

光学設計教程

第一册

罗伯特·梯台肯博士著



國防工業出版社

光 学 設 計 教 程

第 一 册

罗伯特·梯台肯博士著

黄 进 宝 译

孙保国、赵学铭校

国防工业出版社

1962

內容介紹

本书作者是德意志民主共和国国营卡尔·蔡司工厂的设计师梯台肯博士。梯台肯博士不但在科学界有崇高的威望，而且还富有教学经验。他任教光学计算课程多年，深感缺乏合适的教本。现有的书籍，有的内容深奥，使初学者望而生畏，而且理论性很强，不合实用。有的过分浅近，叙述得不完整不全面，缺乏严格的科学性和系统性。因此，他自己编写讲义，在使用过程中根据最新技术水平一再修改，最后整理成这本“光学设计教程”。

本书的特点在于科学性和系统性严密，并且按照教学法原理组织和编排内容，符合教学上的要求。本书避免采用高等数学，叙述得深入浅出。读者学习后会有这样的感觉，即光学计算原来也并不是深奥莫测的，还是可以学好掌握好的。本书只要求读者具有高中的数学程度，因此，本书作为光学仪器工厂设计室中一般技术人员自修之用也很合适。

上海机械专科学校德意志民主共和国仪表专家魏斯弗洛格同志曾一再推荐此书，认为是极为理想的教材，因此，我们才将它翻译出版。读者对象：光学仪器工厂和研究机关的设计计算人员，各级学校光学仪器专业的教师和学生。

光学设计教程第一册

黄进宝译

*

国防工业出版社 出版

北京市书刊出版业营业许可证出字第074号
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
国防工业出版社印刷厂印刷

*

787×1092¹/₁₆ 印张13 295千字

1962年10月第一版

1962年10月第一次印刷

印数：0,001—4,400册 定价：(11-9)2.30元

统一书号：15034·614

前 言

本书是光学設計教程第一册。为了清楚起見,这里要說明,所謂光学設計就是指通过漫长的計算求得鏡頭或其它光具組的結構数据。本书旨在給年青的設計師以必要的理論武装,使他們在工作时不仅仅机械地計算,而且能够对光学計算中各部分的关系有比較深入的認識。这些主要是数学上的关系。不过,它还并不复杂到使讀者感到心有余而力不足,沒法掌握这些知識。本书編写时也假定了讀者只掌握簡單的数学公式。如果有些讀者还没有具备这个基础,則有数学学士沃尔夫岡·脑多夫(Dipl-Math Wolfgang Naundorf)为本书編写的附录“数学基础”。这样,讀者只需要掌握代数和几何中最基本的概念就可以了。

如此,本书就可弥补現存的缺陷。因为,虽然理論光学方面的科学著作很多,不过都是科学家写給科学家看的,有些还很复杂,即使是大学毕业的行家也難理解,例如查耳斯基-爱平斯坦著“光学仪器理論概要”(“Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente” von Czapski-Eppenstein) [3]。在这些巨著中,有些不适用于光学設計師。又如,貝萊克著“实用光学基础”(“Grundlagen der praktischen Optik” von Berek) [1],就是为年青的計算师写的,但是,叙述得还是相当复杂,而有些最实用的計算公式却没有談到。这里介紹一些苏联书籍:例如,杜德罗夫斯基著“光学仪器理論”(Тудоровский:《Теория оптических приборов》)[23]第一卷,斯留薩列夫著“光具組計算法”(Слюсарев:《Методы расчета оптических систем》)[19]和費菲洛夫著“应用光学”(Фефилов:《Прикладная оптика》)[4],这些书籍不仅具有科学水平,而且容易理解,可惜还未譯成德文。

近几年出版的一些书籍,主要是叙述傍軸区域基本公式的实际应用,例如:柏格著“光学計算入門”(Berger: “Einführung in das optische Rechnen und Zeichnen”)[2]和倫迟著“精密測量光学”(Räntsch: “Die Optik in der Feinmeßtechnik”)[16]。

現在还缺少这样一本书,該书不要求讀者具备相当的科学水平,而能科学地、深入淺出地叙述整个光学計算的理論。

作者希望本书能够弥补这个缺陷。

“光学設計教程”第一册,是作者根据在前国营耶拿蔡司厂和耶拿舒特玻璃厂的厂办工业大学(即現在的国营耶拿蔡司厂技术学校)四年級講課时用的讲稿整理而成的。虽然作者作了最大的努力,但是不敢說本书就沒有缺点了,希望讀者指教和批評。

