高职高专建筑工程系列教材

建筑力学［下］

JIANZHU LIXUE

主　编　赵志平
副主编　陈维愿

重庆大学出版社

建 筑 力 学

（下）

主　编　赵志平
副主编　陈维愿

重庆大学出版社

内容简介

本书是高职高专建筑工程专业系列教材之一。依据教育部高等职业技术教育土建类专业力学课程的基本要求编写而成,全书精选了理论力学、材料力学和结构力学的有关内容,并进行了适当地重组、整合,使之融会贯通、理论体系明晰、通俗易懂、实用性强,力求反映高职教材特色。

全书分上、下两册,共计五篇19章。上册共两篇9章,包括绪论,第一篇刚体静力分析:静力学基础知识、平面汇交力系和平面力偶系、平面一般力系、空间力系,第二篇杆件承载能力分析:内力及内力图、平面图形的几何参数、杆件的应力与强度计算、杆件的变形和刚度校核、压杆稳定。下册共三篇10章,包括第三篇静定结构分析:平面结构体系的几何组成分析、静定结构的内力计算、静定结构的位移计算,第四篇超静定结构分析:力法、位移法、力矩分配法与剪力分配法、近似计算方法,第五篇专题:影响线、动荷载、结构动力计算基础。

本书可作为高职高专院校、成人高校建筑工程专业的教材,其中上册也可作为工程预算与管理专业、工程造价专业、建筑装饰、园林、城市规划等土木类专业的教材,也可供相关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

建筑力学. 下册/赵志平主编. 一重庆:重庆大学出版社,2004.8
(高职高专建筑工程系列教材)
ISBN 7-5624-2678-3

Ⅰ.建... Ⅱ.赵... Ⅲ.建筑力学—高等学校:技术学校—教材 Ⅳ.TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第067619号

建筑力学
(下)
主　编　赵志平
副主编　陈维愿
责任编辑:彭　宁　　版式设计:彭　宁
责任校对:蓝安梅　　责任印制:秦　梅
*
重庆大学出版社出版发行
出版人:张鸽盛
社址:重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内
邮编:400030
电话:(023) 65102378　65105781
传真:(023) 65103686　65105565
网址:http://www.cqup.com.cn
邮箱:fxk@cqup.com.cn (市场营销部)
全国新华书店经销
重庆铜梁正兴印务有限公司印刷
*
开本:787×1092　1/16　印张:16.75　字数:418千
2004年8月第1版　　2004年8月第1次印刷
印数:1—5 000
ISBN 7-5624-2678-3/TU · 143　　定价:23.00元

前 言

本书是按2003年10月在重庆由重庆大学出版社召集的相关高等职业院校建筑工程专业教材座谈会的精神,结合编者长期教学实践经验和高职高专学生的特点编写而成。在内容体系的组织上,本书精选了理论力学、材料力学和结构力学的有关内容,并进行了适当地重组、整合,使之融会贯通、理论体系明晰、通俗易懂、实用性强,力求反映高职教材特色。

全书分上、下两册,共计5篇19章。上册共两篇9章,包括绪论,第一篇刚体静力分析:静力学基础知识、平面汇交力系和平面力偶系、平面一般力系、空间力系,第二篇杆件承载能力分析:内力及内力图、平面图形的几何参数、杆件的应力与强度计算、杆件的变形和刚度校核、压杆稳定。下册共三篇10章,包括第三篇静定结构分析:平面结构体系的几何组成分析、静定结构的内力计算、静定结构的位移计算,第四篇超静定结构分析:力法、位移法、力矩分配法与剪力分配法、近似计算方法,第五篇专题:影响线、动荷载、结构动力计算基础。

在本书编写的过程中,编者高度重视高职高专的教学特点,对内容的选取以必要和够用为度,以讲清概念、强化应用为重点,突出培养学生分析问题和解决问题的能力。另外,在内容的编排上,还特别注意了与后继课程的联系,为了体现出建筑工程专业系列教材的特色,我们主要做了如下的工作:

1. 现行的教材在内力符号的选用上特别混乱,这也是力学教师特别头疼的一件事,例如剪力的符号有用 V 的,有用 Q 的,有用 F_S 的,也有用 F_Q 的等。我们则采用了建筑规范规定的符号,使整个专业所有课程的符号选用保持一致,这样做既有了统一的标准,也可使学生避免不必要的麻烦。

2. 在教材内容的安排上,则尽量考虑到后继课的需要,例如,在位移法中作为例题很自然地加上了连续梁的内力应用图表,在建筑结构中可直接查用;还有在剪力分配法中,有一计算结果表明短柱上的剪力要比长柱上的大,我们则结合施工和抗震,并通过在实际地震中的结构破坏插图给以形象的解释。这样做除了加强与后继课的联系外,对力学课本身的学习也大有帮助,能够很有效地降低学生对力学课的抽象感和空洞感,增强其学习的目的性。

