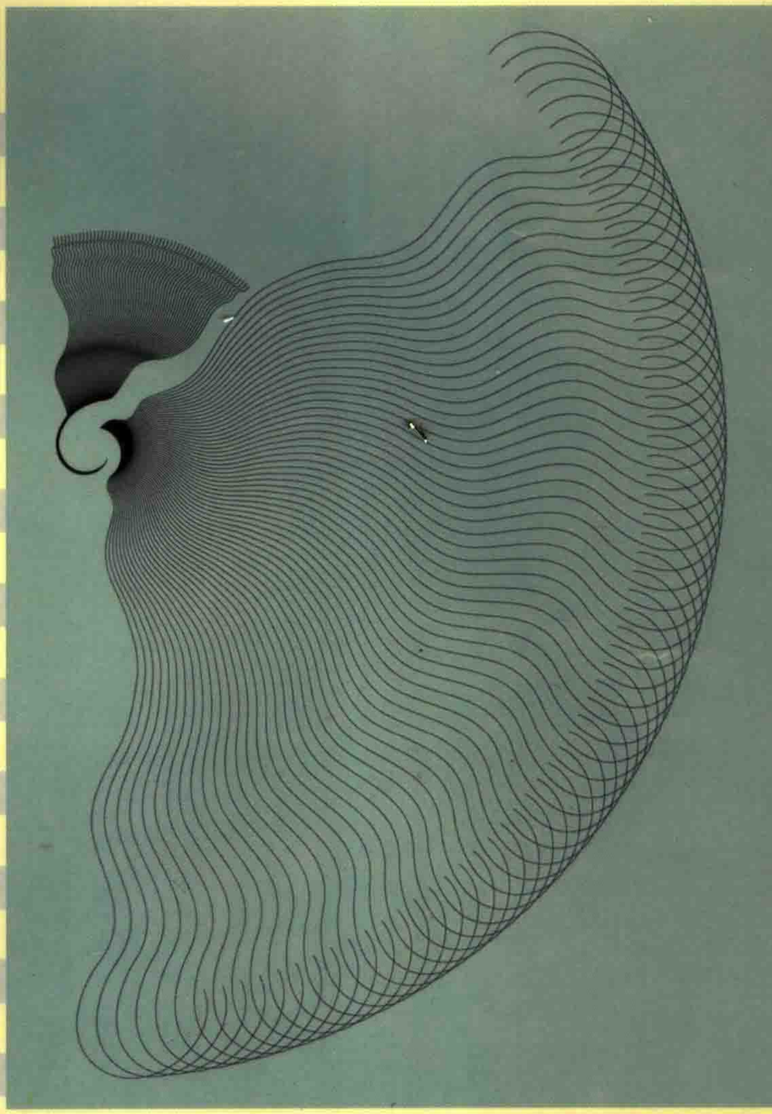
高等职业教育基础类课程规划教材
GAODENG ZHIYE JIAOYU JICHULEI KECHENG GUIHUA JIAOCAI
新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

新编高等数学（理工类）

主　编　梁晓俐　张淑华



大连理工大学出版社

高等职业教育基础类课程规划教材
新世纪高等职业教育教材编审委员会组编

新编高等数学

（理工类）

主　编　梁晓俐　张淑华
副主编　崔国生　王国廷　徐志毅

新世纪

大连理工大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

新编高等数学(理工类)/梁晓俐,张淑华主编. - 大连:大连理工大学出版社,2001.8

高等职业教育基础类课程规划教材

ISBN 7-5611-1947-X

Ⅰ.新… Ⅱ.①梁… ②张… Ⅲ.高等数学-高等学校-技术学校-教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 050336 号