作者深知,所采用的許多符号会受到讀者的批評,因此,有必要說明一下作者的主导思想:編写字母应尽可能地表示出它所代表的概念;通常都用德文或拉丁文名詞的第一个字母来表示。如果由总的概念中导出部分的概念,則縮写符号也要由总的符号中导出。基本原則見德国实业规范活叶(DIN) 1335。本书的符号是前后一致的。例如:符号 s'_{mx} , 是从截距符号 s 中导出的,它表示了午切面(m)上,与主光綫相交有限角度($\sim$)的彗形光綫在主光綫上从入射点度量的截距,同时截距位于第 x 面(x)后的像空間($'$)中。讀

者也知道，字母的数目是有限的，所有的部分概念都用简单的符号表示是不够的。德国实业规范活叶 1335 中指出，如果不致混淆的话，标号可以取掉。作者认为，经常这样取掉标号是不恰当的。如果读者下些功夫的话，也就会习惯于这些符号。

这里还要指出，有些符号超出了德国实业规范活叶 1335 所规定的范围而新选的，这几页德国实业规范活叶 1335 最近要修订了，很可能修订后某些新概念，其名称与本书有所出入。今后本书再版时再行修正。

本书最后的习题答案是由国营耶拿蔡司厂的 E·鲁保丁 (Ernst Rumpoldin) 同志和数学学士 W·脑多夫拟出的，在此表示感谢。

除作者外，哲学博士 H·罗森克朗茨 (Dr. phil. Heinz Rosenkranz)，尤其是 W·脑多夫同志都曾为本书的风格作了很大的努力。脑多夫同志还不辞辛苦地协助校阅，作者表示衷心的感谢。同时，也感谢出版社为本书的出版所做的准备工作，特别是出版社在采纳作者意见时所表现的热烈的态度。

作者也感谢 J·皮希特博士 (Prof. Dr. Johannes Picht) 和 H·翠奈博士 (Dr. Harry Zöllner)，感谢他们详细地校阅原稿。根据他们的批评，原稿中许多地方作了修改。

同样，也感谢国营耶拿舒特玻璃厂为本书提供的图解玻璃样本，尤其要感谢国营耶拿蔡司厂的大力支持。

作者和出版者

1956年春于耶拿和莱比锡

目 录

1 緒論	7	2.33 使用斜厚的过渡公式	34
1.1 波动光学——几何光学	7	2.34 子午相邻光线公式的推导	35
1.11 光的物理性质	7	2.35 径向相邻光线公式	36
1.12 光线的概念	8	2.36 焦线; 双圆像差; 明晰圆	38
1.2 折射定律	9	2.37 计算双圆像差的过渡公式	38
1.21 基本实验	9	2.38 计算双圆像差的开始公式和结束公式	38
1.22 光线由水射入玻璃	9	习题12~14	
1.23 折射定律的不变式	10	3 系统的基点及其与基点相关的成像	
1.24 平行平板上的折射	11	方程式	40
1.25 绝对折射率	11	3.1 成像放大率	40
1.26 证明折射定律的可能性	11	3.11. 傍轴区域的扩大	40
1.27 入射平面的不变性——双折射	12	3.12 一个面上的成像放大率	40
1.28 波动理论的补充说明	13	3.13 共轴系统的成像放大率	41
1.29 色散	13	3.2 亥姆霍兹—拉格朗日方程式	41
1.3 全反射	14	3.21 亥姆霍兹—拉格朗日方程式的推导	41
习题1		3.22 角度放大率	42
2 从面到面的基本计算公式	15	3.3 焦点和焦距	42
2.1 子午光线公式	15	3.31 焦点, 截距	42
2.11 引言	15	3.32 用高斯第一焦距定义求物方焦距	43
2.12 光线在球面上的折射	15	3.33 像方焦距	43
2.13 透镜的计算	16	3.34 高斯第二焦距定义	44
2.14 各种形式的透镜及其成像原理	17	3.35 焦距和成像放大率的关系	45
2.15 合理的符号制	17	3.4 主平面; 牛顿方程式; 节点	45
2.16 计算通过共轴系统的子午光线的基本		3.41 主平面	45
公式	18	3.42 牛顿(成像)方程式	46
2.17 各种光线坐标的概述	19	3.43 主平面是共轭平面	46
2.18 坐标的变换 [47...50]	23	3.44 节点	47
2.19 计算子午光线的专用公式	25	3.45 其它基点	47
习题2~11		3.5 以一对共轭点为基准的成像方程式	48
2.2 傍轴公式	29	3.51 任意一对点作坐标原点	48
2.21 傍轴公式的推导	29	3.52 以主平面为基准的成像方程式	48
2.22 理想成像理论的基本概念	30	3.53 成像放大率的公式	49
2.23 兰格傍轴公式	31	3.6 应用	49
2.3 双圆像差的计算公式	32	3.61 不同距离内的物所成的像	49
2.31 引言、子午光线四周的特性	32	3.62 焦度的概念	52
2.32 阿贝公式, 适用于以子午基准光线为		3.63 放大镜及其放大率	52
基准的任意斜度的子午光线	32	3.64 显微镜概述	53
		3.65 纵向放大率	54