具体参加本书编写工作的人员有:河北工业职业技术学院赵志平(第1、2、3、5、10、13、14、15章);重庆工程职业技术学院张冬秀(第4、6章);太原大学郑红勇(第7、8章和附录);中铁咸阳管理干部学院常丽(第9章);陕西理工学院陈维愿(第11、17、18、19章);大同职业技术学院王晨(第12、16章)。

本书由河北工业职业技术学院赵志平任主编,陕西理工学院陈维愿任副主编。

本书可作为高职高专院校、成人高校建筑工程专业的教材,其中上册也可作为工程预算与管理、工程造价、建筑装饰、园林、城市规划等土木类专业的教材,也可供相关工程技术人员参考。

在教材的编写过程中,得到了编者所在院系领导的大力支持,在此表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,难免出现错误和不妥之处,恳请读者及同行批评指正,以便再版时修订。

编者

2004年2月

目录

第三篇 静定结构分析

第四篇 超静定结构分析

第五篇　专　题

第三篇　静定结构分析

静定结构是无多余联系的几何不变体系，其全部反力和内力都可由静力平衡条件确定。本篇主要研究静定结构的内力计算和静定结构的位移计算，这些都是第四篇超静定结构分析的基础。

第10章 平面杆系的几何组成分析

建筑力学的任务之一就是研究结构的组成规律和合理形式，判断杆系的几何稳定性。而几何组成分析就是讨论有关杆系的几何稳定性方面的问题。本章首先介绍平面杆件体系几何组成分析的目的和基本概念；然后重点介绍平面几何不变体系的三个组成规则；最后通过实例分析说明三个基本规则的应用技巧。

研究平面杆件体系的几何组成规则其目的有两个：一是使杆系满足稳定性的要求，以便作为结构在实际工程中使用；二是区分结构是静定的还是超静定的，进而在结构分析时为其选择不同的计算方法。

10.1　概　述

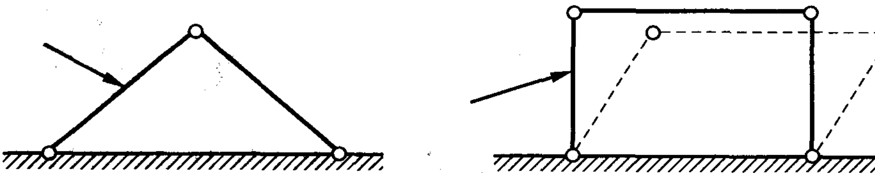
10.1.1　平面杆件体系的几何组成分析

(1)平面杆件体系

建筑工程中的结构实际上都是空间体系,但在大多数情况下,常可忽略一些次要的空间约束而将其简化为平面体系。所谓平面杆件体系是指组成体系各杆的轴线与作用在其上的荷载均位于同一平面内。若干杆件通过某种联系而组成体系,该体系也可与其他体系或与地基相连构成一个新体系。在对杆系作几何组成分析时,若不考虑体系因荷载作用而引起的变形,或者这种变形比起体系本身的尺寸小很多时,就可忽略体系各杆件的弹性变形,把它们视为刚性杆件。这是几何组成分析的前提。

(2)平面杆件体系的几何组成分析

如图 10.1(a)所示由两根杆件与地基所组成的平面杆件体系,在受到任意荷载作用时,若不考虑材料的变形,则其几何形状与位置均能保持不变,这样的体系称为几何不变体系;而如图 10.1(b)所示的平面杆件体系,即便不考虑材料的变形,在很小的荷载作用下,也会发生机械运动,而不能保持原有的几何形状和位置,这样的体系称为几何可变体系。在建筑工程中只有几何不变体系才能作为结构使用。所以,在结构设计和选取其几何模型时,首先必须判别它是否为几何不变,从而决定能否采用。工程中,将这一过程称为结构的几何组成分析。本章只对平面杆件结构体系进行几何组成分析。



(a)几何不可变体系　　(b)几何可变体系

图 10.1

10.1.2　平面杆件体系几何组成分析的目的

只有几何不变体系才能作为承担荷载的结构,而且杆件结构的受力性能和计算方法,都与其几何组成有关,所以对杆件体系进行几何组成分析其目的主要是:

1)判别体系是否为几何不变体系,从而决定它能否作为结构使用;

2)掌握几何不变体系的组成规则,便于了解结构的受力性能从而设计出合理的结构;

