



王建民 董世奎 主编

特级教师 讲数学

初中一年级



科学普及出版社

中学生家教丛书

特级教师讲数学

(初中一年级)

王建民 董世奎 主 编

科学普及出版社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

特级教师讲数学：初中一年级/王建民，董世奎主编。
—北京：科学普及出版社，1998
(中学生家教丛书)
ISBN 7-110-04579-X

I. 特… II. ①王… ②董… III. 数学课—初中—教
学参考资料 IV. 6633.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 37727 号

科学普及出版社出版

北京海淀区白石桥路 32 号 邮政编码：100081

电话：62179148 62173865

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国文联印刷厂印刷

*

开本：850 毫米×1168 毫米 1/32 印张：9.25 字数：240 千字

1999 年 1 月第 1 版 1999 年 1 月第 1 次印刷

印数：1—10 000 册 定价：11.70 元

(凡购买本社的图书，如有缺页、倒页、
脱页者，本社发行部负责调换)

《中学生家教丛书》编委会

主	编	王建民	董世奎		
编	委	陈育林	林生香	李裕德	刘振贵
		王建民	董世奎	郭颖琪	
编	者	刘朝奎	刘 维		

责任编辑	桂民荣
封面设计	方 芳
正文设计	李 伟
责任校对	赵丽英
责任印制	李春利

出版说明

随着我国教育改革的深入发展,根据教育部有关教育改革的最新精神,我社特邀请部分北京市著名特级教师编写了《中学生家教丛书》。

《中学生家教丛书》是一套涵盖中学主要课程的自学自测导向教程。其主要特点是:

1. 注重素质教育,内容新颖 充分体现教育改革的精神,按照素质教育的要求,注重对学生学习能力的培养和学习方法的指导,帮助学生扎扎实实学好基础知识,拓宽学习思路,掌握学习方法,提高分析问题和解决问题的能力。

2. 与现行教材同步,实用性强 在编写中根据各年级、各学科的特点,按照教育部最新教学大纲和考试大纲的要求,与最新现行教材同步,由浅入深地帮助学生更好地理解 and 掌握书本知识,顺利地通过各科考试。

3. 突出学习重点,针对性强 各学科有的放矢地抓重点、难点进行通俗讲解,精辟分析和精要习题训练,以帮助学生达到举一反三、触类旁通的目的。

4. 编写队伍强,权威性高 本丛书各学科全部由北京市著名特级教师担任主编,参加编写工作的都是学科带头人、优秀教师。他们不仅具有丰富的教学经验,同时善于指点迷津,使学生在学习中少走弯路,取得事半功倍的效果。

本套丛书的编写是在总结和吸收众多成功指导学生经验的基礎上编写的,是编写者在长期的教学实践中不断研究和工作经验的结晶。

我们衷心地希望读者通过本套丛书的学习,进一步激发学习兴趣,切实有效地达到素质教育的目的。并殷切期盼本套丛书出版面世后,能得到更多读者的关注和听到更多读者的意见,以便我们改进不足之处,使之不断完善。

前 言

《中学生家教丛书 特级教师讲数学》是依据教育部制定的《全日制中学数学教学大纲》，与现行的中学数学教材配套编写的，并体现了教育部 1998 年关于推进中小学素质教育的最新精神。

本丛书的编写目的是为了使学生在数学学习过程中，既能学到扎实的数学基础知识，又能提高自学能力；既能突出重点，又能突破难点；既能提高解题技巧，又能提高数学思维品质和数学思维能力。

为了便于配合课堂教学，本丛书的编写为初一到高二仍以课本的章节为序，高三以章为序。在每节（章）中，有学法指导，重点、难点，解题能力指导，精要练习四个栏目。对于如何学好本节（章）知识的学习方法给予指导，对本节（章）知识的内在联系作了系统的说明，并结合典型例题对本节（章）的重点、难点作了深入的分析。特别突出了教会学生自觉地运用数学思想解题，引导学生提高数学思维能力。不仅学会解题方法，更重要的是学会不断归纳、概括数学的规律，理解解法实质，做到触类旁通，从而能灵活运用知识。另外本套丛书对重点内容作了必要的引申，加大了综合练习的力度，增强了解题能力的训练。

