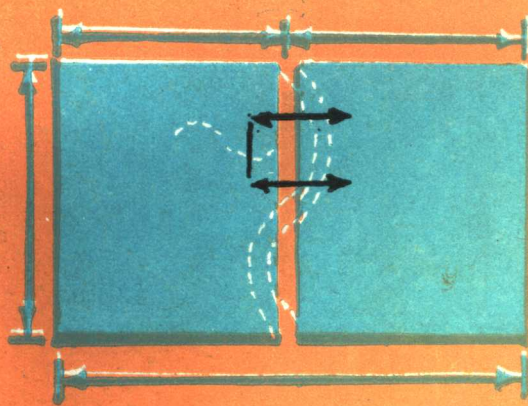


林业院校教学参考书

森林工程 运筹技术

郑登旋 王立海 编



中国林业出版社

林业院校教学参考书

森林工程运筹技术

郑登旋 王立海 编

中国林业出版社

林业院校教学参考书

森林工程运筹技术

郑登旋 王立海 编

中国林业出版社出版（北京西城区刘海胡同7号）

新华书店北京发行所发行 遵化人民印刷厂印刷

850×1168毫米32开本 9.625印张 插页1页 227千字

1990年11月第一版 1990年11月第1次印刷

印数 1—5,000册 定价：2.35元

（京）第033号 ISBN 7-5038 0609-5/TB·0152

序

运筹技术是以运筹学为基础,解决优化问题的一种新兴的技术。它在森林工程中有着广泛的应用,从生产安排、资源分配、设备配置到试验安排和施工管理,无不发挥作用,是企业实现科学管理的有力工具。

近年来,电子计算机的应用已普及到林区,为运筹技术在森林工程中的应用和推广提供了条件,可以相信,随着森工事业的发展和企业管理的现代化,森林工程运筹技术将得到更加广泛地应用,而应用的深入又必然会进一步丰富运筹技术的内容,促进理论的进展,出现日新月异的面貌。

本书试图通过简明实例,介绍森林工程运筹技术的基本原理和方法,同时阐述它在森林工程,特别是森林采运生产中的应用。运筹技术与其它工程技术不同,它是用定量化的系统思想和方法处理复杂系统的综合优化问题。研究的对象不仅是工程物质,更主要的是经济系统和管理系统,而且是通过求解数学模型求得合理的决策。因此,在求解过程中,往往要用到数学方法和技巧,对此本书力求深入浅出,偏重于方法和应用。

本书是在森林采运专业和助教进修班的自编教材《运筹学讲义》基础上,本着“结合森林工程中应用”的原则,总结了生产实践问题和教学、科研的经验,并征得了生产和设计研究部门有关人员的意见,进行改编而成。全书内容共分十章,各章分别介绍运筹技术每一分支的基本概念、求解方法和在森林工程中的应用。

用。

本书可供林业院校、林业干部学校有关专业师生及森工企业管理人员、技术人员和设计研究人员学习参考。

本书除第八、九、十章由王立海同志编写外，其它各章由本人编写。由于作者水平有限，错误之处，在所难免，敬请读者多多批评指正。

郑登旋 1988年

目 录

第一章 线性规划	(1)
§ 1 线性规划问题及其图解法	(1)
§ 2 线性规划问题的求解法	(9)
§ 3 线性规划的应用	(34)
§ 4 灵敏度分析	(55)
第二章 整数规划	(72)
§ 1 纯整数规划的求解方法	(72)
§ 2 纯整数规划的应用	(81)
§ 3 0—1规划的求解方法	(84)
§ 4 0—1规划的应用	(87)
§ 5 指派问题	(94)
第三章 动态规划	(104)
§ 1 动态规划的基本概念	(104)
§ 2 动态规划的应用	(110)
第四章 优选法	(142)
§ 1 单变量函数的优选法	(142)
§ 2 多变量函数的优选法	(155)
§ 3 优选法的应用	(165)
第五章 网络分析	(169)
§ 1 网络图	(169)
§ 2 最短路问题	(170)
§ 3 最大流问题	(173)