3)用以区分体系为静定结构或超静定结构,从而选取不同的计算方法。

10.2　几何组成分析的相关概念

10.2.1　刚片

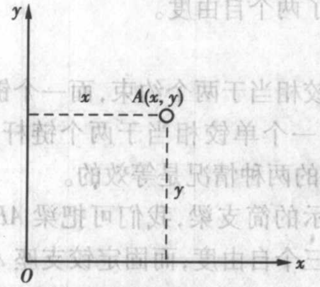
在对结构体系进行几何组成分析时，由于不考虑材料的变形，因此可把一根杆件，或是某几何不变体系看做是一个刚体，在平面体系中又将刚体称为刚片。刚片可大可小，大至一幢楼、一片地基，也可小至一根杆件，这样，对平面体系的几何组成分析就变成了对体系中各刚片间连接的研究。因此，能否准确、灵活地划分刚片，是能否顺利进行几何组成分析的关键。

10.2.2　自由度

体系在运动时，用以完全确定体系在平面内的位置所需的独立坐标的数目，称为自由度。例如在平面内有一动点 A，如图 10.2(a)所示，它的位置要由两个坐标 x 和 y 来确定。

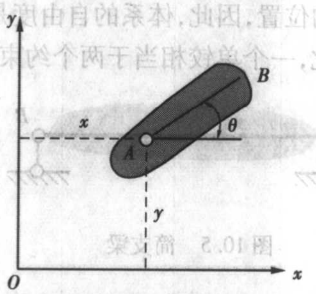
因此一个动点在平面内的自由度是 2。

再如平面内的一个刚片，当它运动到如图 10.2(b)所示的位置时，可以通过先确定刚片上任一点的位置，如点 A（需要两个独立的坐标 x 和 y），再确定刚片绕 A 点的转角（即独立坐标 θ），就可完全确定刚片的位置。



(a)

一个动点在平面内的自由度是 2



(b)

一个刚片在平面内的自由度是 3

图 10.2

因此，一个刚片在平面内的自由度是 3。

10.2.3　约束

约束又称联系。它是体系中构件之间或体系与基础之间的连接装置。约束使构件（刚片）之间的相对运动受到限制，因此约束的存在将会使体系的自由度减少。一种约束装置的约束数等于它使体系减少的自由度数。常见的约束有：链杆、铰、刚性连接。

(1) 链杆

链杆是两端用铰与其他两个物体相连接的刚性杆。如图 10.3 所示的刚片与地基用一个链杆连接之前其自由度是 3，连接之后其位置由图中的两个独立坐标 α、β 就可确定，即减少了一个自由度。

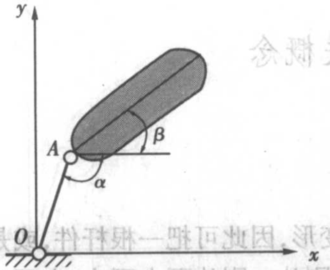


图 10.3 一个链杆相当于一个约束，能减少一个自由度

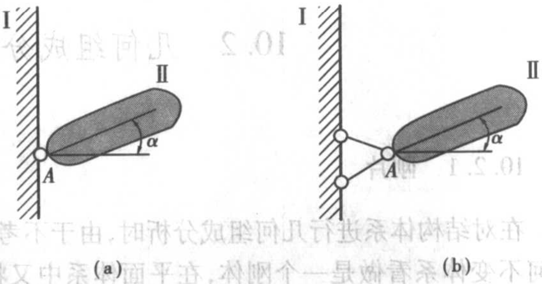


图 10.4 单铰

一个单铰相当于两个约束，能减少两个自由度

因此，一个链杆相当于一个约束，能减少一个自由度。

在进行几何组成分析时，链杆与形状无关，也即刚性杆既可以是直杆也可以是曲杆。链杆只限制与其连接的刚片沿链杆两铰连线方向上的运动。

(2)铰

1)单铰

连接两个刚片的铰称为单铰。

如图 10.4(a)所示，把基础看成为刚片Ⅰ，其与另一刚片Ⅱ由单铰相连。在连接之前，刚片Ⅱ的自由度为3，用单铰连接后，刚片Ⅱ只能绕 A 点转动，只需要一个独立坐标 β 即可确定刚片Ⅱ的位置，因此，体系的自由度是1，与原来相比减少了两个自由度。

