

2005MBA联考

清华辅导教材

程佳惠

邵光砚

赵衡秀

吴洁华

钱小军



数学

清华大学出版社

2005MBA联考

清华辅导教材

数学

● 程佳惠

● 邵光砚

● 赵衡秀

● 吴洁华

● 钱小军

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书是根据《MBA 联考考前辅导教材》数学考试大纲精心编写而成的. 全书共分四个部分, 即初等数学、微积分、线性代数、概率论与随机变量. 每部分都紧扣考试大纲的要求, 按考试内容及要求分节, 将有关概念、公式及定理归纳成条, 便于记忆, 然后给出典型例题和规范解法, 题目难度循序渐进, 对易出错、易混淆的概念及性质给予特别提醒. 每节后面配有适当数量的习题及参考答案. 书后还备有 2001—2004 年 MBA 入学考试试题及试题详细解析. 本书对提高 MBA 考生的应试能力将起到有力的辅助作用.

本书适合 MBA 入学考试的考生及广大 MBA 自学者学习和使用.

版权所有, 翻印必究. 举报电话: 010-62782989 13901104297 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社激光防伪标签, 无标签者不得销售.

图书在版编目(CIP)数据

数学/程佳惠等编. —北京: 清华大学出版社, 2004. 8

(2005 MBA 联考清华辅导教材)

ISBN 7-302-09136-6

I. 数… II. 程… III. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 075900 号

出 版 者: 清华大学出版社

<http://www.tup.com.cn>

社 总 机: 010-62770175

地 址: 北京清华大学学研大厦

邮 编: 100084

客户服务: 010-62776969

责任编辑: 刘志彬

印 装 者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

发 行 者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×230 印 张: 26.75 字 数: 558 千字

版 次: 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-302-09136-6/F·861

印 数: 1~5000

定 价: 48.00 元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题, 请与清华大学出版社出版部联系调换. 联系电话: (010)62770175-3103 或 (010)62795704

总 序

随着我国社会主义市场经济体制的逐步建立,经济体制改革不断深化,能掌握市场经济的一般规律,熟悉其运行规则,而又了解中国企业实情的经济管理人才短缺的矛盾也更加尖锐地暴露出来.近几年来,为适应这一需要,以培养企业经营管理战略后备人才为目标的 MBA 得到极为迅速的发展.

为了确保我国工商管理硕士(MBA)教育健康有序的发展,在教育部高校学生司和国务院学位办公室的直接领导下,全国 MBA 教育指导委员会设计了 MBA 入学联考方案,并从 1997 年开始实施全国 MBA 入学联考.1998 年又开通了主要面向国有大中型企业管理干部的“企业管理干部在职攻读 MBA 学位”的渠道,组织了相近的全国联考,有数万人参加了 1999 年的考试.全国联考提高了考试的质量,规范了考试的要求,促进了考生之间的竞争.

清华大学经济管理学院辅导的考生在全国 MBA 入学联考以来,连续取得各科总平均第一和多数单科第一的好成绩.在刚刚结束的 2004 年全国工商管理硕士(MBA)招生联考中,报考我校的考生总成绩在全国名列首位.这也是自 1997 年我国实行 MBA 联考以来,我校第 8 次夺得第一名.

2004 年报考我校的考生为 2306 人,实际参加考试者达 1648 人.在联考的 3 张试卷中,报考我校的考生在综合(含语文和逻辑、数学)、英语课程上的总成绩均居全国第一位,管理课程的总成绩位居第二.三门课程的总成绩和平均成绩也位居全国第一.为了帮助应考人员更好地准备入学考试,清华大学出版社组织近年来参加考前辅导的有关专家教授编写了《MBA 联考清华辅导教材》,共分《英语》、《数学》、《语文》、《逻辑》四册.

这套辅导教材充分体现了《MBA 考试大纲》的要求,作者本着确保工商管理硕士生入学考试的可信度和有效度,既反映工商管理专业的特点,又有利于有实践经验的中青年管理干部入学,促进工商管理教育的发展的精神,编写了本套辅导教材.

本套辅导教材考虑了应试人员的不同专业背景,注意侧重提高应试人员

的逻辑思维能力,汉语和英语的阅读、表达及运用能力,抽象概括能力,空间想象能力,基本运算能力,以及运用基本知识分析和解决实际管理问题的能力.本丛书包含了大量的例题和习题,训练应试人员在理解理论要点的基础上,提高分析和解题能力.本丛书包含了以往联考的试题分析,并附有模拟试题和题解,帮助应试人员进行自我训练和自我检验.

最后,本书的顺利出版要感谢清华大学经济管理学院教学办公室主任程佳惠教授所做的大量组织工作,要感谢清华大学出版社,更要感谢各位作者所付出的辛勤劳动.