§ 4	最小费用最大流问题	(180)
§ 5	网络计划技术——统筹法	(182)
第六章	随机服务系统分析	(204)
§ 1	随机服务系统的基本知识	(205)
§ 2	$M/M/1$ 系统	(208)
§ 3	$M/M/c$ 系统	(215)
§ 4	随机服务系统的优化	(222)
第七章	林区道路网合理密度	(229)
§ 1	林道网的基本知识	(229)
§ 2	马秋思的林道间距理论	(239)
§ 3	林道网合理密度的计算	(248)
第八章	模拟技术	(259)
§ 1	模拟技术概述	(259)
§ 2	伪随机数的产生	(263)
§ 3	林区汽车运材过程模拟简介	(268)
第九章	存贮控制技术	(275)
§ 1	基本概念	(275)
§ 2	存贮控制技术	(277)
第十章	决策树技术	(288)
§ 1	基本概念	(288)
§ 2	决策树分析决策方法	(290)
参考文献		(295)

第一章 线性规划

线性规划是在科学管理中应用相当广泛、收效甚大的一种运筹技术，是20世纪中期科学进步的最重要标志之一。由于线性规划在理论上已经成熟，数字计算上可用电子计算机处理，应用面又很广泛，因此它是现代管理科学的重要基础和手段。随着电子计算机的日益普及，线性规划在我国林业上的应用必将日趋广泛和深入。

§ 1 线性规划问题及其图解法

1.1 问题的实例

生产过程中，往往受到一些条件的限制，如材料、劳力、资金、时间等，这是生产首要的资源条件，规划中称为约束条件。生产的效益（或费用）称为目标。表达理想目标的函数称为目标函数。线性规划就是求一组决策变量的值，使它在满足一组线性式子的约束条件下，线性目标函数值为最大或最小，下面举几个例子说明。

例1 某林场拟在地势陡峻的林地安排木材生产。其集材方式有索道集材和人力集材两种。对这两种不同的集材方式，生产每万 m^3 木材所需要的条件及利润如表1—1所示。若林场可供

采伐的林地面积为600公顷，最大林道投资为8万元，可利用的绞盘机总台时为15千台时，最多集材工为7千工日，问如何确定两种生产方式的产量，使林场得到的总利润为最大？

表 1—1 生产每万米³木材的条件及利润

生产方式 需要量 生产条件	索道集材	人工集材	可用量
林地面积（百公顷）	1	1	6
林道修建费（万元）	1	2	8
绞盘机（千台时）	3	0	15
集材工（千工日）	0	2	7
利润（万元）	3	5	

设： x_1 、 x_2 分别为索道集材方式和人工集材方式的木材产量（万米³）。则该问题的数学语言可描述如下：

考虑伐区面积不得超过600公顷的限制条件，用不等式表示为

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

同样，考虑林道投资总额，绞盘机台时数和集材工日数的限制条件，可用不等式表示为

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$

$$3x_1 \leq 15$$

$$2x_2 \leq 7$$

由于木材产量不能为负值，故有非负约束

$$x_1, x_2 \geq 0$$

在满足上述诸条件的前提下，如何使总利润最大，就是生产规划的目标。用 z 表示利润（万元），即使得目标

$$z = 3x_1 + 5x_2 \quad \text{为最大}$$

综上所述，该问题可归纳为：

目标函数： $z = 3x_1 + 5x_2$ 为最大

满足约束条件：

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 15 \\ 2x_2 \leq 7 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

例2 设今年木材生产安排在甲、乙两林场进行。已知两林场生产的木材中，每万米³含有的松木、柞木、杨木、桦木数量及每万米³成本如表1—2所示。如果今年需要松木、柞木、杨木、桦木的数量分别不少于120、45、20、90（千米³）问如何确定甲、乙两林场的木材产量才能使总的生产成本最小？

表1—2 每万米³木材的树种含量及成本

含量 \ 林场 树种	甲	乙	需材量 (千米 ³)
松木 (千米 ³)	1	4	≥ 120
柞木 (千米 ³)	1	1	≥ 45
杨木 (千米 ³)	2	0	≥ 20
桦木 (千米 ³)	3	2	≥ 90
成本 (百万元)	1	2	

这个问题的数学语言可描述如下：

假设： x_1 、 x_2 分别为甲、乙林场生产的木材量（万米³）。考虑到今年对四个树种需材量的要求，即可列出四个不等式

$$x_1 + 4x_2 \geq 120$$

$$x_1 + x_2 \geq 45$$

$$2x_1 \geq 20$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 90$$

考虑非负约束, 即有

$$x_1, x_2 \geq 0$$

在满足上述条件下, 如何使得总成本最小, 是该问题的目标。用 z 表示总成本(百万元), 即使目标

$$z = x_1 + 2x_2 \quad \text{为最小}$$

综上所述, 该问题可归纳为:

目标函数: $z = x_1 + 2x_2$ 为最小

满足约束条件

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 \geq 120 \\ x_1 + x_2 \geq 45 \\ 2x_1 \geq 20 \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 90 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

例3 设有 A_1 、 A_2 、 A_3 三个木材产地需调出木材量分别为7、5、9万米³。另有 B_1 、 B_2 、 B_3 、 B_4 四个销地需调入木材量分别为3、7、5、6万米³, 各木材产地与销地之间都可以运材。其单位运价如表1—3所示。问在满足产销要求的条件

表1—3 单位运价表

单位: 万元/万米³

产地 \ 销地	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	3	11	3	10
A_2	1	9	2	8
A_3	7	4	10	5

下，如何组织调运，使总运费最省？

设：在满足产销平衡的条件下，调运量如产销平衡表（见表1—4）所示。表中 x_{ij} 表示由 A_i 运至 B_j 的运量（万米³）。

表1—4 产销平衡表

单位：万米³

销地 产地	B_1	B_2	B_3	B_4	产 量
A_1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	7
A_2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	5
A_3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	9
销 量	3	7	5	6	

该问题用数学语言可描述为：

目标函数：

$$z = 3x_{11} + 11x_{12} + 3x_{13} + 10x_{14} + x_{21} + 9x_{22} + 2x_{23} + 8x_{24} + 7x_{31} + 4x_{32} + 10x_{33} + 5x_{34}$$

为最小

满足约束条件：

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 7$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 5$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 9$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 3$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 7$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 5$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} = 6$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad (i=1, 2, 3; j=1, 2, 3, 4)$$

可以看出，该问题的约束方程系数矩阵有其特殊性：每列只有

两个元素为 1, 其余元素都为零, 这类规划问题特称为运输问题。

以上几个例子的问题称之为线性规划问题。它们都属于同一类的优化问题, 其共同的特征是:

1. 用一组决策变量 ($x_1, x_2, \dots, x_n$,) 表示某规划方案。通常, 决策变量取值为非负。

2. 存在一定约束条件, 并用等式或不等式表示。

3. 要求目标函数实现最大化或最小化。

4. 满足三个基本假设:

①比例性: 资源的利用量和由此产生的收益 (或费用) 必须同每一个决策变量成正比。

②可分性: 决策变量的最佳值可以是一个分数 (或小数)。即最优解无论是整数或分数都有实际意义。

③可加性: 所利用 (或提供) 的资源总量及总收益 (或总费用) 等于每种产品相应的各分量之和。

上述的三个基本假设表示所有的约束和目标函数必须是决策变量的线性组合。另外还假定, 约束条件和目标函数中, 所有的系数均为已知的常数而不取随机值。

线性规划问题的数学表达式

$$\max (\text{或} \min) z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \quad (1.1)$$

$$\left. \begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq (=, \geq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq (=, \geq) b_2 \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq (=, \geq) b_m \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (1.3)$$

称之为线性规划的数学模型。

式 (1.1) 称目标函数; 式 (1.2) 与式 (1.3) 称约束条件, 其中式 (1.3) 也称非负条件。

式中: $c_1, c_2, \dots, c_n$ 称价值系数;

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{ij}, \dots, a_{mn}$ 称约束条件系数;

$b_1, b_2, \dots, b_m$ 称限定常数。

1.2 图解法

图解法是在直角坐标系中用图解方法求线性规划问题的解。

现以例 1 说明图解法的过程。例 1 的数学模型为:

$$\max z = 3x_1 + 5x_2$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 3x_1 \leq 15 \\ 2x_2 \leq 7 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

它的约束条件可看成 6 个半平面交成的六边形 (图 1-1 中阴影部分)。

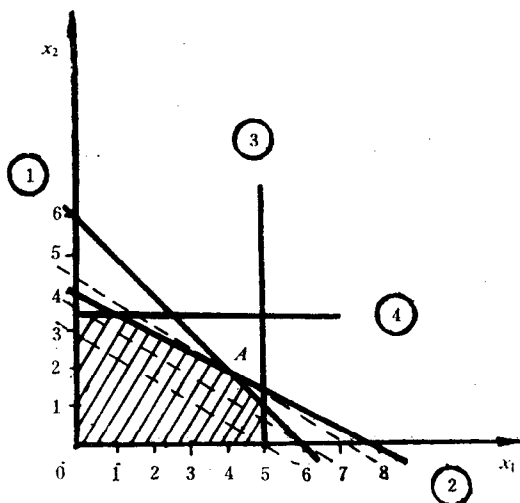


图 1-1

图 1—1 6 条边界线方程分别为

$$\textcircled{1} x_1 + x_2 = 6 \quad \textcircled{2} x_1 + 2x_2 = 8 \quad \textcircled{3} 3x_1 = 15$$

$$\textcircled{4} 2x_2 = 7 \quad \textcircled{5} x_1 = 0 \quad \textcircled{6} x_2 = 0$$