本套丛书是配合课堂教学的一套很好的课外同步读物，也可作为教师教学参考书。

书中的缺点、错误，欢迎读者批评指正。

编 者

1998 年 12 月

目 录

代数部分

第一章 代数初步知识	(1)
一、代数式	(1)
二、公式、简易方程	(20)
第二章 有理数	(27)
一、有理数的意义	(27)
二、有理数的运算	(43)
第三章 整式的加减	(73)
一、整式	(73)
二、整式的加减	(82)
第四章 一元一次方程	(98)
一、等式和方程	(98)
二、一元一次方程的解法和应用	(110)
第五章 二元一次方程组	(133)
一、二(三)元一次方程组	(133)
二、一次方程组的应用	(152)
第六章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(161)
一、一元一次不等式	(161)
二、一元一次不等式组	(180)
第七章 整式的乘除	(194)
一、整式的乘法	(194)
二、乘法公式	(208)
三、整式的除法	(219)

几何部分

第一章 线段、角	(231)
一、直线、射线、线段	(231)
二、角	(241)
第二章 相交线、平行线	(253)
一、相交线、垂线	(253)
二、平行线	(265)
三、命题、定理、证明	(278)

代 数 部 分

第一章 代数初步知识

一、代数式

【学法指导】

1. 本单元的主要内容

用字母表示数,代数式的概念,列代数式表示简单的数量关系,代数式的值的概念,求代数式的值.

2. 本单元的学习目标

(1)了解用字母表示数的意义,会用字母表示已学过的数.

(2)了解代数式的概念,能用正确的格式书写代数式.会列代数式表示简单的数量关系.反过来,给出一个代数式,也会用语言叙述它所表示的数学意义.

(3)了解代数式的值的概念,会求代数式的值.

3. 知识要点概述

(1)用字母表示数是数学的一大进步,它使具体数学问题的研究具有了更普遍的意义.如加法交换律用字母表示为 $a+b=b+a$ 后,由于 a, b 表示的是任意两个数,所以该式能够简明地表达任意两数相加,交换加数的位置后和不变这一普遍性的原理.

用字母表示数时应注意以下几点:

①某字母所表示的数有无确定的取值范围,如有,应作必要的说

明. 如“字母 a, b 取自然数”, 当有了该说明后, a, b 便不能表示自然数以外的任何数, 但可以是自然数中的任意数.

②在同一个式子中, 相同的字母表示相同的数, 不同的字母一般表示不同的数.

③在同一个问题中, 用不同的字母表示不同的量. 如三角形面积公式中, 面积用 S 表示, 底和高分别用 b 和 h 表示.

④用字母表示数后, 字母也可以参与运算, 如 $a+a+a=3a$.

⑤随着字母表示数的普及, 许多量和常数的表示, 人们在选用字母时都形成共同的习惯, 如面积用 S 表示, 高用 h 表示, 圆的半径用 R 表示, 圆周率用 π 表示, 未知数用 x, y, z 表示等. 我们在运用时要效仿而不要随意标新立异.

⑥用字母表示数时, 由于字母在式子中的位置或它所表示的实际量的限制, 它的取值也要受到一定的限制. 如式子 $\frac{a}{b}$ 中, b 不能取 0; 当用 n 表示人数时, n 不可以取分数、负数等.

(2)要简明地表示数量之间的关系, 往往用代数式. 什么是代数式呢? 代数式是用代数运算符号(运算包括加、减、乘、除以及以后要学的乘方、开方)把数、表示数的字母连接而成的式子. 单独一个数字或字母也叫代数式. 这里应该指出, “ $=$ 、 $>$ 、 $\leq$ …”都是非运算符号, 式中只要有它们参与连接, 该式就不是代数式; 而括号(小、中、大)属于基本运算符号, 在代数式中经常使用.

(3)用正确的格式书写代数式应注意以下几点.

①字母和数、字母和字母相乘时, 通常把乘号“ $\times$ ”记作“ $\cdot$ ”, 或者省略不写, 如 $a \times b$ 写作 ab , $5 \times a$ 写作 $5 \cdot a$ 或 $5a$, 但数和数相乘时仍写“ $\times$ ”号.

②数字和字母相乘时, 数字因数要写在字母因数的前面, 如 $(a+b) \times 5$ 写作 $5(a+b)$.

③若数字因数是带分数, 要把带分数化成假分数, 如 $(a+b) \times$

• $1\frac{1}{4}$ 写作 $\frac{5}{4}(a+b)$.