3.66 三个放大率的基本关系	55	5.18 最后计算	84
习题15~16		5.19 全自动计算机计算不交轴光线的公式	84
4 阿贝光阑理论	56	习题 20 和 21	
4.1 孔径光阑和光瞳	56	5.2 兰格计算公式	87
4.11 引言	56	5.21 子午像散光束的兰格公式	87
4.12 确定对物点或像点有效的光阑孔径	56	5.22 径向公式	93
4.13 孔径光阑和光瞳	59	5.23 总结	94
4.2 视场光阑和窗	60	5.3 反射面的计算公式	95
4.21 定义	60	5.31 概論	95
4.22 通过光瞳和窗的物方光线与相应的像方光线是共轭的	60	5.32 傍轴公式	96
4.3 渐量; 主光线的概念	60	5.33 子午光线的计算公式	96
4.31 用傍轴关系研究渐量	60	5.34 双圆像差公式	96
4.32 用光线的三角算法在子午截面上精确地讨论渐量	62	习题22	
4.33 主光线的概念	64	5.4 空气中的平行平板公式	98
4.4 确定透镜尺寸时的一些实际问题	66	5.41 子午公式	98
4.41 确定透镜的自由直径和光阑直径	66	5.42 傍轴位移	99
4.42 透镜厚度和直径的关系	68	5.43 双圆像差的计算	100
4.5 远心光路	70	习题23	
4.6 应用: 景深; 透视	71	6 玻璃的色散, 玻璃目录	103
4.61 远物成像时的景深	71	6.1 色散及其玻璃目录中的数据	103
4.62 近物摄影时的景深	73	6.2 色差校正的例子—消色差棱镜	106
4.63 透视	74	习题24	
习题17~19		6.3 二级光谱	108
5 其它计算公式	77	6.4 色散公式	110
5.1 不交轴光线公式	77	6.41 根据 n_d 和 v 计算牌号已知的玻璃折射率	110
5.11 折射定律的矢量式	77	6.42 经验色散公式	111
5.12 光线和折射面的空间坐标; 光线与面的交点	78	6.43 理论色散公式	112
5.13 由空间坐标计算入射角和折射角	79	6.44 哈特曼色散公式	114
5.14 折射光线方向的确定	80	6.5 玻璃目录中其余的技术规格	114
5.15 光线在平面上的折射	80	习题 25 和 26	
5.16 第一个面前光线方向的确定	82	7 参考文献	115
5.17 用于长半径的专门公式	83	8 习题答案	117
		符号, 缩写和公式参数	142
		附录	144

1 緒 論

1.1 波动光学——几何光学

1.11 光的物理性质

光用眼睛可以看見。除了这个显明而简单的解釋外，人們也会問，“光”在物理上又該怎么理解呢？这就不容易說清楚了。几百年来，人們一直在思考和研究这个问题，直到今天才达到現在的認識水平。如果想以严格的科学性來說明光的物理性质，这就大大超越出本书的范围了；这里只需知道光是形态变化特别快的电磁場就行了。

首先，我們想简单地介紹一下振动的电磁場。大家都知道，用布摩擦硬橡胶棒或玻璃棒后，它們就吸引輕微的物体。这种性质称为起电。如果进一步研究，就可知道玻璃棒上的电性与硬橡胶棒上的电性有着相反的作用，因此，分别叫做正电和負电。这种相反的作用，只决定于所用的材料，就時間上來說是不变的，所以称为靜电。

玻璃棒和硬橡胶棒在一定的時間內，能吸引輕微的物体，它的电力有一定的远距作用。这种电力在很大的空間內都发生作用，然而，它的强度却和距离的平方成反比。起电棒的这种远距作用称为靜电場，被摩擦的玻璃棒或硬橡胶棒称为这个靜电場的起源点。

“靜”字表明了这个电場的性质（正或負）在時間上是不变的。

与靜电場相反，还有一种电場，它的性质，即电的正負性，在短時間內周期性地变化，在电場中任意位置上，一瞬間有正的作用，紧接着又有負的作用。这种电場称为动电場。这样变化的动电場，同时也帶有磁性作用，故也叫电磁場或电磁振荡。当然，我們不能再像以前用以太的振动来解釋光那样，把它理解为机械的振荡过程，而必須理解为（即使比較困难）一个电性很快地交变的电磁場[●]。电力不断地由最大值（正）变到最小值（負），再由最小值变到最大值。