清华大学经济管理学院副院长

陈章武

前 言

为了帮助报考工商管理硕士(MBA)的考生能更全面、更准确地理解和掌握由全国 MBA 教育指导委员会制定的《MBA 联考考前辅导教材》数学考试大纲的要求,在考前系统复习有关的数学知识,编写了本书。

全书按照考试大纲的要求分为初等数学、微积分、线性代数、概率论与随机变量四部分,每部分都紧扣数学考试大纲的要求,按考试内容及要求分节,每节先将有关概念、公式及定理总结归纳成条,然后举出典型例题及经典规范解法。书中重视总结例题的分析方法及技巧,还特别给考生提出容易出错或容易混淆的概念及性质。每节配有相当数量的练习题及练习题参考答案。为提高考生应试能力,本书附有 3 套模拟题。另外,本书还附有 2001 年、2002 年、2003 年、2004 年四年的全国攻读工商管理硕士学位研究生联考数学试题及详细答案,以及 2001 年、2002 年和 2003 年全国在职攻读工商管理硕士学位联考数学试题及详细的参考答案,供考生分析、了解入学考试的命题结构及发展动向。

参加编写本书的专家、教授都是清华大学教师。自 1997 年设置全国联考以来,他们连续 8 年参加清华大学考前辅导工作,对数学考试大纲理解深刻,具有丰富的辅导经验。清华大学的 MBA 入学考试,数学科目平均成绩 8 年蝉联全国第一名。本书由邵光砚编写初等数学(第 1 章),赵衡秀、吴洁华编写微积分(第 2 章),程佳惠编写线性代数(第 3 章),钱小军编写概率论与随机变量(第 4 章)。本书既可供考生自学参考,也可作为教师辅导用书。

由于作者水平所限,书中缺点与错误之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2004 年 6 月于清华园

目 录

第一部分 初等数学

1 初等数学	3
1.1 充分条件,绝对值和平均值	3
1.1.1 充分条件	3
1.1.2 绝对值的定义与性质	3
1.1.3 绝对值的几何意义	3
1.1.4 绝对值运算的规则	4
1.1.5 平均值	4
练习题	8
练习题参考答案	10
1.2 比与比例,整式与分式的运算和二项式定理	10
1.2.1 比的定义和性质	10
1.2.2 比例	10
1.2.3 正反比例	11
1.2.4 整式与分式的运算	11
1.2.5 二项式定理	12
练习题	18
练习题参考答案	21
1.3 方程和方程组	21
1.3.1 一元一次方程	21
1.3.2 一元二次方程	21
1.3.3 二元一次方程组	22
练习题	29
练习题参考答案	31
1.4 不等式和不等式组	32
1.4.1 不等式(组)的解集及解不等式(组)	32
1.4.2 一元一次不等式(组)及其解法	32
1.4.3 一元二次不等式及其解法	33

1.4.4 含有绝对值的不等式的解法	34
练习题	40
练习题参考答案	42
1.5 数列	43
1.5.1 基本概念	43
1.5.2 等差数列	43
1.5.3 等比数列	44
练习题	49
练习题参考答案	51

第二部分 微 积 分

2 微积分	55
2.1 一元函数微积分学预备知识	55
2.1.1 函数	55
2.1.2 极限	60
2.1.3 函数的连续性	63
练习题	65
练习题参考答案	67
2.2 导数与微分及其应用	67
2.2.1 导数的概念	67
2.2.2 函数可导与连续的关系	68
2.2.3 导数的运算、高阶导数	69
2.2.4 微分	70
练习题	80
练习题参考答案	84
2.3 导数的应用	85
2.3.1 函数的增减性、极值、最大最小值	85
2.3.2 函数图形的凹性、拐点及其判定	86
2.3.3 相关变化率问题	86
练习题	99
练习题参考答案	102
2.4 不定积分	104
2.4.1 原函数、不定积分概念	104
2.4.2 不定积分的基本性质	104
2.4.3 不定积分的基本积分法	105
练习题	113
练习题参考答案	115
2.5 定积分	116

2.5.1	定积分的概念与基本性质	116
2.5.2	变限的定积分与牛顿—莱布尼兹公式	118
2.5.3	定积分的几何应用之一——计算平面图形的面积	119
2.5.4	无穷区间的广义积分	119
	练习题	133
	练习题参考答案	136
2.6	多元函数微分学	137
2.6.1	多元函数概念、偏导数概念及计算	137
2.6.2	全微分(以二元函数 $z=f(x,y)$ 为例)	140
2.6.3	复合函数的微分法	141
2.6.4	二元函数的极值	142
	练习题	153
	练习题参考答案	156