因此，一个单铰相当于两个约束，能减少两个自由度。

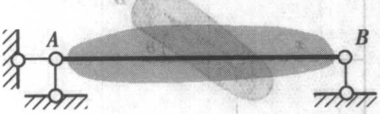


图 10.5 简支梁

另外，一个单铰相当于两个约束，而一个链杆相当于一个约束，所以一个单铰相当于两个链杆，即如图 10.4(a)、(b)所示的两种情况是等效的。

如图 10.5 所示的简支梁，我们可把梁 AB 看成是一个刚片，则它有三个自由度，而固定铰支座 A 相当于一个单铰，梁 AB 添加上固定铰支座 A 就相当于增加了两个约束，或减少了两个自由度；而活动铰支座 B 相当于一个链杆，梁 AB 再添加上活动铰支座 B 就相当于又增加了一个约束，或又减少了一个自由度，这样梁 AB 的自由度数和约束数相等，其位置就可完全固定，是一个几何不变体系，可以作为结构使用。当然，我们早就知道它是最简单的结构之一了。

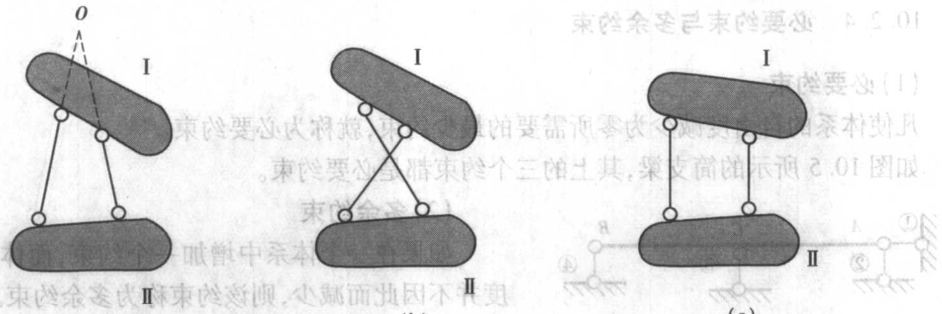
值得说明的是，自由度数和约束数相等并不一定能保证某体系是几何不变体系，还需满足其他的条件，这将在后面介绍。

如图 10.4(b)所示的由两个不共线的链杆铰结于 A 点，通常将这样所构成的铰称为实铰。为了和实铰相区别，把如图 10.6 所示三种情况所形成的铰称为虚铰。

2)复铰

把同时连接两个以上刚片的铰称为复铰。连接 n 个刚片的复铰具有 $2(n-1)$ 个约束。

在进行几何组成分析时，会遇到同一个铰连接多个刚片的情形，如图 10.7 所示的位于 A、D、C 处的铰。可以理解为在一个已有刚片上每增加一个刚片就需要增加一个单铰，因此连接 n 个刚片的复铰相当于 $n-1$ 个单铰，也即相当于 $2(n-1)$ 个约束。



虚铰位于 O 处　　虚铰位于两根链杆的交叉点上　　虚铰位于无穷远处

图 10.6　虚铰

(3) 刚性连接

刚性连接是将两个刚片以整体连接的方式进行连接，两刚片不发生任何相对运动，即构成一个更大的刚片。

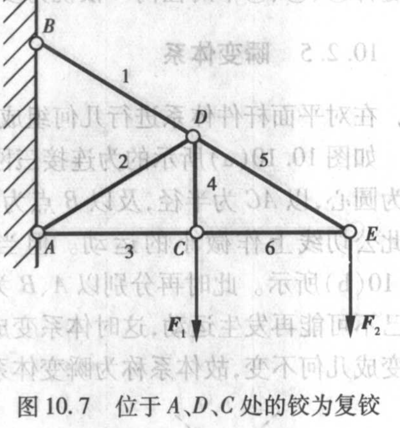
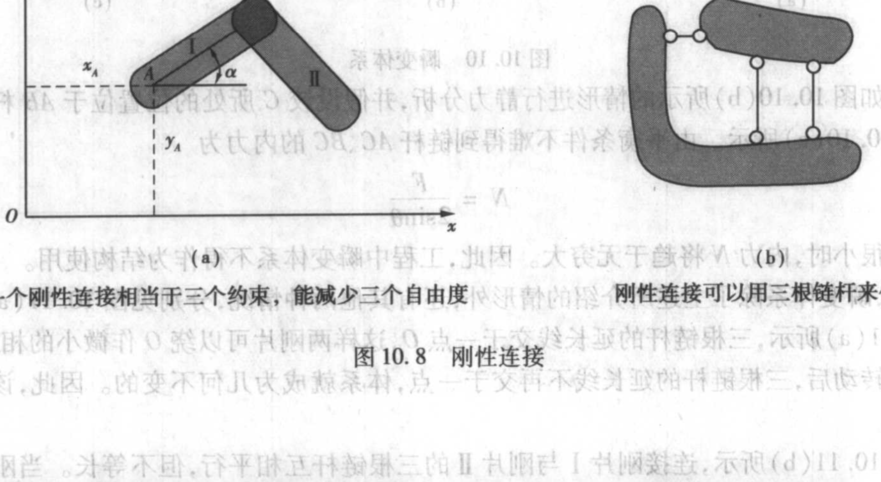