电磁場的振动，有的比較慢，有的特別快。振动的特性可用頻率 ν 表示，頻率就是每秒钟內全振动的次数，或者是每秒钟內电磁場符号变化次数的一半。計算頻率时，在电磁場中选择一個固定的地方，并計算一秒钟內在此出現的电力最大值的次数。

电磁場的振动頻率范围非常广，人眼所能看到的只是这个广大范围中的一小部分，这一小部分就是“光”。人眼感觉到的范围为每秒振动375到 $750 \cdot 10^{12}$ 次的电磁場，每秒振动为 $375 \cdot 10^{12}$ 次的光叫做紅光，每秒振动 $750 \cdot 10^{12}$ 次的光叫做紫光。振动次数在这两者之間的，是其余的光譜色。頻率較低的振动叫做紅外綫，頻率較高的振动叫做紫外綫。無論是紅外綫还是紫外綫，严格地說起来沒有光的概念，因为眼睛看不到它，不过，以前一向就叫它紅外光綫和紫外光綫。

任何地方产生的电磁振荡，在真空中都是以每秒 $300000\text{km} = 3 \cdot 10^{11}\text{m}$ 的光速 c ，向各个方向傳播。振动在空間是一个接一个地进行的。我們可以用一条繩子的波动來說明它，当繩子的一端上下振动时，就可看到振动是一个接一个地进行的。光的第一次振动：

● 这个交变电磁場在理論上可以証明，它表明光源向空間傳播能量。

一秒钟后运动到 300000km 以上时, 如果是紫光的话, 那么在这段距离内就有 $750 \cdot 10^{12}$ 次振动紧跟着。在同一瞬间相位相同的两点的空间距离, 称为波长, 由下式求出:

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^{11}}{7.5 \cdot 10^{14}} = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

红光每秒振动为 $375 \cdot 10^{12}$ 次, 因此, 其波长 $\lambda = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ 。波长对光学计算的意义以后要进一步说明。最后, 把上述的波长, 光速和频率的关系写成下面的通用公式:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}. \quad (1.1; 1)$$

1.12 光线的概念

我们已经知道, 光是一种非常复杂的现象。几何光学中, 一般不讲光的物理性质, 这里仅讨论一下光线。说明光线的概念时, 最简单的方法是取一个非常小的点光源, 例如: 手电筒的灯泡, 然后再在比较远的地方放上一个光阑, 其孔的直径只有十分之几毫米。光线从点光源向各个方向直线传播(图 1), 穿过光阑继续运动的只有一束非常细的光束。

如果光阑孔的直径和光源的直径不断地缩小, 直到趋近于零, 则孔光阑后的光束就变成一条光线了。在光学计算中, 把一条光线就看作数学上的一条直线。上述实验说明了, 在物理上可以把一条光线理解为数学上的直线。但是, 实际做这个实验时, 要受下面两个条件的限制:

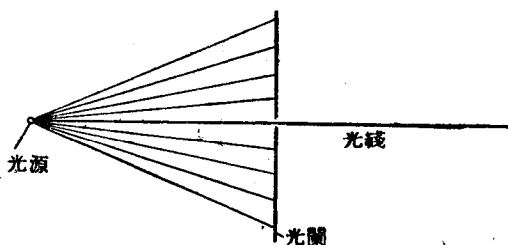


图 1 一束光从点光源射向光阑; 光通过光阑的小孔, 在光阑后继续运动。

1. 如果光源小得几乎等于零, 光阑的孔径也几乎等于零, 那么, 什么也看不见, 因为没有能量传过来; 有限的能量只能从有限的 (即使是很小的) 表面上发出来, 通过有限的 (即使是很小的) 孔径射过来。

2. 如果这个实验在合适的条件下进行——在保尔 (Pohl), 著的大学物理教科书光学 [15] 之中可以找到这个实验的简图和详细的说明——, 那么, 就可以证明, 光阑后的光线与数学上的直线有着显著的差别。光阑后的光线是在立体角内传播的。

这里的主要原因是衍射现象。衍射就是小孔后的光线不仅按原来的方向传播, 而且还向其它方向传播。

几何光学中, 不研究光的波动本质及其衍射现象。但是, 也不能完全不考虑衍射, 因为几何光学中有不少的问题, 例如: 镜头的分辨能力, 离开衍射理论是无法解释的, 因此, 本书只对衍射作浅显的说明。

两点说明:

1. 制造一个近似的点光源也不是很容易的。上面的实验可以这样改变一下: 在第一个光阑后的光锥中, 放上第二个孔径很小的光阑, 它和第一个相隔一定距离, 通过这两个光阑孔的中心就可确定一条光线。光线的这个定义不仅在理论上重要, 而且在实际工作中也是有用的, 用这样的两个孔光阑在装校仪器时可以确定光轴。这样的孔光阑装置叫做瞄准装置 (Dioptr)。

2. 几何光学中不考虑衍射现象的理由是: 几何光学所考虑的光学系统, 其尺寸比光的波长大得多, 或者说光的波长与光学零件的尺寸相比, 可以当作零。因此, 完全可以不考虑衍射现象。

1.2 折 射 定 律

1.21 基 本 实 验

几何光学中所有的计算都是以折射定律为基础的。光线由一媒质进入另一媒质时，改变其方向，这是人所共知的现象。回忆一下下面简单的实验：在不透明的容器底上放一块硬币，从眼睛所在的位置（图2）看去容器边恰巧遮住硬币，然后把水倒进容器，硬币又看见了。

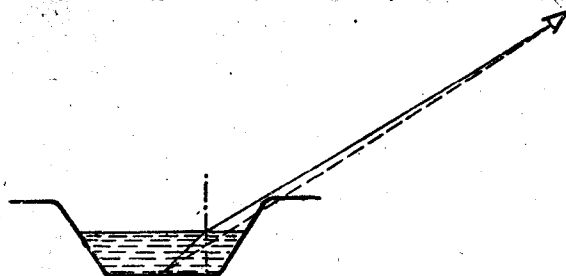


图2 容器底上的硬币恰巧被容器边遮住，如果倒满水，硬币就可看见。

现在由硬币到达眼睛的光线不再是直线传播的了。光线在空气中是直线传播的，在水（假定密度是均匀的）中也可以假定是直线传播的（这些假定可用实验证明），那么，在空气和水的分界面上光线就势必曲折了。这种现象叫做折射。

一根光线射到平面上时，入射点上垂直于面所作垂线称为法线。入射光线与法线的夹角称为入射角 ϵ ，折射光线与法线的夹角称为折射角 ϵ' 。

荷兰科学家斯涅耳经过仔细的实验，于1615年得出了下列重要的关系：光线由空气进入另一媒质时，比值 $\sin \epsilon : \sin \epsilon'$ 是一常数，它与入射角的大小无关；当光线由空气射入水中时，它的值为：

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = 1.333, \quad (1.2; 1)$$

光线由空气射进玻璃窗时，它的值又为：

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = 1.525. \quad (1.2; 2)$$

1.22 光线由水射入玻璃

光线由水或玻璃回到空气中时，又该如何运动呢？

几何光学中，还有一个基本定律：就是光线也可以沿着它原来走过的道路返回。因此，当光线由玻璃进入空气时，可得出同样的关系，只是现在用 ϵ 表示玻璃中的入射角，用 ϵ' 表示空气中的折射角。于是得

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = \frac{1}{1.525}, \quad (1.2; 3)$$

光线由水射入空气时，得出相应的关系：

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = \frac{1}{1.333}. \quad (1.2; 4)$$

光线如何由水射到玻璃里去呢？可作如下的解释（图3）：

假设在水和玻璃之间有一层很薄的空气。这时有两个分界面，即

1. 水和空气的分界面，
2. 空气和玻璃的分界面。

现在可以导出下列关系:

ϵ_1 水中的入射角,

ϵ'_1 由水进入空气的出射角,

ϵ_2 由空气进入玻璃的入射角,

ϵ'_2 玻璃中的出射角。

假设这两个分界面是平行的, 即

$$\epsilon'_1 = \epsilon_2. \quad (1.2; 5)$$

根据上述得出:

$$\frac{\sin \epsilon_1}{\sin \epsilon'_1} = \frac{1}{1.333}, \quad (1.2; 6)$$

$$\frac{\sin \epsilon_2}{\sin \epsilon'_2} = 1.525. \quad (1.2; 7)$$

现在来证明 $\sin \epsilon_1$ 和 $\sin \epsilon'_2$ 的直接关系。为此, 公式 (6) 和 (7) 相乘:

$$\frac{\sin \epsilon_1}{\sin \epsilon'_1} \cdot \frac{\sin \epsilon_2}{\sin \epsilon'_2} = \frac{1}{1.333} \cdot 1.525. \quad (1.2; 8)$$

根据条件 (5), 消去 $\sin \epsilon'_1$ 和 $\sin \epsilon_2$ 得

$$\frac{\sin \epsilon_1}{\sin \epsilon'_2} = \frac{1.525}{1.333}. \quad (1.2; 9)$$