大连理工大学出版社出版发行

大连市凌水河 邮政编码 116024

电话:0411-4708842 传真:0411-4701466

E-mail:dutp@mail.dlptt.ln.cn

URL:http://www.dutp.com.cn

大连业发印刷有限公司印刷

开本:787 毫米×1092 毫米 1/16 字数:400 千字 印张:17.25

印数:1-4500 册

2001 年 8 月第 1 版 2001 年 8 月第 1 次印刷

责任编辑:刘 杰 责任校对:郑淑芹

封面设计:王福刚

定价:18.00 元

总　序

我们已经进入了一个新的充满机遇与挑战的时代，我们已经跨入了21世纪的门槛。

20世纪与21世纪之交的中国，高等教育体制正经历着一场缓慢而深刻的革命，我们正在对传统的普通高等教育理论教学与社会发展的现实需要不相适应的现状作历史性的反思与变革的尝试。

20世纪最后的几年里，高等职业教育伴随着社会经济、科技以及文化教育本身的迅速发展而崛起，是影响高等教育体制变革的一件大事。在短短的几年时间里，普通中专教育、普通高专教育全面转轨，以高等职业教育为主导的各种形式的应用型人才培养的教育发展到与普通高等教育等量齐观的地步，其来势之迅猛，迫人深思。

无论是正在缓慢变革着的普通高等教育，还是迅速推进着的应用型人才培养的高等职业教育，都向我们提出了一个同样的严肃问题：中国的高等教育为谁服务，是为教育发展自身，还是为包括教育在内的大千社会？答案肯定而且惟一，那就是教育也置身其中的现实社会。

由此又引发出高等教育的目的问题。既然教育必须服务于社会，它就必须按照社会需要的不同领域来完成自己的教育过程。换言之，教育资源必须按照社会划分的各个专业（行业）领域（岗位群）的需要实施配置，这就是我们所熟知的学以致用问题，这就是我们所关注的教育的目的问题。

众所周知，整个社会由其发展所需要的不同部门构成，包括公共管理部门如国家机构、基础建设部门如教育研究机构和各种实业部门如工业部门商业部门，等等。每一个部门又可作更为具体的划分，直至同它所需要的各种专门人才相对应。教育如果不能按照实际需要完成各种专门人才培养的目标，就不能很好地完成社会分工所赋予它的使命，而教育作为社会分工的一种独立存在就应受到置疑。可以断言，按照社会的各种不同需要培养各种直接有用人才，是教育体制变革的终极目的。

随着教育体制变革的进一步深入，高等院校的设置是否会同社会对人才类型的不同需要一一对应，我们姑且不论。但高等教育走应用型人才培养的道路和走理论型（也是一种特殊应用）人才培养的道路，学生们

根据自己的偏好各取所需，始终是一个理性运行的社会状态下高等教育正常发展的途径。

高等职业教育的崛起，既是高等教育体制变革的结果，也是高等教育体制变革的一个阶段性表征。它的进一步发展，必将极大地推进中国教育体制变革的进程。作为一种应用型人才培养的教育，高等职业教育从专科层次起步，进而高职本科教育、高职硕士教育、高职博士教育……，当应用型人才培养的渠道贯通之时，也许就是我们迎接中国教育体制变革的成功之日。从这一意义上说，高等职业教育的崛起，正是在为必然会取得最后成功的教育体制变革奠基。

高职教育还刚刚开始自己发展道路的探索过程，它要全面达到应用型人才培养的正常理性发展状态，直至可以和现存的（同时也正处在变革分化过程中的）理论型人才培养渠道并驾齐驱，还需假以时日；还需要政府教育主管部门的大力推进，需要人才需求市场的进一步完善发育，尤其需要高职教学单位及其直接相关部门肯于做长期的坚忍不拔的努力。新世纪高等职业教育教材编审委员会就是由北方地区近百所高职院校和出版单位组成的旨在以推动高职教材建设来推进高等职业教育这一变革过程的联盟共同体。

在宏观层面上，这个联盟始终会以推动高职教材的特色建设为己任，始终会从高职教学单位实际教学需要出发，以其对高职教育发展的前瞻性的总体把握，以其纵览全国高职教材市场需求的广阔视野，以其创新的理念与创新的组织形式，通过不断深化的教材建设过程，总结高职教学成果，探索高职教材建设规律。

