

生意人叢刊(37)

數學頭腦

峻才 編譯



27,541,671	23,041,619	53,214,763
24,317,328	08,165,290	22,948,301
	32,996,107	31,065,863
	94,831	58,042,526
	763	35,326,394
	704	31,850,269
	951	71,495,260
	4,278	27,503,695
	5,935	28,076,515
	956,187	08,742,561
17,27	32,684,125	25,931,713
92,646,271	65,124,170	81,527,210
89,065,547	31,720,987	27,980,675



生慧人叢刊 37

峻才編譯

數
學
頭
腦

國家出版社印行

行政院新聞局版業字第零陸貳號

生意人叢刊 37

數學頭腦

特價：新台幣壹佰貳拾元正

編譯者：峻
 總策劃：林
 總編輯：王
 發行人：林
 發行所：國
 總經理：國
 郵撥帳戶：一〇四八〇一號
 總公司：台北市新生南路一段一六之八號三樓
 電話：三九二一六七八・三九二一六七四九
 門市部：台北市信義路二段一二八號
 電話：三九一〇二四三・三九一〇二四二五
 分公司：台南市中正路六四號
 電話：(〇六二)二二三〇八
 印刷所：嘉信印刷廠

洋麗大出版有限公司
 才慈芬坤社

中華民國七十二年十月

※有著作權·有製版權·翻印必究

¥14.00

「生意人叢刊」序

這是一個工商業大放異彩的時代，同時也是一個知識爆發的時代。

我們由農業社會，邁進了工業社會，經濟結構型態與社會組織樣貌，都發生了巨大的變化。不可否認的事實表明出來，今天工商界的從業人員，對國家、社會以及對整個世界而言，已成爲舉足輕重的角色了。

古人曾說：「學而優則仕。」在從前古老時代，似乎祇有從政爲官，才需要學問。如今則不盡然，學問的句域，遠較曩昔爲大，而學術的分類，也比以往細密，政治固然是一門高深學問，其他各行各業，也同樣需要專門學識，要想在一行中出人頭地，除了成爲這行的專家外，還得要具備種種常識，保持一副敏銳的探求新知的眼光，才不致和學術脫節，才配合得上這個飛躍時代的腳步，向前邁進。

我們有鑒於此，爰有「生意人叢刊」之發行，期能對工商界人士提供一些有價值的讀物，俾在當前這個競爭劇烈的時代，掌握成功之鑰，創造出更輝煌的事業，是爲至願。

一九七六年七月

國家出版社編輯委員會謹識

序

語文是表達思想、溝通感情不可缺少的工具。如今學問的範圍非常的廣泛，尤其因為視聽廣播發達以來，眼、耳、口、手各方面的讀、聽、說、寫、更是內容龐雜、與日俱進，現代的人也多能接受。

但是現代的數學不同於普通學問，它並不能普遍地受喜愛，有人興趣盎然，願意苦心鑽研；而不喜歡數學的人，甚至詛咒它。

依文字學的觀點，從算術這兩個字的結構看來，就可以知道，必定和竹子有密切的關係；「算」字的意思就是，耍玩著竹子做成的棒子，嚴肅點說，即是演算問題。

學問的範圍擴大了，算術也由單純地玩玩竹棒子，進而負起傳達思想的重要任務了。

對算術不感興趣的人，咒罵算術是來自惡魔國的學問；事實上不可否認，現在如此繁忙複雜的社會裏，以各種類型的思想，和價值觀來說，必須依賴算術，把錯綜複雜的觀念以及各種困難的問題，用程式、圖表、公式簡單而明瞭地表達出來。這種功能和效率，不是其他任何學問——費盡千言萬語才能說清楚的特性所能比擬的。

初學英文者，大部分的人都讀過一篇短文；描寫一個戴紅帽的小女孩，要去外婆家；當小女孩走進森林時，一隻狼對她說：

"where are you going, little lady?" said the wolf harshly.