由上可知, 如果水和玻璃间的空气层是平行的话, 则这个空气层并不影响光线对分界面的斜度, 因此, 它的厚度也不影响光线的方向。如果我们把空气层搞得很薄, 或者根本没有, 那么, 光线就直接由水射入玻璃。在此情况下, 公式 (9) 同样适用, 这时符号 1 和 2 可以省略, 写成下面的公式:

光线由水进入玻璃时, 其公式是

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = \frac{1.525}{1.333}, \quad (1.2; 10)$$

式中 ϵ 表示水中的入射角, ϵ' 表示玻璃中的折射角。非常清楚, 折射定律右方的常数与分界面前后的两种材料有关。因此, 常数 1.333 和 1.525 适用于由空气到水和到玻璃的光线。每种材料都有一个肯定的常数[●], 这个常数就叫折射率 n 。

为了简单起见, 通常令空气的折射率等于 1.000, 这样, 光线由空气射入玻璃时, 其公式就可写成:

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = \frac{1.525}{1.000} = \frac{n_{\text{玻璃}}}{n_{\text{空气}}}. \quad (1.2; 11)$$

几何光学中一般用以空气为基准的折射率。

1.23 折射定律的不变式

折射定律是斯涅耳发现的, 故称为斯涅耳折射定律。最简单的表达式为:

$$n \sin \epsilon = n' \sin \epsilon', \quad (1.2; 12)$$

式中 n 为折射面前媒质的折射率, n' 为折射面后媒质的折射率。用这种形式表示折射定律最为清楚, 同时也具有特别的意义。乘积 $n \cdot \sin \epsilon$ 对任一折射其值不变。如果 $n' > n$, 则 $\sin \epsilon' < \sin \epsilon$ 。乘积 $n \cdot \sin \epsilon$ 称为折射不变式。

● 各部分折射率相等的材料, 光学上叫做均质材料, 反之, 叫做非均质材料。光学玻璃偶尔也有不均质性, 称为条纹。折射率与光线有关, 也就是与波长有关, 以后详细讨论。

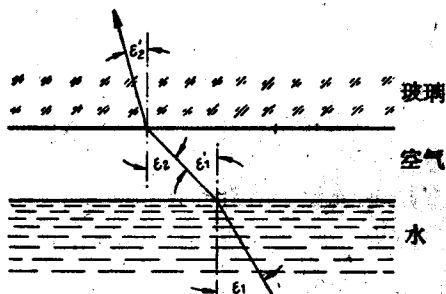


图3 光线由水穿过空气射进玻璃。

1.24 平行平板上的折射

解釋斯涅耳折射定律時已經知道了，光綫穿過玻璃和水之間的平行空氣層時，它在水中的方向和在玻璃中的方向僅與水和玻璃的折射率有關。現在我們較普遍地研究一下這個問題，即在媒質 n_1 和 n'_2 之間放一折射率為 $n'_1 = n_2$ 的平行平板，同時特令 $n_1 = n'_2$ 。在這種情況下，光綫在平板前后的方向相同，因為公式（9）中沒有平行中間層上的出射角 ϵ'_1 和入射角 ϵ_2 。公式（8）一般可寫成：

$$\frac{\sin \epsilon_1}{\sin \epsilon'_1} \cdot \frac{\sin \epsilon_2}{\sin \epsilon'_2} = \frac{n'_1}{n_1} \cdot \frac{n'_2}{n_2}。$$

由於兩面平行的 $\epsilon'_1 = \epsilon_2$ ， $n'_1 = n_2$ ，因此，可不管分界層將公式（9）寫成：

$$\frac{\sin \epsilon_1}{\sin \epsilon'_2} = \frac{n'_2}{n_1}。$$

如果 $n_1 = n'_2$ ，則 $\epsilon_1 = \epsilon'_2$ ，故方向不變。玻璃板兩邊與空氣相鄰時，就是這種情況。

1.25 絕對折射率

雖然光綫由空氣進入真空時的折射極為微小，有時由於特殊需要也要考慮在內。如果計算時要考慮真空的話，真空的折射率可令它等於 1，即

$$n_{\text{真空}} = 1。$$

由精確的測量得出，空氣的折射率與真空的折射率之比值為 1.00029。以真空為基準的折射率稱為絕對折射率。

以玻璃為例，計算玻璃對真空的絕對折射率。假設玻璃和真空之間有一段平面平行空氣層。於是得

$$\frac{n_{\text{真空}}}{n_{\text{玻璃/真空}}} = \frac{\sin \epsilon_{\text{玻璃}}}{\sin \epsilon_{\text{真空}}} = \frac{\sin \epsilon_{\text{玻璃}}}{\sin \epsilon_{\text{空氣}}} \cdot \frac{\sin \epsilon_{\text{空氣}}}{\sin \epsilon_{\text{真空}}} = \frac{n_{\text{空氣}}}{n_{\text{玻璃/空氣}}} \cdot \frac{n_{\text{真空}}}{n_{\text{空氣/真空}}}。 \quad (1.2; 13)$$