在微观层面上，我们将充分依托众多高职院校联盟的互补优势和丰裕的人才资源优势，从每一个专业领域、每一种教材入手，突破传统的片面追求理论体系严整性的意识限制，努力凸现高职教育职业能力培养的本质特征，在不断构建特色教材建设体系的过程中，逐步形成自己的品牌优势。

新世纪高等职业教育教材编审委员会作为一种民间组织形式的联盟，在推进高职教材建设事业的过程中，始终得到了各级教育主管部门（如国家教育部、辽宁省教育厅）以及各相关院校相关部门的热忱支持和积极参与，对此我们谨致深深谢意；也希望一切关注、参与高职教育发展的同道朋友，在共同推动高职教育发展进而推动高等教育体制变革的进程中，和我们携手并肩，与时俱进。

新世纪高等职业教育教材编审委员会

2001年8月18日

前　言

本书是根据教育部最新制定的高职院校高等数学课程教学基本要求，在认真总结编委会各相关高职院校数学教改经验的基础上，结合对国内同类教材建设发展趋势的分析研究编写而成的。

本书以“掌握概念、强化应用、培养技能”为重点，充分体现了以应用为目的、以必需够用为度的高职教学基本原则。全书包括一元函数微积分、空间解析几何、多元函数微积分、微分方程、无穷级数等几个部分。每节配有A、B两组习题，章末附有知识结构图，书末附有初等数学常用公式、常用的平面曲线图、积分表、习题答案等。带*号的内容供部分专业选学。

本书具有以下特点：(1)突出强调数学概念与实际问题的联系；(2)适度淡化逻辑论证，充分利用几何说明，帮助学生理解有关概念和理论；(3)充分考虑高职学生的数学基础，较好地处理了初等数学与高等数学的过渡与衔接；(4)优选了微积分在几何、物理、经济等多方面的应用实例，适用专业面宽；(5)每节均配有A、B两组习题，便于学生巩固基础知识，提高基本技能，加强对教材内容的理解，有利于培养学生应用数学知识解决问题的能力；(6)各章末附有本章知识结构图，可帮助学生掌握本章重点知识，理解知识之间的内在联系。

本书可作为高职院校、成人高校以及普通高校举办的二级职业技术学院的高等数学教材，教学基本学时按不少于120学时设计，标有*号的内容需另加学时。

本书由梁晓俐、张淑华担任主编，崔国生、王国廷、徐志毅担任副主编，参加编写工作的有大连轻工业学院职业技术学院熊丽华(第一章)、沈阳师范学院职业技术学院孙丽(第二章)、盘锦职业技术学院宿彦莉(第三章)、辽宁工程技术大学职业技术学院王国廷(第四章)、沈阳农业大学职业技术学院杨凤书(第五章)、张淑华(第七章)、丹东职业技术学院李艳红(第六章)、沈阳电力高等专科学校崔国生(第八章)、辽宁省交通高等专科学校曲春平(第九章)、本溪冶金高等专科学校徐志毅(第十章)、鞍山钢铁学院职业技术学院李继怀(第十一章)。各章知识结构图由丹东高等专科学校田兆有完成，沈阳电力高等专科学校刘严参加了书稿部分习题的审定工作。全书结构框架及统稿由主编完成，副主编参加了审稿和定稿工作，王丽燕教授对全书进行了终审，在此表示谢意。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，希望读者批评指正。

编　者

2001年7月

目　录

第一章 函数、极限与连续

函数是客观世界中量与量之间相依关系的一种数学抽象。高等数学的主要研究对象是函数，研究问题的基本工具是极限。本章将介绍函数、极限与连续的基本概念，以及它们的一些主要性质。

第一节 函 数

一、函数的概念

1. 函数的定义

【例 1】 某物体以 10 m/s 的速度作匀速直线运动，则该物体走过的路程 s 和时间 t 有如下关系：

$$s=10\,t \quad (0\leqslant t<+\infty)$$

对变量 t 和 s，当 t 在 $[0,+\infty)$ 内每取一定值 t_0，s 就有唯一确定的值 $s_0=10t_0$ 与之对应。变量 t 与 s 之间的这种对应关系，即是函数概念的实质。