阴影范围内任一点 (x_1, x_2) 都是该问题的一个解 (可行解), 整个六边形区域为解的集合 (可行域)。

从目标函数 $z = 3x_1 + 5x_2$ 看, 可以认为是一簇以 z 为参数的平行线 (图 1—1 中虚线所示)。将其改写成 $x_2 = -\frac{3}{5}x_1 + \frac{2}{5}z$ 后即可看出, 直线的斜率为 $-\frac{3}{5}$, 截距为 $\frac{2}{5}z$ 。每条线都有一个 z 值与之对应。就是说, 位于同一直线的点, 具有相同的 z 值。因此, 这些平行线称之为等值线。显见, 等值线上移时, z 值相应地增大, 在所有通过可行域 (六边形) 的各条等值线中, 以通过 A 点的等值线, 其 z 值最大 (截距 $\frac{2}{5}z$ 最大)。所以, A 点的坐标值即为最优解, 相应的 z 值为目标函数值。 A 点坐标可由方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 + 2x_2 = 8 \end{cases}$$

解得 $x_1 = 4, x_2 = 2$ 相应地

目标函数值 $z = 3 \times 4 + 5 \times 2 = 22$

结果说明, 例 1 问题最优的生产方案是: 索道集材方式生产 4 万米³, 人工集材方式生产 2 万米³, 可得最大利润 22 万元。

通过图解法可得出如下结论 (不证):

(1) 线性规划问题的可行域一般是凸多边形 (凸集), 若存在最优解, 则一定在可行域的某点处得到。这是线性规划的基本原理之一。

(2) 若有两个顶点同时得到最优解, 则这两顶点连线上的任意一点都是最优解 (有无穷多组解)。

(3) 若可行域为空集, 则问题无解。

(4) 若可行域无界, 则最优解可能无界。如图 1—2 所示

的无界可行域相应约束条件为

$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

显然，在该可行域内求极大化问题，等值线将无限上移，故最优解无界。

图解法虽简单，直观，但它只适用于解两个决策变量的问题。对于多变量的线性规划问题，图解法是无能为力的。

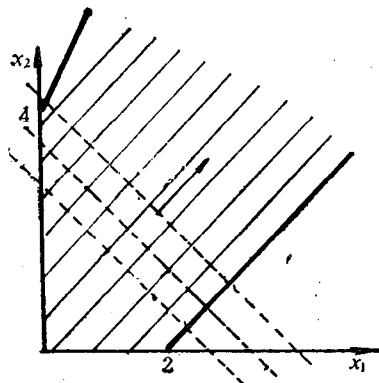


图 1-2

§ 2 线性规划问题的求解法

2.1 线性规划问题的标准型及其解的概念

1. 线性规划数学模型的标准化

线性规划数学模型有各种不同的形式，为了便于以后讨论，规定了线性规划问题的标准型为：

$$\max z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \cdots + c_n x_n \quad (1.4)$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots \end{cases} \quad (1.5)$$

.....

$$\begin{cases} a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \\ x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \end{cases} \quad (1.6)$$

式中: n —— 变量个数

m —— 约束条件数 (不包括非负约束条件)

其缩写形式为

$$\max z = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i & i = 1, 2, \dots, m \\ x_j \geq 0 & j = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

这里规定 $b_i \geq 0$, 否则等式两边同乘以 -1 。

有时也可以用向量和矩阵表示为:

$$\max z = CX$$

$$AX = b$$

$$X \geq 0$$

其中:

$C = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ 称为价值向量

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 称为决策向量

$b = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ 称为限定向量

$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$ 称为约束方程组系数矩阵

若用

$$p_1 = \begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{pmatrix}; \quad p_2 = \begin{pmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{pmatrix}; \quad \dots; \quad p_n = \begin{pmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{则}$$

$$A = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$