图 10.7　位于 A、D、C 处的铰为复铰

图 10.8(a) 所示的是刚片Ⅰ和刚片Ⅱ间的刚性连接方式（可设想两者是用钢铁做的，现把它们焊接在一起，即为刚性连接）。当两个刚片单独存在时，它们的自由度为 $3+3=6$，两者通过刚性连接后，刚片Ⅱ相对于刚片Ⅰ不发生任何相对运动，构成了一个大刚片，这时它的自由度变为 3。

因此，一个刚性连接相当于三个约束，能减少三个自由度。

一个刚性连接相当于三个约束，所以可以用三根链杆来代替。因此，当两个刚片刚性连接时，可画成如图 10.8(b) 所示的情形。悬臂梁的固定端就是刚片与基础间采用刚性连接。



一个刚性连接相当于三个约束，能减少三个自由度　　刚性连接可以用三根链杆来代替

图 10.8　刚性连接

10.2.4 必要约束与多余约束

(1)必要约束

凡使体系的自由度减少为零所需要的最少约束,就称为必要约束。

如图10.5所示的简支梁,其上的三个约束都是必要约束。

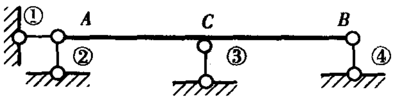


图10.9 多余约束

(2)多余约束

如果在一个体系中增加一个约束,而体系的自由度并不因此而减少,则该约束称为多余约束。

如图10.9所示,把梁AB看成是一个刚片,则它有三个自由度,而现在的约束有四个。实际上这四个约束仍只能减少三个自由度,因此,四个约束中只有三个是必要约束,而有一个多余约束(可把链杆②、③、④中的任何一根视为多余约束)。

10.2.5 瞬变体系

在对平面杆件体系进行几何组成分析时,有时还会遇到瞬变体系。

如图10.10(a)所示的为连接三刚片的三个铰在同一直线上的情形。由于铰C位于以A点为圆心,以AC为半径,及以B点为圆心,以BC为半径的两圆弧的公切线上,所以C点可以在此公切线上作微小的运动。但当产生了一微小运动后,A、B、C三点不再共线,如图10.10(b)所示。此时再分别以A、B为圆心,以AC、BC为半径作两个圆,已无公切线存在,C点已不可能再发生运动,这时体系变成了几何不变的。该体系原本是几何可变,经过微小位移后变成几何不变,故体系称为瞬变体系。

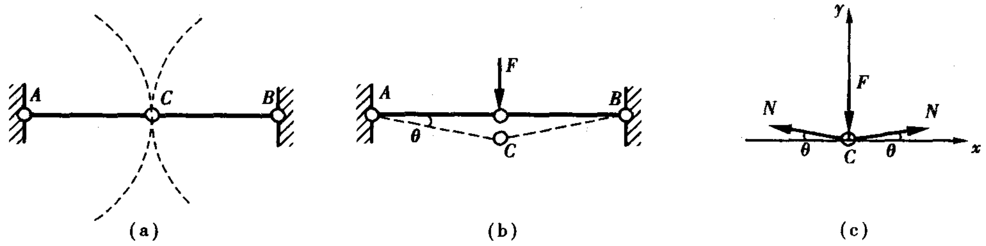


图10.10 瞬变体系

再对如图10.10(b)所示的情形进行静力分析,并假设铰C所处的位置位于AB杆的正中间,如图10.10(c)所示。由平衡条件不难得到链杆AC、BC的内力为

$$N = \frac{F}{2\sin\theta}$$

当θ很小时,内力N将趋于无穷大。因此,工程中瞬变体系不得作为结构使用。

另外,瞬变体系除了上述所介绍的情形外,还有其他两种情况,分别见图10.11(a)、(b)。如图10.11(a)所示,三根链杆的延长线交于一点O,这样两刚片可以绕O作微小的相对转动,经过微小转动后,三根链杆的延长线不再交于一点,体系就成为几何不变的。因此,该体系是瞬变体系。

如图10.11(b)所示,连接刚片Ⅰ与刚片Ⅱ的三根链杆互相平行,但不等长。当刚片Ⅰ上

三个被约束点在三链杆的垂直方向产生一个微小位移后，由于三链杆不等长，各链杆的转角也不全相等，使三根链杆不再互相平行，体系就成为几何不变的，因此图 10.11(b)所示体系也为瞬变体系。