定义 1 设有两个变量 x 和 y，如果在集合 D 内每取定一个数值 x，按照对应规律 f，都有唯一确定的数值 y 与之对应，则称 y 为定义在 D 上的 x 的函数；记作 $y=f(x)$。其中 x 叫做自变量，y 叫做因变量，D 叫做函数的定义域。

当 x 取数值 $x_0\in D$ 时，与 x_0 对应的 y 的数值称为函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处的函数值，记作 $f(x_0)$。当 x 遍取 D 的各个数值时，对应的函数值全体组成的数集

$$W=\{y\,|\,y=f(x),x\in D\}$$

称为函数的值域。

2. 函数的两个要素

定义域 D 与对应规律 f 唯一确定函数 $y=f(x)$，故定义域与对应规律叫做函数的两个要素。如果函数的两个要素相同，那么它们就是相同的函数，否则，就是不同的函数。

函数 $y=f(x)$ 的对应规律 f 也可用 φ,h,g,F 等表示，相应的函数就记作 $\varphi(x)$，$h(x)$，$g(x)$，$F(x)$。

在实际问题中，函数的定义域是根据问题的实际意义确定的。若不考虑函数的实际意义，而抽象地研究用算式表达的函数，规定函数的定义域是使算式有意义的一切实数值。

通常求函数的定义域应注意以下几点：

(1)当函数是多项式时，定义域为 $(-\infty,+\infty)$。

(2)分式函数的分母不能为零。

(3)偶次根式的被开方式必须大于或等于零。

(4)对数函数的真数必须大于零。

(5)反正弦函数与反余弦函数的定义域为$[-1,1]$。

(6)如果函数表达式中含有上述几种函数,则应取各部分定义域的交集。

【例 2】 判断下列函数是否是相同的函数

(1)$y=1$ 与 $y=\frac{x}{x}$

(2)$y=|x|$ 与 $y=\sqrt{x^2}$

(3)$y=\ln 2x$ 与 $y=\ln 2\cdot\ln x$

解 (1)函数 $y=1$ 的定义域为$(-\infty,+\infty)$,而函数 $y=\frac{x}{x}$的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$,故不是同一函数。

(2)两个函数的定义域与对应规律都相同,故是同一函数。

(3)函数 $y=\ln 2x$ 与 $y=\ln 2\cdot\ln x$ 的定义域都是$(0,+\infty)$,但对应规律不同,故不是同一函数。

【例 3】 求下列函数的定义域

(1)$y=x^2-2x+3$　　(2)$y=\sqrt{x+3}-\frac{1}{x^2-1}$

(3)$y=\frac{1}{\ln(1-x)}$　　(4)$y=\sqrt{x^2-4}+\arcsin\frac{x}{2}$

解 (1)函数 $y=x^2-2x+3$ 为多项式函数,当 x 取任何实数时,y 都有唯一确定的值与之对应,所求定义域为$(-\infty,+\infty)$。

(2)若使 $\sqrt{x+3}$有意义,需 $x+3\geqslant 0$,即 $x\geqslant -3$,若使$\frac{1}{x^2-1}$有意义,需 $x^2-1\neq 0$,即 $x\neq\pm 1$,所以函数的定义域为$[-3,-1)\cup(-1,1)\cup(1,+\infty)$。

(3)若使$\frac{1}{\ln(1-x)}$有意义,需 $1-x>0$ 且 $\ln(1-x)\neq 0$,即 $x<1$ 且 $x\neq 0$,所以函数的定义域为$(-\infty,0)\cup(0,1)$。

(4)若使 $\sqrt{x^2-4}$有意义,需 $x^2-4\geqslant 0$,即 $x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant -2$,若使 $\arcsin\frac{x}{2}$有意义,需$\left|\frac{x}{2}\right|\leqslant 1$,即$-2\leqslant x\leqslant 2$,所以函数的定义域为$\{x|x=\pm 2\}$。