我的女兒卻如此翻譯——

「你去那裏？小貴婦！」狼兇暴地說。

逐字逐句的翻譯，雖然不失忠實的態度，卻太拗口，而且「很兇暴地說」這一句在會話裏，通常不翻出來；直譯是不了解外國語文的習慣和文法，且沒能將前後意思融會貫通。

數學是傳遞情報的工具，也是一種語言；解數學難題，如果太死守程序，就不容易靈巧地解出方程式。這個道理，就如同以日文學英語的人，脫離不了日文的習慣，強制用於英文上，而把英文日文化了，所以會有這樣生硬的譯翻。

學習外國語文，不必要先學習文法，只要先聽，自然而然就能學會外國語文的習慣，文法自在其中矣；多閱讀外國人的文章，久之自然能以他們的方式表達出來了，這才是學習外國語文最正確的方法。

一個數學問題，不要受既定規則的束縛，自由聯想不失為好方式，同時更能領會出新的方法；如此才算充分了解數學，這樣不但不枯燥乏味，反而樂趣無窮呢。

本書以難免問題爲主，再舉出幾項小學生的算術問題，從各種角度去研究，然後找出基本規則。現今的企業界應把工作加以分類，可以交由機械的就不必浪費人力；如此才能省時省力，達到工業社會的高效率 and 發揮分工的功能。

我們可以從過程中了解數學語言，尋出解決企業界困難的脈絡。

本書的目的是要讓讀者了解、研究數學有很大的樂趣，數學可以訓練思考能力，對於解決生活問題有很大的幫助，即使運用到企業界也有特殊的效果。

編者

目 錄

諸 論

第一章 數學入門法

第一節 雞、兔腳的算法.....六

第二節 用時鐘問題來計算損益平衡點.....一八

第三節 算術是什麼.....二八

第二章 利息的算法

第一節 損益的錯覺如何計算.....三六

第二節 容易計算錯誤的數字.....五三

第三章 解答難題的方法

第一節 達到目標的捷徑.....六〇

第二節 有目的數學歸納法……………七—

第三節 做爲算術天才實非偶然……………七六

第四章 神奇的數學

第一節 如何計劃作戰……………八九

第二節 方陣問題的應用……………一〇七

第五章 訓練腦力的數學

第一節 從終點回溯起點求答案……………一一七

第二節 收益的「計劃規劃法」……………一二九

第六章 具有數學的頭腦就是最大的智慧

第一節 解決雞兔問題的四種方式……………一四八

諸論

學習數學的目的，並不在於九九乘法以及方程式的死背；而是訓練人們正確地抓住事物的本質然後加以抽象化，應用到各項事務上，得以發展的一種工具。

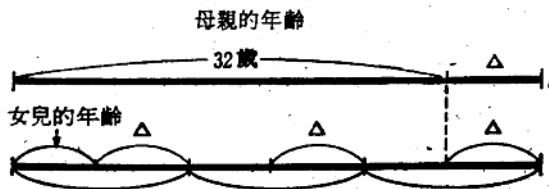
既然是工具，如果事先不懂得其使用的方法，則就不會有購買的念頭和學習的興趣。聰明的人懂得利用數學來達到賺錢的目的。本書中，我們將提供您數種與日常生活有着密切關係的數學使用法。

植樹問題

打算在五百公尺的床邊，以每隔十公尺的距離，種一棵樹，到底要種多少棵呢？五百公尺除以十公尺，得到的答案是五十棵；可是，兩端都要種上一棵，所以還要加一，正確的答案就是五十一棵了。植樹問題就是要大家知道，只算數目是錯誤的，必須要了解事實，才能算出正確答案。

工程問題

在三十二歲裏面，包含女兒年齡的三倍和 Δ 的兩倍



甲做一項工程，需要十天才能完成，但是同一件工程由乙來做，要十五天才能完成，如果讓他們兩個人一起做，要幾天完成呢？

這個問題的基本原則是將完成工作所需的勞動力當作一。那麼，甲一天能完成工程的十分之一，乙一天為五分之一，如果兩人合作，就要以十分之一加上十五分之一，等於六分之一；一天能做六分之一，則六天即能完成這項工程。