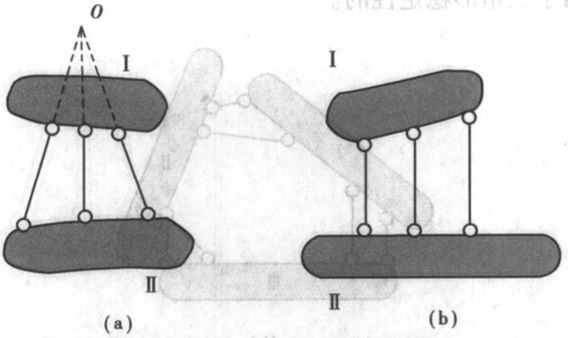


图 10.11　瞬变体系的其他情况

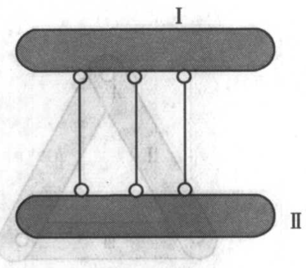


图 10.12　三链杆相互平行，且等长——几何可变体系

特别地，如图 10.12 所示，连接刚片Ⅰ与刚片Ⅱ的三根链杆互相平行，且等长。此时的体系为几何可变的，这种体系也称为常变体系。

现在把图 10.11 和 10.12 所示的情况统一起来，连接两刚片的三根链杆互相平行时，也可认为它们汇交于同一点，不过交点在无穷远罢了。总之，当连接两刚片的三根链杆汇交于同一点(包括无穷远)时，该体系不能用作结构使用(因为该体系要么是瞬变的，要么是常变体系)。

10.3　几何不变体系的组成规则

平面杆系几何稳定性的总原则有两个：一是刚片本身是几何不变的；二是由刚片所组成的铰结三角形结构是几何不变的(即：三角形的稳定性)。这两点不证自明。以此为基础，可得到如下的三个规则：

规则一(二元体规则)　在一个已知体系上增加或撤去二元体，不影响原体系的几何不变性。换言之，若已知体系是几何不变的，增加或撤去二元体，体系仍然是几何不变的；若已知体系是几何可变的，增加或撤去二元体，体系仍然是几何可变的。

所谓二元体是指由两根不在同一直线上的链杆构成一个铰结点的装置，如图 10.13 所示 *ABC* 部分。本规则所确定的体系是三角形体系，很明显是几何不变的。

图 10.13　二元体

利用二元体规则可以使某些体系的几何组成分析得到简化，也可以直接对某些体系进行几何组成分析。

例 10.1　试对图 10.7 所示的桁架进行几何组成分析。

解　该体系是在基础(看成刚片，显然是几何不变的)上依次添加二元体 *B—D—A*、*D—C—A* 和 *D—E—C* 得到的。由二元体规则此体系为几何不变体系，且无多余约束。

规则二(三刚片规则)　三个刚片用不在同一条直线上的三个单铰两两相连,组成的体系为几何不变体系,且无多余约束。

这里两两相连的单铰既可以是实铰也可以是虚铰,如图 10.14 所示。该规则中要求三个单铰不得在同一直线上显然本规则也是属于三角形稳定性的。

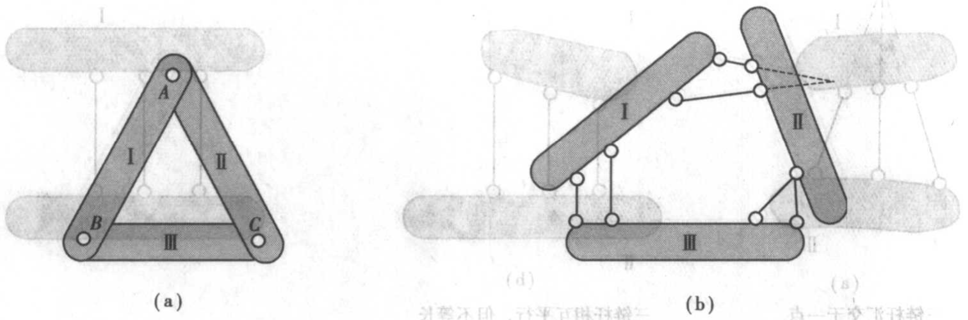


图 10.14　三刚片规则

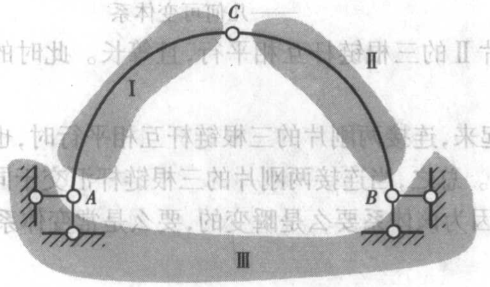


图 10.15　三铰拱

在本规则中,要求相连三个刚片的三个单铰不能在同一条直线上,否则,体系将如图 10.10 所示为瞬变的。

例 10.2　试对图 10.15 所示的三铰拱进行几何组成分析。

解　把左、右半拱和整个地基分别作为刚片Ⅰ、刚片Ⅱ和刚片Ⅲ,此体系是由三个刚片用不在同一直线上的三个铰 A、B、C 两两相连而成的,由三刚片规则,三铰拱为几何不变体系,且无多余约束。