④代数式中的除的关系一般写成分数形式,如 $a \div b$ 写成 $\frac{a}{b}$.

⑤几个字母因数相乘,通常按字母表顺序排列书写.如 $bc \times \frac{1}{2}ad$ 写作 $\frac{1}{2}abcd$.

⑥代数式后面有单位,若最后运算是乘除的,单位直接写在后面,如 $12(a+b)$ 米²;若最后运算是加减的,如 $12ab + \pi R^2$,则必须先用括号把式子括起来,再写单位,即 $(12ab + \pi R^2)$ 米².

(4)把简单的表示数量关系的语句写成代数式,一般应按下面的思路进行.

①列代数式前,首先要读懂语句中数量之间的关系.语句中类似“大、小、多、少、和、差、积、商、是……倍、多……倍、是几分之几……”这样的字眼是反映数量之间关系的关键词语,通过分析理顺运算种类和运算顺序.

②然后根据文字叙述的先后层次,用相应的运算符号及括号把数和表示数的字母连接起来,得到所求的代数式.要表示先乘除后加减的运算不必用括号,如 a 的一半与 b 的 2 倍的和,写作 $\frac{1}{2}a + 2b$;而要先表示先加减后乘除的运算就必须用括号,如 a 与 b 的和的一半,写作 $\frac{1}{2}(a+b)$.

(5)一般地,用数值代替代数式里的字母,按照代数式指明的运算计算出的结果,叫做代数式的值.由于代数式的值是由其中字母的取值确定的,所以代数式的值一般要随着字母取值的变化而变化.因此在谈代数式的值时,应该说明是当字母取哪个值时的代数式的值,而不应笼统地说代数式的值.

【重点·难点】

1. 本单元的重点是列代数式

由于运用数学方法处理实际问题,常常需要把问题中的数量关系用代数式表示,所以列代数式不仅是本单元的重点,而且在整个初中阶段都有广泛的应用.特别是初中代数的一个难点——列方程解应用题与之关系尤为密切,所以,从一开始就要抓住这个重点不放,认真把它学好.

2. 本单元的难点也是列代数式

突破难点的关键,是要在基本数量关系的语言表述与代数式表示之间的互组上狠下功夫,这是初中代数的一个基本功,要适当多做一点练习.

【解题能力指导】

例 1 (1)用字母表示分数的性质:一个分数的分子和分母同乘以一个不是零的数,分数的值不变.

(2)若 n 是整数,请列式表示:①奇数;②三个连续奇数;③偶数;④三个连续偶数;⑤三个连续整数;⑥能被 5 整除的数;⑦不能被 5 整除的整数.

分析:(1)如果一个分数的分子和分母分别用字母 a 和 b 表示,且用字母 c 表示一个不是零的数,那么分数的性质“一个分数的分子和分母同乘以一个不是零的数,分数的值不变”可用字母表示为

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}.$$

(2)已知 n 是整数,那么 n 可能是偶数也可能是奇数,但 $2n$ 则一定是偶数,那么 $2n+1$ 或 $2n-1$ 则一定是奇数.任意两个连续奇数或偶数,大数减去小数的差总等于 2,因此只要写出任一奇数或偶数,与其连续的奇数或偶数就都能写出.若写三个连续整数则更容易一些.能被 5 整除的数,一定是 5 的整数倍,不能被 5 整除的整

数,若有余数,则余数可能是1,2,3,4中的某一个.

解:(1) $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ ($c \neq 0$).

(2) ① $2n+1$;

② $2n-1, 2n+1, 2n+3$;

③ $2n$;

④ $2n-2, 2n, 2n+2$;

⑤ $n-1, n, n+1$;

⑥ $5n$;

⑦ $5n+1, 5n+2, 5n+3, 5n+4$.

点评:(1)题勿丢掉条件($c \neq 0$).虽然该题中字母 b 也是不能为0的,但因为用字母 b 表示的是原分数的分母,而原分数的分母是不会为0的,否则无意义.因此,不必再有($b \neq 0$)的说明.

(2)题中有些答案不唯一.比如①也可写作 $2n-1$;②可写作 $2n+1, 2n+3, 2n+5$ 等,恕不一一列举.小学尚未学负整数,初一第二章学过负整数后可知,上述答案对于负整数依然成立.

