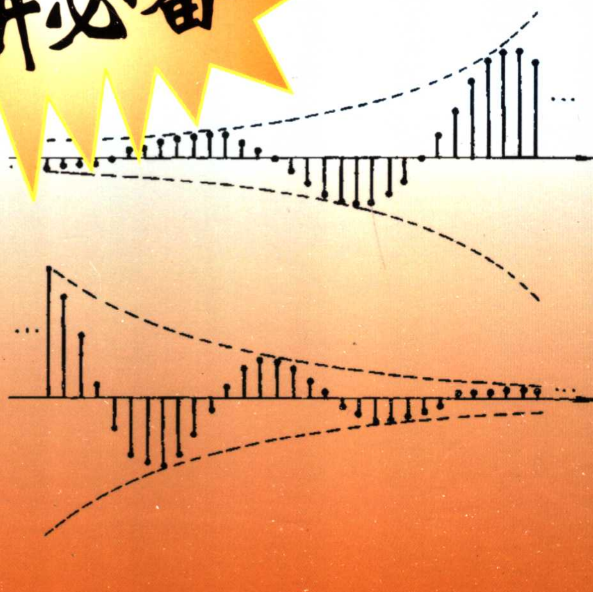
面向21世纪高等理工科重点课程辅导丛书

信号与系统学习指导

于慧敏　凌明芳　史笑兴　杭国强　编

复习必读

考研必备



化学工业出版社
教材出版中心

面向21世纪高等理工科重点课程辅导丛书

信号与系统学习指导

于慧敏　凌明芳
史笑兴　杭国强　编

化学工业出版社
教材出版中心
·北京·

（京）新登字 039 号

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统学习指导/于慧敏等编．—北京：化学工业出版社，2004.7
（面向 21 世纪高等理工科重点课程辅导丛书）
ISBN 7-5025-5015-1

Ⅰ．信…　Ⅱ．于…　Ⅲ．信号系统-高等学校-教学参考资料　Ⅳ．TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 061182 号

面向 21 世纪高等理工科重点课程辅导丛书

信号与系统学习指导

于慧敏　凌明芳　史笑兴　杭国强　编

责任编辑：唐旭华
文字编辑：徐卿华
责任校对：李　林
封面设计：蒋艳君

*

化学工业出版社
教材出版中心　出版发行
（北京市朝阳区惠新里 3 号　邮政编码 100029）
发行电话：（010）64982530
http://www.cip.com.cn

*

新华书店北京发行所经销
北京市昌平振南印刷厂印刷
三河市前程装订厂装订
开本 787mm×1092mm　1/16　印张 15½　字数 382 千字
2004 年 8 月第 1 版　2004 年 8 月北京第 1 次印刷
ISBN 7-5025-5015-1/G・1324
定　价：28.00 元

前　言

“信号与系统”是通信、信息、电子科学与技术和自控类等专业的一门重要的专业基础课，同时也是国内各院校相应专业的主干课程。它主要讨论线性时不变系统的基本理论和分析方法，包括确定信号的时域和频域特性，线性时不变系统的时域和变换域分析，信号与系统概念与理论的工程应用及方法以及状态变量分析法。

在长期教学实践的基础上，我们组织有丰富教学经验的教师编写了这本辅导书，作为信号与系统”主教材的补充，供教师与学生参考，以帮助读者更好地掌握“信号与系统”这门课程的内容，准备课考和研考。

在内容安排上，我们注重突出课程的主要知识点和一些重要公式，每章在列出知识点和重要公式的同时，结合大量各类题型例题的讲解，帮助读者更好地理解和合理运用这些主要知识点和一些重要公式。

由于“信号与系统”是通信、信息、电子科学与技术和自控类专业的最为重要的专业基础核心课程之一，也是众多热门学科硕士研究生、博士研究生入学考试的必考科目。因此，课考和研考是每个上这门课的教师和学生所关注的问题。本书的另一个目的是在帮助读者掌握课程内容的同时，强调基本知识点和重要公式的合理运用，提高分析能力和解题能力，以避免题海战。

本书共 9 章，第 1 章为信号与系统的基本概念；第 2 章为信号与线性时不变系统的时域分析；第 3 章为连续时间信号与系统的频域分析；第 4 章为离散时间信号与系统的频域分析；第 5 章为采样、调制与通信系统；第 6 章为连续时间信号与系统的复频域分析（拉氏变换）；第 7 章为 z 变换与离散时间 LTI 系统；第 8 章为系统函数；第 9 章为状态变量分析。每章都布置一定量的各类题型的习题，并收录了近年来硕士研究生入学全真试题，作为读者的自测题，在解题过程中使读者有机会运用所学的解题方法和思路，在实战中得到磨练和提高。