规则三(二刚片规则)　两个刚片用一个铰和一根延长线不通过此铰的链杆相连,则所得到的体系是几何不变体系,且无多余联系。

本规则的示意图如图 10.16(a)所示,若把杆件 AC 看成刚片,显然就是三刚片规则的示意图,然而,有时用"两刚片规则"来分析问题更方便些,故也将它列为一则。

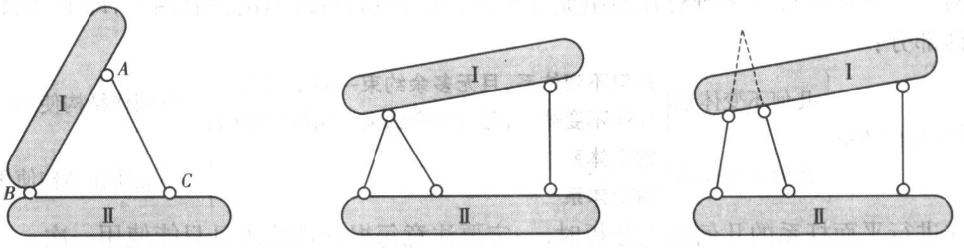
因一个单铰相当于两根链杆,图 10.16(a)又可变成图 10.16(b)、(c)所示的体系。因此,二刚片规则还可描述成:

两个刚片用三根不完全平行也不汇交于一点的链杆相连,则所构成的体系是几何不变体系,且无多余联系。

在上述二刚片规则的描述中,也都附加有前提条件:"两个刚片用一个铰和一根延长线不通过此铰的链杆相连"或"两个刚片用三根不完全平行也不汇交于一点的链杆相连",这是因为如前所述如果这些条件不能满足,则体系将是常变的或者是瞬变的。

值得说明的是,以上三个基本规则能够对绝大多数体系的几何组成进行分析,但有少数不常见的复杂体系这些规则不能完全适用,必须用其他方法进行分析,这里不再介绍,可参考有关专著。

例 10.3　试对图 10.17(a)所示的多跨梁进行几何组成分析。



(a)　　　　(b)　　　　(c)

图 10.16　二刚片规则

解　首先,把基础视为刚片,AB 杆亦视为刚片,如图 10.17(b)所示。两刚片间用①、②、③三根既不交于一点又不完全平行的链杆相连,根据两刚片规则,它们组成几何不变体系,且无多余约束。再把这个体系视为较大的刚片,并记为刚片Ⅰ,见图 10.17(c)、(d)。再往下的分析,可有两种方法:

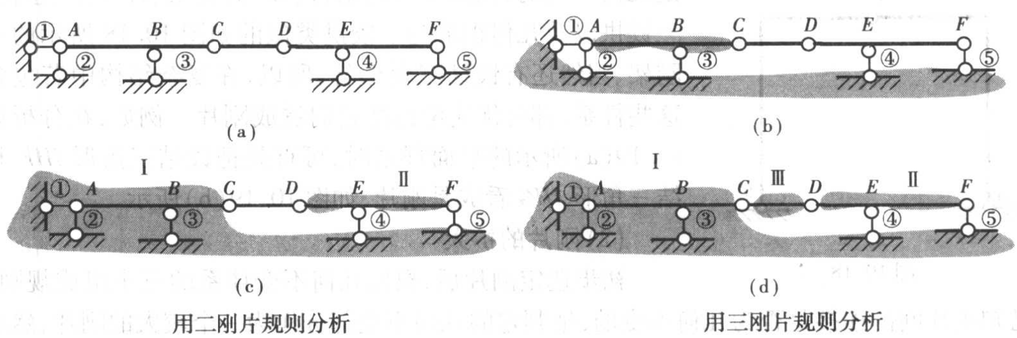


图 10.17

方法一:利用二刚片规则。再把 DEF 杆视为刚片,并记为刚片Ⅱ,见图 10.17(c)。两刚片间用 CD 杆、④杆、⑤杆三根既不交于一点又不完全平行的链杆相连,根据两刚片规则,它们组成几何不变体系,且无多余约束。由此可以看出,图 10.17(a)所示的体系为几何不变且无多余约束。