第三部分 线 性 代 数

3	线性代数	161
3.1	行列式	161
3.1.1	n 阶行列式的“递归”定义	161
3.1.2	行列式的性质	162
3.1.3	行列式按行(列)展开	163
3.1.4	几种特殊行列式的计算	163
3.1.5	克莱姆法则	164
	练习题	178
	练习题参考答案	183
3.2	矩阵	184
3.2.1	矩阵的定义	184
3.2.2	矩阵的运算及其运算律	185
3.2.3	几种特殊矩阵	187
3.2.4	初等变换与初等矩阵	188
3.2.5	逆矩阵	190
	练习题	200
	练习题参考答案	203
3.3	n 维向量	205
3.3.1	向量的定义及运算	205
3.3.2	向量的线性关系	206
3.3.3	向量的线性组合	207
3.3.4	向量组的秩	208
	练习题	215

练习题参考答案	217
3.4 线性方程组	218
3.4.1 线性方程组的矩阵形式	218
3.4.2 线性方程组解的判定定理	219
3.4.3 线性方程组解的结构	219
练习题	232
练习题参考答案	235
3.5 矩阵的特征值与特征向量	238
3.5.1 特征值与特征向量定义	238
3.5.2 特征值与特征向量的求法	238
3.5.3 特征值与特征向量的性质	239
练习题	245
练习题参考答案	246

第四部分 概率论与随机变量

4 概率论	251
4.1 随机事件及其运算	251
4.1.1 随机现象	251
4.1.2 随机试验	251
4.1.3 随机事件	251
4.1.4 样本空间	252
4.1.5 事件之间的关系及其运算	252
练习题	257
练习题参考答案	259
4.2 事件的概率及其性质	259
4.2.1 古典概型试验	259
4.2.2 概率的统计定义	260
4.2.3 概率的公理化定义	260
4.2.4 古典概型	260
4.2.5 概率的基本性质	260
4.2.6 概率的广义加法公式	261
练习题	266
练习题参考答案	269
4.3 条件概率与乘法公式	272
4.3.1 条件概率	272
4.3.2 条件概率的性质	272
4.3.3 乘法公式	272
练习题	277

练习题参考答案	278
4.4 事件的独立性及独立试验序列概型	279
4.4.1 事件的独立性	279
4.4.2 事件独立性的性质	279
4.4.3 独立试验序列概型	279
练习题	282
练习题参考答案	283
4.5 全概率公式与贝叶斯公式	284
4.5.1 全概率公式	284
4.5.2 贝叶斯公式	285
练习题	288
练习题参考答案	289
5 随机变量	291
5.1 随机变量及其分布	291
5.1.1 随机变量的概念	291
5.1.2 离散型随机变量及其分布	291
5.1.3 连续型随机变量的概率分布	291
5.1.4 随机变量的分布函数	292
5.1.5 随机变量函数的分布	293
5.2 常见的随机变量	299
练习题	305
练习题参考答案	307
5.3 随机变量的数字特征	309
5.3.1 随机变量的数学期望及其性质	309
5.3.2 方差及标准差	310
5.4 常见随机变量的数学期望和方差	316
5.4.1 二项分布	316
5.4.2 正态分布	316
练习题	321
练习题参考答案	323

第五部分 模拟试题

模拟试题一	327
模拟试题一参考答案	330
模拟试题二	331
模拟试题二参考答案	334
模拟试题三	335
模拟试题三参考答案	338

附录 A 2001 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题	339
附录 A 详解参考答案	342
附录 B 2002 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试数学试题	350
附录 B 详解参考答案	353
附录 C 2003 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试	
综合能力试题(数学部分)	357
附录 C 详解参考答案	361
附录 D 2004 年全国攻读工商管理硕士学位研究生入学考试	
综合能力试题(数学部分)	370
附录 D 详解参考答案	374
附录 E 2001 年全国在职攻读工商管理硕士学位联考数学试题	385
附录 E 详解参考答案	388
附录 F 2002 年在职攻读硕士学位全国联考[数学]试卷	392
附录 F 详解参考答案	395
附录 G 2003 年在职攻读硕士学位全国联考[综合能力]试题数学部分	403
附录 G 详解参考答案	407

第一部分

初等数学

1 初等数学

1.1 充分条件,绝对值和平均值

考试内容与要求:

1.1.1 充分条件

“若 A 成立,则 B 成立”是真命题,则说 A 是 B 的充分条件.它表明:条件 A 的成立充分保证了结论 B 的成立.

例如:“若 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角,则 $\angle 1 = \angle 2$ ”是真命题,这里“ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角”是“ $\angle 1 = \angle 2$ ”的充分条件.

又如:“若 $\angle 1 = \angle 2$,则 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角”是假命题,这里“ $\angle 1 = \angle 2$ ”不是“ $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角”的充分条件.

当 A 是 B 的充分条件时,也称对于 B 的成立, A 具备了充分性;当 A 不是 B 的充分条件时,也称对于 B 的成立, A 不具备充分性.