于慧敏编写第 3、4 章，凌明芳编写第 1、2、6 章，史笑兴编写第 5、8、9 章，杭国强编写第 7 章，全书由于慧敏统稿。

由于编者水平有限，书中难免有错误和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编　者

2004 年 4 月于浙大求是园

内 容 提 要

本书是“信号与系统”主教材的配套辅导教材，全书共分9章．第1～7章讨论连续时间系统和离散时间系统的时域和变换域的分析法及其在工程中的应用；第8章为系统函数，讨论系统函数应用中的一些基本方法和概念；第9章讨论状态方程与状态变量分析法．本书列出了各章的知识要点和重要公式，精选了大量例题和习题，包括研究生入学试卷中的试题，例题有详尽的说明和解法，习题（自测题）附有答案．

本书在帮助读者掌握课程内容的同时，强调基本知识点和重要公式的合理运用，提高分析能力和解题能力，以避免题海战．每章都布置一定量的各类题型的习题，作为读者的自测题，在解题过程中使读者有机会运用所学的解题方法和思路，在实践中得到磨练和提高．

本书可作为专业院校电气信息类、电子信息类各专业学生学习“信号与系统”的辅导教材，也是参加研究生入学考试人员的良好学习辅导材料．

目　　录

1　信号与系统的基本概念 …… 1
1.1　本章基本要求 …… 1
1.2　本章知识点和重要公式 …… 1
1.3　典型例题精解 …… 8
1.4　习题（自测题） …… 19
2　信号与线性时不变系统的时域分析 …… 22
2.1　本章基本要求 …… 22
2.2　本章知识点和重要公式 …… 22
2.3　典型例题精解 …… 27
2.4　习题（自测题） …… 53
3　连续时间信号与系统的频域分析 …… 58
3.1　本章基本要求 …… 58
3.2　本章知识点和重要公式 …… 58
3.3　典型例题精解 …… 64
3.4　习题（自测题） …… 77
4　离散时间信号与系统的频域分析 …… 81
4.1　本章基本要求 …… 81
4.2　本章知识点和重要公式 …… 81
4.3　典型例题精解 …… 87
4.4　习题（自测题） …… 99
5　采样、调制与通信系统 …… 102
5.1　本章基本要求 …… 102
5.2　本章知识点和重要公式 …… 102
5.3　典型例题精解 …… 105
5.4　习题（自测题） …… 118
6　连续时间信号与系统的复频域分析（拉氏变换） …… 121
6.1　本章基本要求 …… 121
6.2　本章知识点和重要公式 …… 121
6.3　典型例题精解 …… 124
6.4　习题（自测题） …… 139
7　*z* 变换与离散时间 LTI 系统 …… 143
7.1　本章基本要求 …… 143

7.2 本章知识点和重要公式 …… 143
7.3 典型例题精解 …… 150
7.4 习题（自测题） …… 174
8 系统函数 …… 177
8.1 本章基本要求 …… 177
8.2 本章知识点和重要公式 …… 177
8.3 典型例题精解 …… 184
8.4 习题（自测题） …… 200
9 状态变量分析 …… 202
9.1 本章基本要求 …… 202
9.2 本章知识点和重要公式 …… 202
9.3 典型例题精解 …… 206
9.4 习题（自测题） …… 215
习题（自测题）答案 …… 216
附录 浙江大学2001～2004年研究生入学试题 …… 227
浙江大学2001～2004年研究生入学试题答案 …… 239
参考文献 …… 243

1 信号与系统的基本概念

1.1 本章基本要求

通过本章的学习，要求掌握信号的描述、分类、基本的连续时间（以下称 CT）信号和基本的离散时间（以下称 DT）信号、奇异函数等信号的性质、信号的运算及变换，掌握系统的微分方程、差分方程表示及各种性质，特别要重点掌握线性时不变（以下称 LTI）系统的性质．

1.2 本章知识点和重要公式

1.2.1 信号的定义、表示及分类

信号是带有信息（音乐、声音、图像、数据等）的随时间（或空间）变化的物理量，其图像称为信号的波形，可用函数式 $x(t)$，或 $y(x,t)$ 表示．不同的分类方法有：确定性信号和随机信号，CT 信号和 DT 信号，周期信号和非周期信号，功率信号和能量信号，奇信号和偶信号等．

（1）周期信号必须满足的公式

CT：$x(t)=x(t+mT),m=0,\pm1,\pm2,\cdots$

通常，把能使上式成立的最小正值 T 称为 $x(t)$ 的基波周期．

DT：$x[n]=x[n+mN]$，$m=0,\pm1,\pm2,\cdots$

通常，把能使上式成立的最小正整数 N 称为 $x[n]$ 的基波周期．

（2）能量信号，功率信号的定义（在一个无穷区间内，$-\infty<t<\infty$或$-\infty<n<\infty$）

$$\text{CT}: E_\infty=\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T}|x(t)|^2\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}|x(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$p_\infty=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}[x(t)]^2\mathrm{d}t$$

$$\text{DT}: E_\infty=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|x[n]|^2$$

$$p_\infty=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x[n]|^2$$

利用以上的定义可以区分三种信号：

① $E_\infty < \infty$，$p_\infty = 0$ 有限，能量信号，如非周期信号；

② $E_\infty = \infty$，p_∞ 有限，功率信号，如 $\cos\omega_0 t$；

③ p_∞ 和 E_∞ 均不是有限的，如 $x(t)=t$.