方法二:利用三刚片规则。除了方法一中的刚片Ⅰ、刚片Ⅱ外,再把 CD 杆视为刚片Ⅲ,见图 10.17(d)。三个刚片用不在同一条直线上的三个单铰两两相连(连接刚片Ⅰ和刚片Ⅲ的铰位于 C 处、连接刚片Ⅱ和刚片Ⅲ的铰位于 D 处、连接刚片Ⅰ和刚片Ⅱ的铰位于无穷远处),根据三刚片规则,它们组成几何不变体系,且无多余约束。

因此,利用三刚片规则也可以确定图 10.17(a)所示的体系为几何不变且无多余约束。

10.4　几何不变体系组成规则的应用举例

在上一节中介绍了构成几何不变体系的三个基本规则,并通过几个例题,初步了解了结构几何组成分析的基本思路。在这里将更详细地讨论如何灵活运用这些规则,对给定的结构作出几何组成上的判断。

对一个平面杆件体系进行几何组成分析时,其可能的最终结论共有四个,即下列层次表中的粗体部分:

- 平面杆件体系
  - 几何不变体系
    - **几何不变体系,且无多余约束**→静定结构 } 可用作结构使用
    - **几何不变体系,且有多余约束**→超静定结构 } 可用作结构使用
  - 几何可变体系
    - **常变体系** } 不能用作结构使用
    - **瞬变体系** } 不能用作结构使用

在进行平面杆系的几何组成分析时,一定要注意每根杆件使用且只能使用一次。

平面杆系几何组成分析常用的步骤和方法有:

10.4.1 刚片的选择与扩大

(1)一根杆件、基础、几何不变部分均可看为刚片。

相对说来,把一根杆件或基础看成刚片容易些,而某部分通过直接观察就知道它是几何不变的,这往往需要一些经验和技巧。事实上,我们在此以前所学过的建筑力学中的简单结构均是几何不变的,且无多余约束,例如:简支梁、外伸梁、悬臂梁、三铰拱以及几何组成与三铰拱类似的如图 10.18 所示的三铰刚架、当然还有铰结三角形等,所以,在复杂结构中若包含有这些杆系,都可优先考虑把它们看成刚片。例如,在分析如图 10.19(a)所示的平面杆系时,可首先把铰结三角形 IHF 和铰结三角形 JHG 看成是刚片,如图 10.19(b)所示。

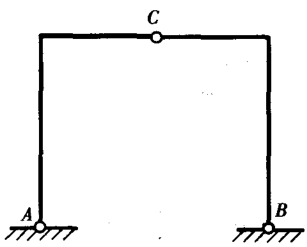


图 10.18

(2)刚片的扩大

初步选定刚片后,根据几何不变体系的三个组成规则,判断已知刚片间的连接是否为几何不变的,把判定的几何不变部分作为一个较大的刚片,然后再去判断它与其他刚片间连接后的情况,如此不断扩大刚片的范围,直至完成对整个体系的判定。

例 10.4 试对图 10.19(a)所示的体系进行几何组成分析。

解 ①首先,如前所述把铰结三角形 IHF 和铰结三角形 JHG 看成是刚片,并分别记为刚片Ⅰ和刚片Ⅱ,如图 10.19(b)所示。再把地基看成是刚片Ⅲ,该三刚片由不在同一直线上的三个单铰(即分别位于 I、H、J 三处的单铰)两两相连,因此,由三刚片规则,如图 10.19(b)所示的体系为几何不变体系,且无多余约束。

②把如图 10.19(b)所示的体系再加上位于 A 处的小二元体(即固定铰支座)看成是一个大的刚片,如图 10.19(c)所示的阴影区。在此刚片的基础上再加上二元体 A—B—F,由二元体规则,此时所形成的新体系仍然为几何不变体系,且无多余约束。把刚片的范围继续扩大,如图 10.19(d)所示的阴影区。再依次加上二元体 B—C—H、二元体 C—D—G,再把刚片的范围继续扩大,如图 10.19(e)、(f)所示的阴影区。它们均为几何不变体系,且无多余约束。

③最后,把如图 10.19(f)所示的较大阴影区所表示的刚体记为刚体Ⅰ、把杆件 DE 记为刚片Ⅱ,两个刚片用一个铰(位于 D 处)和一根延长线不通过此铰的链杆(位于 E 处)相连,由二刚片规则可知,所得到的体系是几何不变体系,且无多余联系。

因此,如图 10.19(a)所示的体系是几何不变的,且无多余约束。