3. 函数的表示法

函数的表示法有解析法、图示法以及表格法等。

【例 4】 设有容积为 10 m^3 的无盖圆柱形桶,其底用铜制,侧壁用铁制。已知铜价为铁价的 5 倍,试建立做此桶所需费用与桶的底半径 r 之间的函数关系。

解 设铁价为 k,铜价为 $5k$,所需费用为 y,桶的容积为 V,侧壁高为 h。

由容积与底半径及高的关系,有 $V=\pi r^2 h$,则 $h=\frac{V}{\pi r^2}$,侧面积为 $2\pi rh=2\pi r\frac{V}{\pi r^2}=\frac{2V}{r}$,又知 $V=10$ m^3,得侧面积为$\frac{20}{r}$,故所需费用与桶的底半径 r 之间的函数关系为

$$y=\frac{20k}{r}+5\pi r^2k$$

【例5】 火车站收取行李费的规定如下：当行李不超过50千克时，按基本运费计算，如从上海到某地每千克收0.20元。当超过50千克时，超重部分按每千克0.30元收费。试求上海到该地的行李费y(元)与重量x(千克)之间的函数关系式，并画出这函数的图形。

解 当$x\in[0,50]$时，$y=0.2x$；当$x\in(50,+\infty)$时，$y=0.2\times 50+0.3(x-50)=0.3x-5$，所求函数为
$$y=\begin{cases}0.2x, & 0\leqslant x\leqslant 50\\ 0.3x-5, & 50<x<+\infty\end{cases}$$
如图1-1所示。

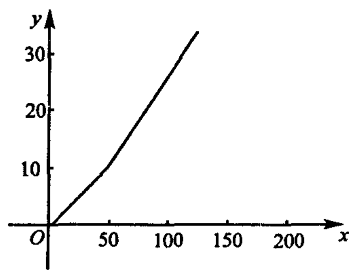


图 1-1

像这样在自变量的不同变化范围内，对应规律用不同式子来表示的函数，叫做分段函数。

二、函数的简单性质

设函数$f(x)$在某区间I有定义。

1. 奇偶性

设I为关于原点对称的区间，若对于任意的$x\in I$，都有$f(-x)=f(x)$，则$f(x)$叫做偶函数；若$f(-x)=-f(x)$，则$f(x)$叫做奇函数。奇函数的图像关于原点对称如图1-2，偶函数的图像关于y轴对称如图1-3。

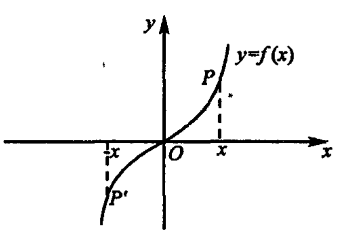


图 1-2

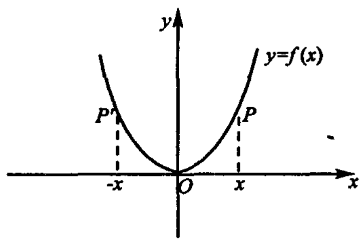


图 1-3

例如，$y=x^3$在区间$(-\infty,+\infty)$内是奇函数，$y=x^4+1$在区间$(-\infty,+\infty)$内是偶函数。有的函数既不是奇函数也不是偶函数，如$y=\sin x+\cos x$在区间$(-\infty,+\infty)$内是非奇非偶函数。

2. 单调性

若对于区间I内任意两点x_1,x_2，当$x_1<x_2$时，有$f(x_1)<f(x_2)$，则称$f(x)$在I上单调增加，区间I称为单调增区间；若$f(x_1)>f(x_2)$，则称$f(x)$在I上单调减少，区间I称为单调减区间。单调增区间或单调减区间统称为单调区间。在单调增区间内，函数图像随着x的增大而上升如图1-4，在单调减区间内，函数图像随着x的增大而下降如图1-5。