(3) 奇偶信号

奇信号：$x(t)=-x(-t)$.

偶信号：$x(t)=x(-t)$.

任意一个信号都可以写成

$$x(t)=x_e(t)+x_o(t)$$

式中，偶分量：$x_e(t)=E_V\{x(t)\}=\frac{1}{2}[x(t)+x(-t)]$

奇分量：$x_o(t)=O_d\{x(t)\}=\frac{1}{2}[x(t)-x(-t)]$

以上方法也适用于 DT 信号：

$$x_e[n]=\frac{1}{2}\{x[n]+x[-n]\},\quad x_o[n]=\frac{1}{2}\{x[n]-x[-n]\}$$

1.2.2 基本的连续时间信号

(1) 复指数信号 $x(t)=ce^{st}$，c 可为复数，$s=\sigma+j\omega_0$.

当 $s=0$ 时，$x(t)=c$ 是个常数；

当 $s=j\omega_0$ 时，$x(t)=ce^{j\omega_0 t}$，是频域分析中用的基本信号，用欧拉公式可表示为正弦或余弦信号；

当 $s=\sigma+j\omega_0$ 时，$x(t)=ce^{st}$，是复频域（s 域）分析中用的基本信号；

当 $x_k(t)=\{e^{jk\omega_0 t}\}$，$k=0,\pm1,\pm2,\cdots$ 这是个正交函数集，基波频率为 ω_0，基波周期为 $T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}$.

(2) 奇异信号 本身有不连续或其导数和积分有不连续的信号

① $\delta(t)$——单位冲激信号(见图 1.1)，定义：

$$\delta(t)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t)=0\quad(t\neq 0)\end{cases}$$

② $u(t)$——单位阶跃信号(见图 1.2)，定义：

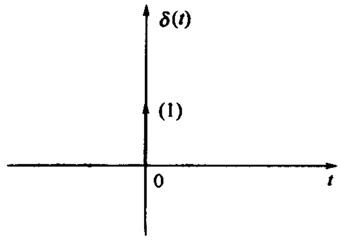


图 1.1 单位冲激信号

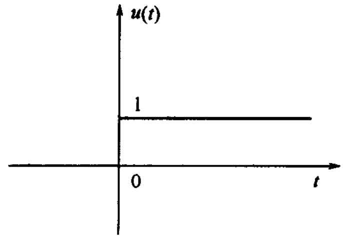


图 1.2 单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}\ (t=0\text{ 不确定})$$

③ $\delta'(t)$——冲激偶信号（见图 1.3）

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}$$

④ 斜波信号（见图 1.4）

$$r(t)=\begin{cases}t, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

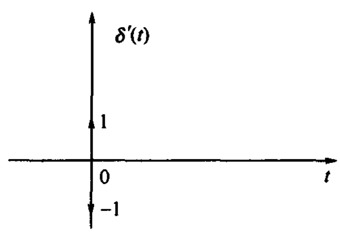


图 1.3　冲激偶信号

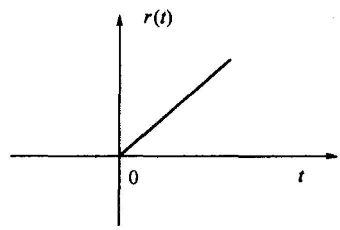


图 1.4　斜波信号

⑤ 奇异信号的性质及相互关系式

$$x(t)\delta(t)=x(0)\delta(t)$$

$$x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t)\mathrm{d}t=x(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=x(t_0)$$

$$x(t)\delta'(t)=x(0)\delta'(t)-x'(0)\delta(t)$$

$$x(t)\delta'(t-t_0)=x(t_0)\delta'(t-t_0)-x'(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-x'(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t=-x'(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta^{(n)}(t)\mathrm{d}t=(-1)^n x^{(n)}(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta^{(n)}(t-t_0)\mathrm{d}t=(-1)^n x^{(n)}(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0$$

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t},\quad u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$$

$$\delta(t)=\delta(-t)$$

$$\delta(at+b)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t+\frac{b}{a}\right)$$

$$u(t)=\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t},\quad \int_{-\infty}^{t}u(\tau)\mathrm{d}\tau=r(t)$$

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}^2r(t)}{\mathrm{d}t^2},\quad \int_{-\infty}^{t}\int_{-\infty}^{\tau_1}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau\mathrm{d}\tau_1=r(t)$$

(3)常用其他 CT 信号

① 抽样信号 $\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin(t)}{t}$(见图 1.5)，也称为辛格函数，它的性质如下 .

a. $\lim\limits_{t\to 0}\mathrm{Sa}(t)=1$;

b. $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$;

c. $\mathrm{Sa}(t)=\mathrm{Sa}(-t)$;

d. $\mathrm{Sa}(t)=0, t=k\pi\ (k=\pm1,\pm2,\pm3,\cdots)$;

e. $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi$.