令 $n_{\text{空氣}} = 1$ ， $n_{\text{真空}} = 1$ ，則得

$$\frac{1}{n_{\text{玻璃/真空}}} = \frac{1}{n_{\text{玻璃/空氣}}} \cdot \frac{1}{n_{\text{空氣/真空}}}。$$

如果省去 $n_{\text{玻璃/空氣}}$ 的標號（玻璃/空氣），又用 n_0 代替 $n_{\text{玻璃/真空}}$ ，那麼，由上式求出的玻璃絕對折射率為

$$n_0 = n \cdot 1.00029。 \quad (1.2; 14)$$

這裡要說明，空氣對真空的折射率也與光的波長有關。

1.26 證明折射定律的可能性

上面对折射定律沒有作過證明，只是解釋了一下。前面已經說過，折射定律是由斯涅耳發現的，他精確地測量出入射角和折射角而確定了這個定律。根據這種經驗方法求出的定律，其精確性只能達到一定的程度，換句話說還不敢肯定這個公式完全符合定律，或者需要在公式後面加個小小的修正值。但是，斯涅耳折射定律也能根據普遍的原理從理論上論證，可以證明這個簡單的公式完全能夠正確地表示折射定律

1.261 費馬原理

如果对此原理作理論性的推导，就大大超出本书的范围了。不妨简单地談一談。根据費馬原理中的最短光程也可以推演出折射定律。首先，要搞清光程的概念，所謂光程就是几何路程与材料折射率的乘积。費馬的原理如下：光由 P_1 到达 P_2 的实际光程即各部分光程总和 $\sum ne$ ，与数学上可能的其他相邻的光程相比，为最小值[●]。費馬原理說明了，由 P_1 到达 P_2 的光綫在均匀媒质（ n 是常数）中是直綫运动的，因为两点間的最短距离是直綫。

如果 P_1 和 P_2 位于两种媒质中，被分界面隔开，则根据費馬原理很容易导出折射定律。这里不作証明，准备放到习题 1 中計算。

1.262 麦克斯韦方程式的概述

除了費馬原理，还可用一种更为普遍的原理来推导折射定律。用麦克斯韦的电磁振荡方程式作为基础，因为光是一定頻率范围的电磁振荡。

这种推导离开本书的主题太远了，因而这里只能提一提这种可能性，同时还要指出，推证时会发现这样一个事实，就是光綫由一个媒质进入另一个折射率不同的媒质时，不仅产生折射，而且还有一小部分光綫在分界面上反射。

反射光綫与入射点上法綫的夹角叫做反射角，用 $\epsilon'_{\text{反射}}$ 表示。反射定律是（图 4）：

1. 反射光綫与入射光綫和法綫位于同一入射平面内。
2. 在此平面内，

$$\epsilon'_{\text{反射}} = -\epsilon。 \quad (1.2;15)$$

反射是非常重要的。有經驗的光学計算师知道，在两个面上反射后，又射到像平面的光綫，在鏡頭中会引起不良影响。另外，我們也知道，鏡頭上鍍膜可以大大地减少反射，这种薄膜必须具备許多条件，这里不拟深入討論。

1.27 入射平面的不变性——双折射

前面所讲的折射定律还不够完善，自然讀者会很自然地认为从图面上射向垂直于图面的分界面的光綫，反射后仍在图面上运动。一般都把入射光綫与入射点上法綫构成的平面叫做入射平面。折射定律的第二部分，即折射光綫在入射平面内，对于許多物质都适用。但也不一定如此，只有折射前后的媒质是各向同性时，才是如此。所謂各向同性就是材料中任何地方的折射率都与光綫的方向无关。当然，不是所有的物质都具有各向同性的性质。一般的晶体就是各向异性的。这种晶体能使一条光綫在折射时分解为两条光綫，一条叫寻常光綫，一条叫非常光綫，它們具有不同的振动性质，这种现象称为双折射。折射定律只适用于寻常光綫，而不适用于非常光綫。入射平面的不变規律以及折射率与入射角无关的規律，对于非常光綫都不适用。对这条光綫來說， n 与 ϵ 有关。这种现象在方解石中最容易看到。