例如，$y=x^2$在区间$[0,+\infty)$内是单调增加的，在区间$(-\infty,0]$内是单调减少的，在

区间$(-\infty,+\infty)$内函数$y=x^2$不是单调函数。

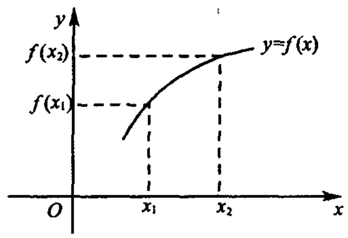


图 1-4

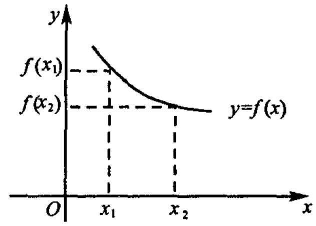


图 1-5

3. 周期性

若存在不为零的数T,使得对于任意的$x\in I$,都有$x+T\in I$,且$f(x+T)=f(x)$,则称$f(x)$为周期函数,其中T叫做函数的周期,通常周期函数的周期是指它的最小正周期。

例如,$y=\sin x$,$y=\cos x$都是以2π为周期的周期函数;$y=\tan x$,$y=\cot x$都是以π为周期的周期函数。

4. 有界性

若存在正数M,使得在区间I上恒有$|f(x)|\leqslant M$,则称$f(x)$在I上有界,否则称$f(x)$在I上无界。

例如,函数$y=\dfrac{1}{x}$在区间$(0,1)$内无界,但在区间$(1,2)$内有界。

三、反函数

定义 2 设函数$y=f(x)$的定义域为D,值域为W。对于任一数值$y\in W$,在D中都有唯一确定的值x,使$f(x)=y$,则得到一个以y为自变量,x为因变量的新的函数,这个新的函数叫做函数$y=f(x)$的反函数,记作$x=f^{-1}(y)$,其定义域为W,值域为D。

由于人们习惯于用x表示自变量,而用y表示因变量,因此我们将函数$y=f(x)$的反函数$x=f^{-1}(y)$用$y=f^{-1}(x)$表示。$y=f(x)$与$y=f^{-1}(x)$的图像关于直线$y=x$对称,如图 1-6。

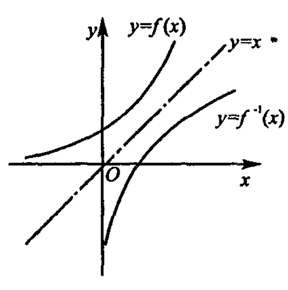


图 1-6

四、初等函数

1. 基本初等函数及其性质

幂函数 $y=x^\mu$ (μ为常数)

指数函数 $y=a^x$ ($a>0,a\neq1,a$为常数)

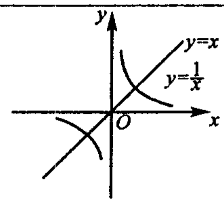
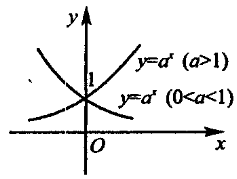
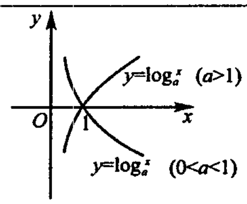
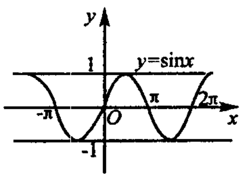
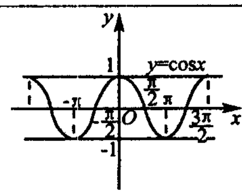
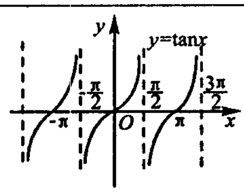
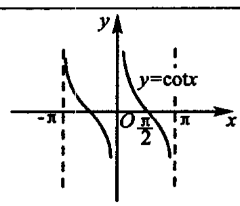
对数函数 $y=\log_a^x$ ($a>0,a\neq1,a$为常数)

三角函数 $y=\sin x$, $y=\cos x$, $y=\tan x$, $y=\cot x$, $y=\sec x$, $y=\csc x$

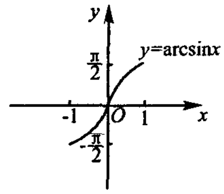
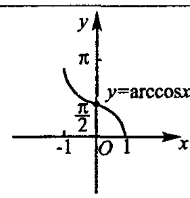
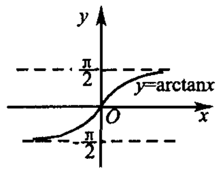
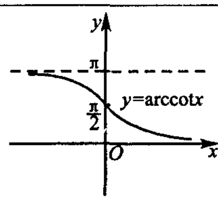
反三角函数 $y=\arcsin x$, $y=\arccos x$, $y=\arctan x$, $y=\operatorname{arccot} x$