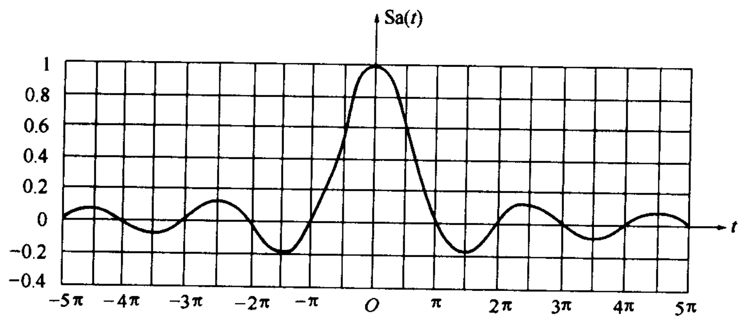


图 1.5　抽样信号

② 方波脉冲信号（见图 1.6)

$$G_{2\tau}(t)=\begin{cases}1, & |t|<\tau\\ 0, & |t|>\tau\end{cases}$$

③ 三角形脉冲信号(见图 1.7)

$$x_{2\tau}(t)=\begin{cases}1-\frac{|t|}{\tau}, & |t|<\tau\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

④ 符号函数（见图 1.8)

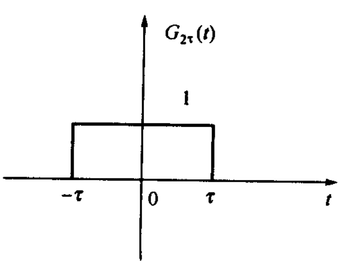


图 1.6　方波脉冲信号

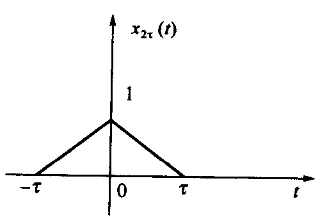


图 1.7　三角形脉冲信号

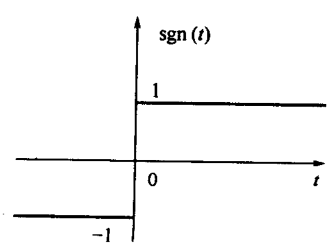


图 1.8　符号函数

$$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}-1, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}=2u(t)-1=u(t)-u(-t)$$

1.2.3 基本的"DT"序列（见图 1.9）

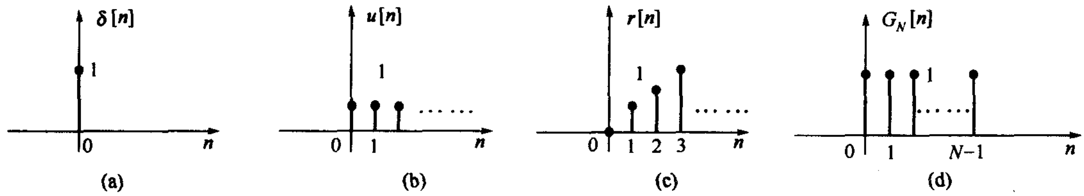


图 1.9 基本的"DT"序列

（1）单位样值序列 $\delta[n]$

定义：$\delta[n]=\begin{cases}1, & n=0\\ 0, & 其他\end{cases}$，是可表示任意 DT 信号的基本信号．

（2）单位阶跃序列 $u[n]$

定义：$u[n]=\begin{cases}1, & n\geqslant 0\\ 0, & 其他\end{cases}$

（3）斜波序列 $r[n]$

定义：$r[n]=\begin{cases}0, & n<0\\ n, & n\geqslant 0\end{cases}$

（4）矩形序列 $G_N[n]$

定义：$G_N[n]=\begin{cases}1, & 0<n\leqslant N-1\\ 0, & 其他\end{cases}$

（5）以上序列性质及之间的关系式

$$\delta[n]=u[n]-u[n-1]$$

$$u[n]=\sum_{k=-\infty}^{n}\delta[k]$$

$$x[n]\delta[n]=x[0]\delta[n]$$

$$x[n]\delta[n-n_0]=x[n_0]\delta[n-n_0]$$

$$G_N[n]=u[n]-u[n-N]$$

（6）离散复指数序列

$x[n]=ce^{\beta n}$，c、β 均可为复数，n 为离散变量．当 $\beta=0$ 时，$x[n]=c$，为常数序列；当 $\beta=j\omega_0$ 时，$x[n]=ce^{j\omega_0 n}$ 为纯虚数复指数序列，利用欧拉公式可以表示为正弦序列，它是 DT 信号频域分析中的基本信号，该信号对变量 ω_0 呈周期变化，周期为 2π，但它不一定是 n 的周期信号，必须满足：$\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{m}{N}$ 为有理数．