1.1.2 绝对值的定义与性质

实数 a 的绝对值定义为: $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

性质: $|a| \geq 0$; $|a| = 0 \iff a = 0$; $|a| = |-a|$.

1.1.3 绝对值的几何意义

实数 a 的绝对值就是数轴上实数 a 所对应的点到原点的距离,如图 1-1 所示.

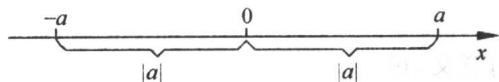


图 1-1

因此,适合不等式 $|x| < a (a > 0)$ 的所有实数 x 所对应的就是全部与原点距离小于 a 的点,即 $|x| < a \iff -a < x < a (a > 0)$.

同理可得: $|x| > a \iff x < -a$ 或 $x > a (a > 0)$.

1.1.4 绝对值运算的规则

$$(1) |a| - |b| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|;$$

$$(2) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|;$$

$$(3) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0).$$

1.1.5 平均值

(1) 算术平均值: 设 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 我们称

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

为这 n 个数的算术平均值. 简记为 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$.

(2) 几何平均值: 设 n 个正数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 我们称

$$x_g = \sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}$$

为这 n 个数的几何平均值. 简记为 $x_g = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$.

例题分析

例 1. 求适合下列条件的所有 x 的值.

$$(1) |x-3|=8;$$

$$(2) |x-3|<8;$$

$$(3) |x-3|\geq 8.$$

解: (1) 由绝对值定义, 得

$$x-3=8 \quad \text{或} \quad x-3=-8,$$

$$\text{所以} \quad x=11 \quad \text{或} \quad x=-5.$$

注意: 也可以由绝对值的几何意义, 在数轴上找出与 3 所对应的点距离是 8 的两个点对应的实数.

(2) 由绝对值的几何意义, 得

$$-8 < x-3 < 8,$$

$$\text{所以} \quad -5 < x < 11.$$

(3) 由绝对值的几何意义, 得

$$x-3 \leq -8 \quad \text{或} \quad x-3 \geq 8,$$

$$\text{所以} \quad x \leq -5 \quad \text{或} \quad x \geq 11.$$

注意: 解(2), (3)时, 也可以根据绝对值的定义化去不等式中的绝对值符号, 即当

$x-3 \geq 0$ 时, $|x-3|=x-3$; 当 $x-3 < 0$ 时, $|x-3|=-(x-3)=3-x$, 将已知不等式化为两个不等式组 $\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-3 \geq 8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-3 < 0 \\ 3-x \geq 8 \end{cases}$, 继续求解即可.

例 2. 若 $|a-30| + \sqrt{b+40} + (c-10)^2 = 0$, 求 $a+b+c$ 的值.

解: 由绝对值、算术根、完全平方数的性质可知: 等式左边的三项均为非负数. 要使它们的和为零, 它们每一项都必须为零. 故得

$$\begin{cases} |a-30|=0, \\ \sqrt{b+40}=0, \\ (c-10)^2=0. \end{cases}$$

解得 $a=30, b=-40, c=10$.

所以 $a+b+c=0$.

例 3. 设 $|x-3| + |y+4| = 1$, 求满足此等式的整数 x 和 y 的值.

解: 因为 x 和 y 都是整数, 且 $|x-3| \geq 0, |y+4| \geq 0$,

$|x-3|$ 和 $|y+4|$ 都是非负整数, 而和为 1 的两个非负整数只能是 0 和 1.

所以 $\begin{cases} |x-3|=1, \\ |y+4|=0. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} |x-3|=0, \\ |y+4|=1. \end{cases}$

解得如下四组解:

$$\begin{cases} x_1=4, \\ y_1=-4; \end{cases} \begin{cases} x_2=2, \\ y_2=-4; \end{cases} \begin{cases} x_3=3, \\ y_3=-3; \end{cases} \begin{cases} x_4=3, \\ y_4=-5. \end{cases}$$

例 4. 某班学生共 40 人, 期中数学考试成绩统计如下(见表 1-1).

表 1-1

成绩	90~100	80~89	70~79	60~69	50~59
人数	12	18	5	0	5

问该班期中数学考试平均成绩不会低于多少分?

解: 以每个分数段的最低分计算平均值, 即

$$\bar{x} = \frac{90 \times 12 + 80 \times 18 + 70 \times 5 + 50 \times 5}{40} = 78.$$

答: 平均成绩不会低于 78 分.

例 5. 将一条长为 a 的线段截成长为 x 和 $a-x$ 的两条线段, 使 x 恰是 a 与 $a-x$ 的几何平均值. 我们称对任意一个量 a 的这种分割为黄金分割. 试求 x .

解: 由已知, 得 $x = \sqrt{a(a-x)}$, 两边平方, 整理得

$$x^2 + ax - a^2 = 0,$$