以上五类函数统称为基本初等函数,常用的基本初等函数的定义域、值域、图像和性质见表 1-1。

表 1-1

函　　数	定义域和值域	图　　像	性　　质
幂函数 $y=x^{\mu}$			当 $\mu>0$ 时，函数在第一象限单调增 当 $\mu<0$ 时，函数在第一象限单调减
指数函数 $y=a^x$ $(a>0,a\neq1)$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,+\infty)$		过点(0,1) 当 $a>1$ 时，单调增 当 $0<a<1$ 时，单调减
对数函数 $y=\log_a^x$ $(a>0,a\neq1)$	$x\in(0,+\infty)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		过点(1,0) 当 $a>1$ 时，单调增 当 $0<a<1$ 时，单调减
三角函数 正弦函数 $y=\sin x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		奇函数，周期为 2π，有界 在$\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$$(k\in Z)$单调增 在$\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right]$$(k\in Z)$单调减
余弦函数 $y=\cos x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in[-1,1]$		偶函数，周期为 2π，有界 在$[2k\pi,2k\pi+\pi]$$(k\in Z)$单调减 在$[2k\pi-\pi,2k\pi]$$(k\in Z)$单调增
正切函数 $y=\tan x$	$x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π 在$\left(k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$$(k\in Z)$单调增
余切函数 $y=\cot x$	$x\neq k\pi(k\in Z)$ $y\in(-\infty,+\infty)$		奇函数，周期为 π 在$(k\pi,(k+1)\pi)$　$(k\in Z)$单调减

(续表)

函数		定义域和值域	图像	性质
反三角函数	反正弦函数 $y=\arcsin x$	$x\in[-1,1]$ $y\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$		奇函数，有界 单调增
	反余弦函数 $y=\arccos x$	$x\in[-1,1]$ $y\in[0,\pi]$		有界 单调减
	反正切函数 $y=\arctan x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$		奇函数，有界 单调增
	反余切函数 $y=\text{arccot}\,x$	$x\in(-\infty,+\infty)$ $y\in(0,\pi)$		有界 单调减

2. 复合函数

先看一个例子，设 $y=\sqrt{u}$，而 $u=1+x^2$，以 $1+x^2$ 代替 $\sqrt{u}$ 中的 u，得 $y=\sqrt{1+x^2}$，我们称它为由 $y=\sqrt{u}$，$u=1+x^2$ 复合而成的复合函数。

定义 3 设 $y=f(u)$，而 $u=\varphi(x)$，且函数 $\varphi(x)$ 的值域包含在函数 $f(u)$ 的定义域内，那么 y 通过 u 的联系成为 x 的函数，我们把 y 叫做 x 的复合函数，记作 $y=f[\varphi(x)]$，其中 u 叫做中间变量。

【例 6】 试求由函数 $y=u^3$，$u=\tan x$ 复合而成的函数。

解 将 $u=\tan x$ 代入 $y=u^3$ 中，即得所求复合函数 $y=\tan^3 x$。

有时，一个复合函数可能由三个或更多的函数复合而成。例如，由函数 $y=2^u$，$u=\sin v$ 和 $v=x^2+1$ 可以复合成函数 $y=2^{\sin(x^2+1)}$，其中 u 和 v 都是中间变量。

【例 7】 指出下列复合函数的结构：

(1) $y=\cos^2 x$　　(2) $y=\sqrt{\cot\frac{x}{2}}$　　(3) $y=e^{\sin\sqrt{x-1}}$

解 (1) $y=u^2$，$u=\cos x$；

(2) $y=\sqrt{u}$，$u=\cot v$，$v=\frac{x}{2}$；