基波频率的确定如下．

如果 $x[n]=e^{j\omega_0 n}$ 是一个周期序列，基波周期为 N，则它的基波频率为 $\frac{2\pi}{N}$. 正如上式所表示的，一定有很多对 m 和 N 存在，满足 $\frac{\omega_0}{2\pi}=\frac{m}{N}$，如 m 和 N 无公共因子，那么 $x[n]$ 的基波

周期就是 N，故 $e^{j\omega_0 n}$ 的基波频率应是 $\frac{2\pi}{N}=\frac{\omega_0}{m}$，这点与 CT 基波频率的确定是不同的，CT 周期信号基波频率 $\omega_0=\frac{2\pi}{T}$.

表 1-1 列出了 $e^{j\omega_0 t}$ 与 $e^{j\omega_0 n}$ 之间的差别.

表 1-1　$e^{j\omega_0 t}$ 与 $e^{j\omega_0 n}$ 之间的差别

$e^{j\omega_0 t}$	$e^{j\omega_0 n}$
ω_0 不同，信号不同. 基波角频率 ω_0，基波周期 $\frac{2\pi}{\omega_0}$	ω_0 相差 2π 整倍数，信号相同. 基波角频率 $=\frac{\omega_0}{m}$，基波周期 $\frac{2\pi}{\omega_0}m$

$e^{j\omega_0 t}$ 与 $e^{j\omega_0 n}$ 的差别构成了周期 CT、DT 信号在频域分析中的差别，即 CT 周期信号要用无穷多个纯虚数指数信号构成，而 DT 周期信号只要用 N 有限项数纯虚数指数序列构成.

1.2.4　信号的时域运算和自变量变换

在信号的时域分析中，有以下一些基本运算：相加，相乘，微分（差分），积分（累加）.

（1）相加

$$\left.\begin{array}{l} y(t)=x_1(t)+x_2(t)+\cdots+x_n(t) \\ y[n]=x_1[n]+x_2[n]\cdots x_k[n] \end{array}\right.\text{，用加法器}\oplus\text{实现.}$$

（2）相乘

$$\left.\begin{array}{l} y(t)=x_1(t)x_2(t)\cdots x_n(t) \\ y[n]=x_1[n]x_2[n]\cdots x_k[n] \end{array}\right.\text{，用乘法器}\otimes\text{实现，相乘也称调制.}$$

（3）微分

$$y(t)=\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}\text{，一般在实际中不易用微分器实现.}$$

差分

$$\nabla x[n]=x[n]-x[n-1]\text{，依次后向差分.}$$

（4）积分

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)\mathrm{d}\tau\text{，用积分器实现，即}$$

$$x(t)\longrightarrow\boxed{\int}\longrightarrow y(t)$$

累加

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{n}x[k]$$

信号的时域变换即自变量变换主要有时移、反褶、尺度变换.

① 反褶　将信号 $x(t)$ 以纵坐标为轴折叠，即得 $x(-t)$，表示式中，只要把 $-t$ 换以 t 即可.

② 时移　将信号 $x(t)$ 沿轴平移 t_0 即得平移信号 $x(t-t_0)$，如 $t_0>0$，则为右移，$t_0<0$，则为左移，可用延时器实现，即

$$x(t)\longrightarrow\boxed{\text{延时器}}\longrightarrow x(t-t_0)$$

③ 尺度变换 $x(at)$，$x(at+\beta)$　$x(at)$ 是以变量 at 置换 $x(t)$ 中的变量 t，即得展缩信

号，a 为非零正（负）实常数．如 $0<a<1$，$x(at)$的波形是把 $x(t)$ 展宽 a 倍，如 $a>1$，则缩短 a 倍．如 a 为非零负实常数，则除展缩信号外，还要进行反褶．

$x(at+\beta)$ 是以变量 $at+\beta$ 置换 $x(t)$ 中的变量 t，一般要经过时移、反褶、展缩三种变换后才能得到．三种变换的次序是可以任意的，一般的方法是：首先根据 β 的值将 $x(t)$ 延时或超前（左移），然后再根据 a 的值对这个已经延时或超前的信号进行尺寸变换（展缩）或时间反转．如果$|a|<1$，就将已被延时或超前的信号进行线性扩展；如果$|a|>1$，就进行线性压缩．如 $a<0$，再反褶．在求解过程中要特别注意 $\delta(t)$ 的展缩变换．