這就是相互作用，俗語說：「三個臭皮匠勝過諸葛亮。」還有一句話說：「一個和尚挑水喝，兩個和尚扛水喝，三個和尚沒水喝。」這即證明理論與實際常常是不能吻合的。

年齡問題

母親今年三十二歲，女兒六歲，再過幾年母親的年齡方是女兒的三倍？這個問題用心算則很難，如畫圖加以說明，就很容易了解。假定幾年後，母親年齡成爲女兒三倍，扣掉女兒年齡的三倍，再用二除，答案就是七年後。要計算問題，就應該了解問題中的關鍵——年齡會逐年增加。

和差問題

大、小兩個數，和是二十四，差是八，兩數各是多少？

將八和二十四加起來除以二，得到的答案就是大數，用二十四減八除以二即是小數；這個問題和年齡問題一樣，用圖形劃出來就很清楚，用心算就很難。

流水問題

坐船順流而下，到四公里外的村落，費時十分鐘，逆水而上就需二十五分；那麼流水的速度和靜水中的船速各是多少呢？

順流時，由於流水速加入船速，所以比較快。逆流時船速被水速所阻，所以比較慢。我們可以了解這與和差問題相同。

其他尚有許多應用得到的問題。讓我們回到童年時代，從雞兔問題開始研究，這樣，我們就可以發現算術在應用上的重要性。

第一章 數學入門法

第一節 鷄、兔腳的算法

有沒有數學頭腦足以影響事業，只會計算也是沒有用的，必須在不使用數學— X 、 Y 的問題中了解原理，才有效益，而電腦的製作與使用亦完全依賴數學的原理。

生活中數學的應用法

雞兔問題是古老的幾個算術問題中，最令人印象深刻的一種。

例：「雞兔同籠共有十二隻，腳的數目三十八隻，雞、兔各有多少隻？」

這類算術問題，早在一千七百多年前的漢、晉時代的「孫子算經」即有記載。

「今有雞兔同籠，上有三十五頭，下有九十四足，問雞兔各幾何？」

這句話是說，同籠有雞與兔；頭的數目是三十五，腳的數目是九十四，籠中各有雞、兔多少？這類雞兔問題，流傳到全世界，稱法不一，亦有稱為鸚鵡龜問題的。

這類雞兔問題，可以應用於目前的企業界，將帶給經理、會計或生產者很大的方便。

經常會談到或聽到的損益平衡，即是表示產品要銷售多少，才能獲得利潤。如果是零售商店，賣出產品就很容易賺錢；但是廠商爲了要生產商品，必須先投資廠房的基本設備，所以利潤就要從多方面來計算。損益平衡表上，支出較少當然比較容易獲得利潤。對於經濟上的不景氣也就有抗拒力，所以推算損益平衡表是經營上最重要的一件工作。

從工廠搬運產品到消費市場時，這時產品要經過什麼途徑，才能運到該地去銷售、估計當地倉庫的大小及交通情況，在在都值得負責人從長計議的。最近爲了要處理類似問題，有些大企業，使用電腦計算，但是一般公司是無法做到的。

以上所提的問題，表面上和雞兔計算沒有關聯，但是其根底和雞兔問題是有關係的。說實在的，從雞兔問題所脫胎出來的種種問題，在吾人的生活、事業上應用得相當廣泛。如果能知道雞兔問題的本質，那麼大部分的問題均可迎刃而解了。

解決問題的重要步驟

讓我們開始研究雞兔問題。

「雞和兔共有十二隻，腳三十八隻，雞和兔各有幾隻？」

表一 雞兔合起來有十二隻，如果雞數逐漸減為十一、十、九……，兔的數目和雞、兔腳的總和有何變化

雞	12	11	10	9	8	7	6	⑤	4	3	2	1	0
兔	0	1	2	3	4	5	6	⑦	8	9	10	11	12
腳的總數	24	26	28	30	32	34	36	③⑧	40	42	44	46	48