例2 已知字母 a 表示小学所学的数,试比较 a 与 $2a$ 的大小.

分析:初学用字母表示数,许多人对字母表示数的任意性还不适应,遇本题往往一看就贸然得出结论: $a < 2a$,而不是对小学所学过的全部数进行讨论.小学都学过那些数呢?有自然数、零、正分数(包括小数).若 a 取自然数或正分数时, $a < 2a$;若 a 取零时, $a = 2a$.由于字母 a 可取上述数中的任意一种,所以比较 a 与 $2a$ 的大小,存在着两种不同情况,要进行讨论.

解:(1)当 a 取自然数或正分数时, $a < 2a$;

(2)当 $a=0$ 时, $a=2a$.

点评:学完第二章有理数后可知,如若 a 允许取负值的话,将会有 $a > 2a$.

例 3 下列各式中哪些是代数式？不是代数式的请说明理由．

(1) $\frac{x+3}{2}-7$; (2) $(a+b)+c=a+(b+c)$; (3) 1 ; (4) x ;

(5) $1+2\times 3$; (6) $a+b>a-b$; (7) $S=\frac{1}{2}\pi R^2$.

分析：代数式是用基本的运算符号把数、表示数的字母连接而成的式子．单独的一个数或者一个字母也是代数式．

解：根据上述定义可知：(1)，(3)，(4)，(5)是代数式．

(2)，(7)由于式中含有“=”号，所以不是代数式是等式．

(6)式中含有“>”号，是不等式而非代数式．

例 4 用字母 a 表示某数，用代数式表示：

(1)某数的 3 倍与 3 的和；

(2)某数与 3 的和的 3 倍；

(3)某数的 3 倍与 3 的和的一半；

(4)某数的一半与 3 的和的 3 倍；

(5)某数的平方与这个数的 $\frac{1}{3}$ 的和；

(6)某数的 $\frac{1}{3}$ 与这个数的和的平方．

分析：上述语句中(1)与(2)、(3)与(4)、(5)与(6)选词用语虽十分相似，但由于词语的搭配不同，使得语句中的数量关系各不相同，要注意分析它们的区别。在列以上各代数式时，应以某数 a 为出发点，按照语句的叙述顺序分层次来列．

解：(1) $3a+3$; (2) $3(a+3)$;

(3) $\frac{1}{2}(3a+3)$; (4) $3\left(\frac{1}{2}a+3\right)$;

(5) $a^2+\frac{1}{3}a$; (6) $\left(\frac{1}{3}a+a\right)^2$.

点评：列代数式时要正确使用括号．由于数的有关运算规律也适用于代数式，所以，要表示先乘方、再乘除、最后加减的运算不必使用括号，而要改变这种运算顺序一定要加括号，如(2)，(3)，(4)，(6)．

例 5 用代数式表示:

(1) x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的差的 2 倍;

(2) a, b 之积的 4 倍与 b 的立方的差;

(3) a 与 b 的平方的和与 a 与 b 的平方的差的商.

分析: 用代数式表示表述一定数量关系的语句, 应从分析语句的层次着手. 一般说语句中有一个“的”字就有一层意义, 各个层次之间有的是并列关系, 有的是递进关系. 层次搞清了, 再看每一层是何种运算, 各层之间的运算顺序如何.

(1) x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的差的 2 倍. 此语句中有三个“的”字, 含三层意义. 第一层 x 的 $\frac{1}{2}$, 用代数式表示是 $\frac{1}{2}x$; 第二层 x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的差, 用代数式表示是 $\frac{1}{2}x - y$; 第三层 x 的 $\frac{1}{2}$ 与 y 的差的 2 倍, 用代数式表示是 $2(\frac{1}{2}x - y)$. 三层依次递进.

(2) a, b 之积的 4 倍与 b 的立方的差. 此语句中有四个“的”字 (之相当于是), 含四层意义. 第一层 a, b 之积, 用代数式表示是 ab ; 第二层 a, b 之积的 4 倍, 用代数式表示是 $4ab$; 第三层 b 的立方, 与第二层是并列关系, 用代数式表示是 b^3 ; 第四层 a, b 之积的 4 倍与 b 的立方的差, 用代数式表示是 $4ab - b^3$. 在递进中含有并列关系.