自变量变换在信号与系统分析中是极为有用的．

1.2.5 LTI 系统的数学模型及性质

（1）系统的定义及分类　能产生信号、传输信号、处理信号的集合体称为系统，CT 系统处理 CT 信号，DT 系统处理 DT 信号．

（2）LTI 系统的数学模型

① CT：N 阶线性常系数微分方程为

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{\mathrm{d}^k y(t)}{\mathrm{d}t^k} = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{\mathrm{d}^k x(t)}{\mathrm{d}t^k}$$

② DT：N 阶线性常系数微分方程为

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M} b_k x[n-k]$$

（3）系统的性质

① 线性　包含两个性质：齐次性和叠加性．用数学公式表示即为

$$ax_1(t)+bx_2(t) \to ay_1(t)+by_2(t)$$

$$ax_1[n]+bx_2[n] \to ay_1[n]+by_2[n]$$

上式中 a，b 是任意复常数．

由线性系统的齐次性，可直接推出线性系统另一个重要性质，这就是零输入必定产生零输出．

增量线性系统：线性系统的数学模型是线性方程．但由线性方程表示的系统不都是线性系统．如 $y(t)=2x(t)+5$，虽然是个线性方程，但当 $x(t)=0$ 时，$y(t)=5\neq 0$，不满足零输入必定产生零输出的特性，所以这个线性方程表示的系统不是线性系统，它属于增量线性系统．它的另一个定义是：该系统对任何两个输入信号的响应之差是两个输入信号的差的线性函数．

② 时不变性　是指系统的行为特性不随激励的时间而变化．如 $x[n]\to y[n]$，则 $x[n-n_0]\to y[n-n_0]$；或 $x(t)\to y(t)$，则 $x(t-t_0)\to y(t-t_0)$．

③ 记忆性　无记忆性系统的输出只与当前输入时刻有关，这可作为判定的依据，系统的记忆性说明系统具有保留或存储不是当前时刻输入信息的功能．

④ 因果性　系统的输出只与现在和过去的输入有关，无记忆系统一定是因果系统，但因果系统不一定是无记忆系统．

⑤可逆性　当逆系统存在时，将原系统与逆系统级联后的输出就是原来的输入．

⑥稳定性　它是依据在有界的输入下能否产生有界的输出进行判定．在下面几章中还可以利用单位冲激响应 $h(t)$ 的特性，系统函数的收敛域及极点的位置进行判定．

以上的性质，特别是线性时不变性、稳定性和因果性在后续的各章中都起着非常重要的作用．

（4）系统的连接　一个系统不管有多复杂，都可以分成很多子系统，而每个子系统的连接不外乎有三种方式：串联（级联）、并联、反馈连接．

1.3　典型例题精解

【例 1.1】　画出下列信号的波形

① $x_1(t)=u(-t+2)$；　　③ $x_3(t)=u(-2t+2)-u(-2t-2)$；

② $x_2(t)=u(-2t+2)$；　　④ $x_4(t)=\left(1-\frac{|t|}{3}\right)[u(t+3)-u(t-3)]$.

解　① $x_1(t)=u(-t+2)$，故图形是将 $u(t)$ 波形反褶后向右平移 2 后得到，波形如图 1.10 图（a）．

② $x_2(t)=u(-2t+2)=u[-2(t-1)]$，故图形是将 $u(t)$ 反褶，再向右平移 1 后得到，波形如图 1.10（b）．

③ $x_3(t)=u[-2(t-1)]-u[-2(t+1)]$，$u[-2(t-1)]$与 $x_2(t)$相同，第二项为 $u(t)$ 向左平移 1，两者相减即可得图 1.10（c）．

④ 这是一个三角形脉冲，脉冲宽度为 6，如图 1.10（d）．

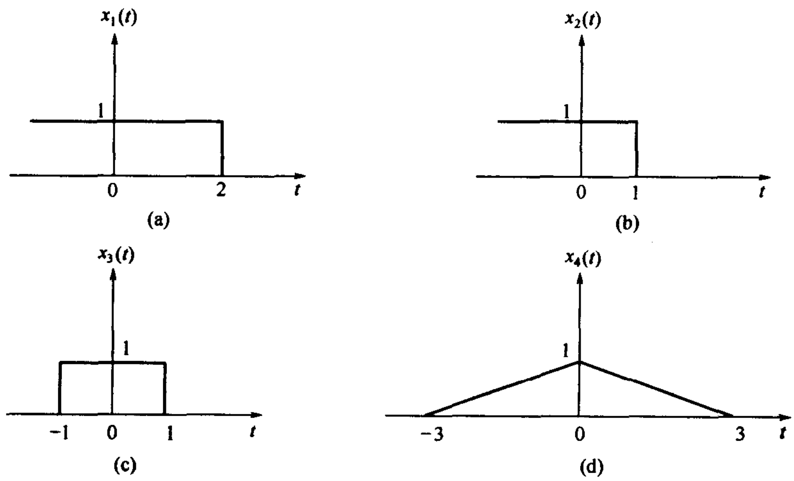


图 1.10　例 1.1 图

【例 1.2】　写出图 1.11 所示信号的函数表达式．

解　$x_1(t)=\sin\frac{\pi t}{2}[u(t)-u(t-2)]$

$$x_2(t)=\sin\pi t[u(t)-u(t-1)]+\sin\pi(t-2)[u(t-2)-u(t-3)]+\sin\pi(t-4)[u(t-4)-u(t-5)]+\cdots\cdots$$