這是方才所談的「孫子算經」裏問題的縮小化，上過中學的人要知道這些問題的答案，就會以雞有 x 隻，兔有 y 隻的計算方式來解答這個問題，然而這種代數算法，對我們思想的發展毫無助益。正如同看懂深英文的人，卻無法與人交談。

小學生不知道使用 x 、 y ，想解決雞兔問題只得靠頭腦思考；現在讓我們像小學生一樣，冷靜、詳細的分析來解決它。

根據題目中的說明，我們知道雞和兔共有十二隻，雞的數目一定不會超過十二隻。讓我們研究雞的數目依次減少為十一、十、……一、零；兔的數目會有什麼變化呢？還有雞、兔腳的總和又有什麼變動呢？現在讓我們畫個圖形來表示它。

問題上提示雞、兔腳合起來共三十八隻，再根據上表尋找適合的條件來。表格上所做○的記號的地方，雞五隻，兔七隻，就是我們所要的正確答案了。

這也就是說，把雞、兔和為十二的問題，將適合此條件的十三組組合全部列出來，接着從裏頭，找到適合雞、兔腳的總數——三十八的那一組組合。

解決這問題的兩個步驟：一、列表；二、找適合的答案。這兩個步驟在我們日常生活中也常應用。譬如說：某人要從臺北到花蓮去，第一步要列舉出可以到達花蓮的交通工具，是飛機、輪船、公路局、火車、自用轎車等運輸工具；接着要從這種種交通工具中找出最合適的一種；在選擇時也要考慮到天氣的變化以及經濟的原則才行。

電腦也是這種計算的應用

以上所舉的例子，是數目很少的題目；雞兔加起來總數才十二而已。用表格畫一畫，只要在一個頁數上，就可以畫出來，但是，如果數字極大，則表格就難以畫了。讓我們詳細看看前面所列的表格。

表上最上面一行列出雞的數目，這一行愈到右邊，數字就愈小，在最右邊一格是零。

第二行所列的是兔子的數目，從零遞增到十二，因為兔子的數目與雞數的總和是十二。

第三行所列的是腳的數字，從二十四開始，每移右一格數字就增多二，如此有規則的遞增，一直到四十八。這裏所列的每格增加二，是每隻雞變為兔子的話，腳的總數就要增加二，所以表上第三行所列數字每移右一格，數字就要增加二。

這即是最重要法則，能了解這項法則，我們就容易解開這個題。

表二 將雞兔問題整理出來會得到下表的公式

$$\text{兔子數} = \frac{[\text{問題所提示之足數}(38)] - [\text{假定全部爲雞足數}(12 \times 2)]}{[\text{兔子和雞足差}(4 - 2)]}$$

$$\text{雞數} = [\text{雞兔總和}(12)] - \text{兔數}$$

雞、兔共十二隻，如果全部是雞，腳的數目就是二十四，這就是表格中最左邊的三個數 $\begin{array}{|c|} \hline 12 \\ \hline 0 \\ \hline 24 \\ \hline \end{array}$ 。

但問題提示「腳的數目是三十八」，尚不足十四隻。（不足可能是從這裏來的。）而不足的原因是假定全部都是雞，這句話當然不正確，爲了解決問題，所以把幾隻雞變爲幾隻兔子，所以腳的數目才會增加了十四隻。

一隻雞，改爲一隻兔子，就會增加兩隻腳，爲了要增加十四隻腳，就用十

四除以二，所以把七隻雞換七隻兔子，就符合了題目的要求了。

把雞、兔的總數十二隻減去七隻就是五隻，就是雞的總數。現將這個簡單的道理，用一個公式表示出來。

- 1 若十二頭全部是雞。
- 2 則腳的總數是二十四隻。
- 3 問題所提示腳的總數是三十八隻。
- 4 不足的腳數 $38 - 24 = 14$ 十四隻。
- 5 雞兔腳的差是二隻。
- 6 雞應變換爲兔數 $14 \div 2 = 7$ 七隻。