(3) a 与 b 的平方的和与 a 与 b 的平方的差的商. 此语句中有五个“的”字, 含五层意义. 第一层 b 的平方, 用代数式表示是 b^2 ; 第二层 a 与 b 的平方的和, 用代数式表示是 $a + b^2$; 第三层同第一层; 第四层 a 与 b 的平方的差, 用代数式表示是 $a - b^2$; 二四两层是并列关系; 第五层 a 与 b 的平方的和与 a 与 b 的平方的差的商, 用代数式表示是 $\frac{a + b^2}{a - b^2}$.

解: (1) $2\left(\frac{1}{2}x - y\right)$; (2) $4ab - b^3$; (3) $\frac{a + b^2}{a - b^2}$.

点评:注意观察以上语句的最后一个字“倍、差、商”,它指明了最后一次运算的种类,多数语句都有这一特点,学习时请留意.

例6 选择正确答案.

(1)代数式 $\frac{a+b}{2}$ 的意义是().

- A. a 与 b 和的一半
- B. a 与 b 的和除以 2 的商
- C. a 加上 b 除以 2
- D. a 加上 b 的和的 $\frac{1}{2}$

(2)代数式 $\frac{x+y}{xy}$ 的意义是().

- A. x 与 y 的和除 x 与 y 的积
- B. x, y 的和与 x, y 的积的商
- C. x 加 y 除以 x 乘以 y
- D. x 与 y 的积除以 x 与 y 的和

分析:对于一个给定的代数式,它所表示的数和字母的运算关系是唯一的.而对于这个代数式的语言叙述因为具体说法没有统一规定,所以常常有几种说法,但无论哪种说法都要以简明而又不致引起误会为出发点.

(1)中 A 与 D 的措辞虽有不同,但说法可以看作是一个.由于除以一个数等于乘上这个数的倒数,所以 B 与 A, D 等效,它们的叙述都是正确的. C 说法如若是边写边读,一般也不会有什么误会,也就没有必要讨论其是否严谨.若脱离了边写边读的环境,它就会使人得出两种不同的解释而无法取舍. a 加上 b 除以 2 是 $a + \frac{b}{2}$ 呢? 还是 $\frac{a+b}{2}$ 呢? 若是前者应叙述为 a 与 b 的一半的和,以和结尾说明其最后的运算是加法.若是后者 A, B, D 皆可, C 不妥.

(2)中(B)的叙述是正确的. A, D 中除与除以用反了,另外 A“除

x 与 y 的积”及 B“除以 x 与 y 的和”说法也都不够严谨,会有两种解释,不足取. C 的说法更加含混不清,不知是 $\frac{x+y}{x} \cdot y$, 还是 $\frac{x+y}{xy}$, 还是 $(x+\frac{y}{x})y$, 边读边写哪种都行.

解:(1)正确答案 C.

(2)正确答案 B.

点评:对于已知代数式意义的叙述是否正确,可根据这一叙述再列代数式来检验. 如果只能列出原代数式,说明正确. 如果列不出原代数式或能列出几个不同的代数式,说明该叙述错误或不严谨.

例 7 填空.

(1)汽车 t 小时行 S 千米,假若保持速度不变, T 小时可行 _____ 千米.

(2)某车间今年的产值是 a 万元,比去年增加了 $b\%$,去年的产值是 _____ 万元;若这个车间去年的产值是 c 万元,今年增加了 $b\%$,今年的产值是 _____ 万元.

(3)一个两位数,十位数字是 a ,个位数字与十位数字的和是 b ,这个两位数是 _____.

(4)食堂购煤 a 千克,计划烧半个月(一个月按 30 天计). 由于节约用煤,结果比计划多烧了 5 天. 节煤后每天用煤比原计划少 _____ 千克.

分析:已知数据已用字母表示出来,要求我们利用题中已知条件列代数式表示未知量,即不列方程解用字母表示数的应用题. 这比例 4、例 5 依据基本数量关系的语言表述列代数式又增加了一层难度.

(1)由于速度 = $\frac{\text{路程}}{\text{时间}}$, 所以汽车速度是 $\frac{S}{t}$ 千米/时;又由于路程 = 速度 $\times$ 时间,所以汽车 T 小时所行的路程是 $\frac{S}{t} \cdot T$ 千米.

(2)前后两问已知未知正好相反,又因为都是以去年产值为标