$$=\sum_{n=0}^{\infty}\sin\pi(t-n)u(t-n)$$

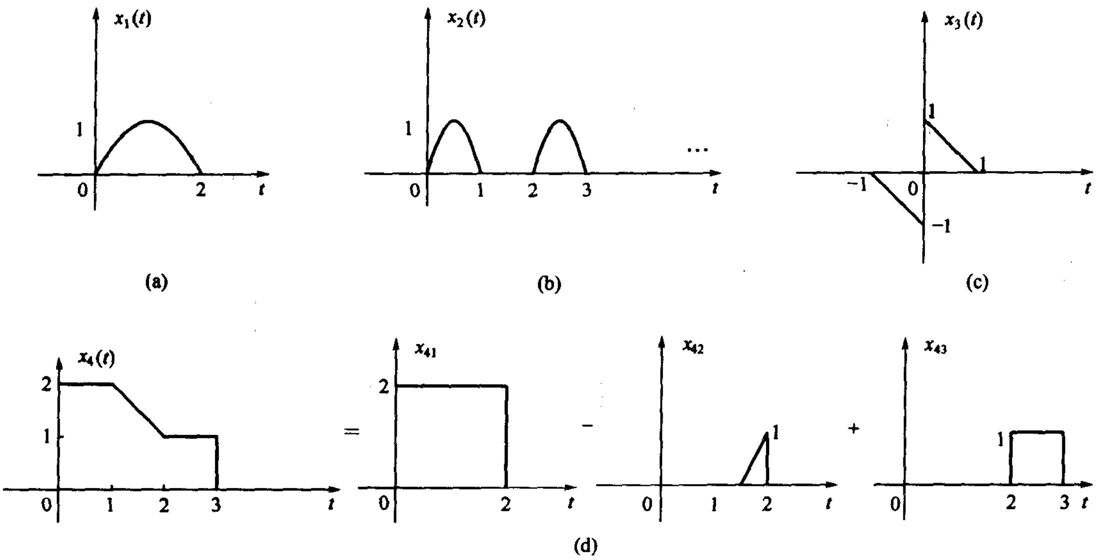


图 1.11 例 1.2 图

$x_3(t)$可看成三角形脉冲 $x_\Delta(t)$与符号函数 $\text{sgn}(t)$相乘而成（见图 1.12）. 故

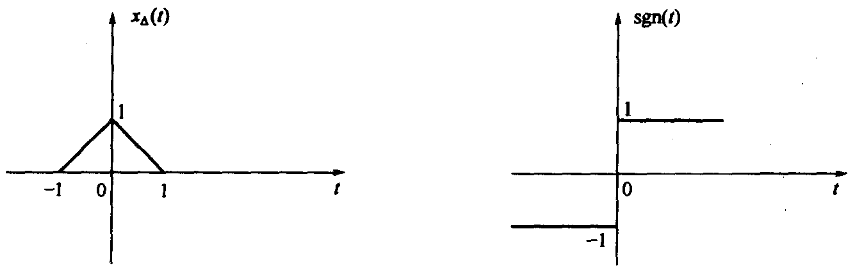


图 1.12 例 1.2 图

$$x_3(t)=(1-|t|)\,[u(t+1)-u(t-1)]\text{sgn}(t)$$

$x_4(t)$可看成三个信号叠加而成[见图(d)]，即

$$\begin{aligned}x_4(t)&=2[u(t)-u(t-2)]-(t-1)[u(t-1)-u(t-2)]+[u(t-2)-u(t-3)]\\&=2u(t)-(t-1)u(t-1)+(t-2)u(t-2)-u(t-3)\end{aligned}$$

【例 1.3】 已知所示离散时间信号 $x[n]$，画出以下序列的图形：

① $x[n-3]$； ② $x[2-n]$； ③ $x[2n]$；

④ $x[n]u[2-n]$； ⑤ $x[n-1]\delta[n]$.

解 如图 1.13 所示 .

【例 1.4】 求以下信号的函数并画出图形 .

$$x_1(t)=\frac{\mathrm{d}u(\sin\pi t)}{\mathrm{d}t};\qquad x_2=\frac{\mathrm{d}[\mathrm{e}^{-t}\cos t\cdot u(t)]}{\mathrm{d}t}$$

解 $\sin\pi t$，$u(\sin\pi t)x_1(t)$ 波形如图 1.14 所示 .

$$\begin{aligned}x_2(t)&=\delta(t)\mathrm{e}^{-t}\cos t+u(t)\frac{\mathrm{d}(\mathrm{e}^{-t}\cdot\cos t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)+[-\mathrm{e}^{-t}\cos t-\mathrm{e}^{-t}\sin t]u(t)\\&=\delta(t)-\mathrm{e}^{-t}(\cos t+\sin t)u(t)=\delta(t)-\sqrt{2}\mathrm{e}^{-t}\cos(t-45^\circ)u(t)\end{aligned}$$

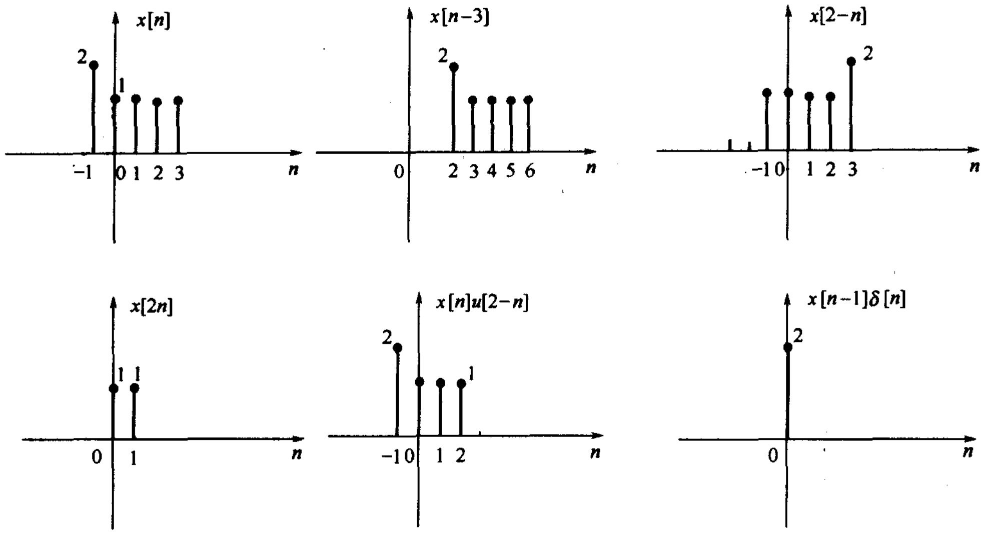


图 1.13 例 1.3 图

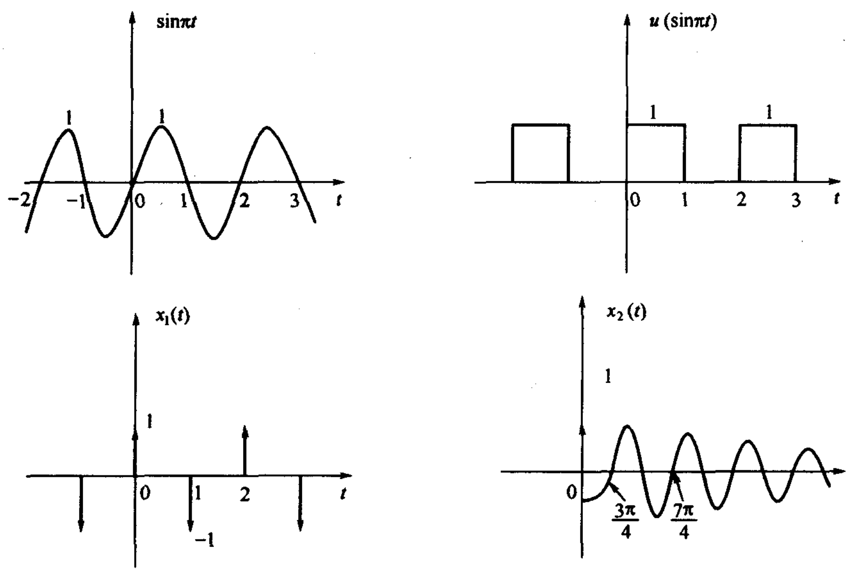


图 1.14 例 1.4 图

【例 1.5】 已知 $x(5-2t)$ 的波形如图 1.15 所示，试画出 $x(t)$的波形．

解 $x(5-2t)$是将 $x(t)$ 经反褶、平移、展缩三种变换后得到的，但三种变换的次序是可以任意的，以下介绍 3 种方法．

① 时移→反褶→展缩（见图 1.15）

$$x(5-2t)=x\left[-2\left(t-\frac{5}{2}\right)\right]\xrightarrow{\text{向左移}\frac{5}{2}}x\left[-2\left(t-\frac{5}{2}+\frac{5}{2}\right)\right]$$

$$=x(-2t)\xrightarrow{\text{反褶}}x(2t)\xrightarrow{\text{展缩扩大 1 倍}}x(t)$$

② 反褶→时移→展缩（见图 1.16）

③ 时移→展缩→反褶（见图 1.17）