● 严格地說，这里只能叫做极端值，因为在某种情况下光程也可能为最大值。

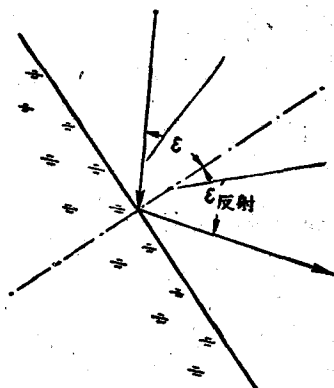


图 4 入射角和反射角。

1.28 波动理論的补充說明

1.281 折射定律和不同媒质中光速的关系

折射定律也可用光的波动来解释。

假設有一束平行光綫以角度 ϵ 射到两媒质的分界面上，第一个媒质中的傳播速度为 v ，第二个媒质中的傳播速度为 v' 。由图 5 知，波陣面到达分界面时，寬度 AB ($AB \perp BC$) 之間需有很小的時間差 t ，才能使波陣面的另一边由 B 到达 C 。在这段时间 t 內，光波在第二个媒质中由 A 傳播到 D 。由于 $CD \perp AD$ ，故

$$\sin \epsilon = \frac{vt}{AC}, \quad \sin \epsilon' = \frac{v't}{AC}$$

$$\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'} = \frac{v}{v'} = \frac{n'}{n} \quad (1.2; 16)$$

折射率之比值与光波在媒质中的傳播速度的比值成反比。

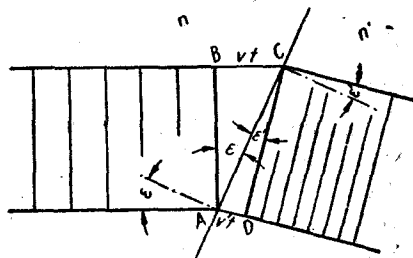


图 5 斜射到分界面上的平波陣面由于光速的改变其方向偏轉。

1.282 1.261 节的光程在波动理論中的意义

公式 (1.1; 1) 在光速为 v 的媒质中也可写成

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \quad (1.2; 17)$$

除了运动着的媒质以外，在一个面上折射或反射时頻率 ν 不变，因此，参照公式 (16) 得折射前后的波长关系为：

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{v'}{v} = \frac{n}{n'} \quad (1.2; 18)$$

在折射率为 n 的媒质中波长为 λ ，在折射率为 n' 的媒质中波长为 λ' ，第一个媒质中几何綫段 e_1 上的波列数为 N_1 ，第二个媒质中几何綫段 e_2 上的波列数为 N_2 ，显然：

$$N_1 = \frac{e_1}{\lambda}, \quad N_2 = \frac{e_2}{\lambda'} \quad (1.2; 19)$$

根据公式 (18) 得

$$N_1 : N_2 = \frac{e_1}{\lambda} : \frac{e_2}{\lambda'} = \frac{e_1}{\lambda} \cdot \frac{\lambda'}{e_2} = \frac{e_1 n}{e_2 n'} \quad (1.2; 20)$$

由于它不是根据比例常数而定，故光程 ne 可作为几何綫段 e 上波列数 N 的相对尺度。

1.29 色 散

除了真空外，对于任何媒质來說，折射率 n 都是一个与光的种类（即光的顏色）有关的函数。光的顏色最好是用頻率 ν 表示。不过，折射率一般是用光在空气中的波长 λ 来表示。这就是說，折射率是空气中波长的函数。

上述現象叫做色散。

色散是色差的原因。每次折射时都有色散，但反射时沒有。以后要讲到的玻璃目录，其中就列有一定波长的光在各种光学玻璃中的色散。这些数值是研究色差的基础。

1.3 全 反 射

光线由光密媒质射入光疏媒质时, $n' < n$, $\epsilon' > \epsilon$ 。出射光线的夹角最大可能为 90° , 它的正弦等于 1。对应的入射角应用 ϵ_g 表示。于是,

$$\frac{\sin \epsilon_g}{\sin \epsilon'} = \frac{\sin \epsilon_g}{1.0} = \frac{n'}{n} \quad (1.3;1)$$

入射角大于 ϵ_g 的光线不能够射进光疏媒质, 全部反射回去, 这种现象叫做全反射。在和空气接触的棱镜面上, 经常会看到这种现象。角 ϵ_g 叫做全反射的临界角。在 $n' = 1$ 的情况下, ϵ_g 用下式计算:

$$\sin \epsilon_g = \frac{1}{n} \quad (1.3;2)$$

注意: 要保证光束中没有一条光线全反射, 即要光束全部通过分界面, (由于部分反射引起的变弱不考虑在内) 必须使光束中所有光线的最大入射角小于全反射的临界角。反之, 如果要光束全反射, 则最小的入射角必须大于临界角。

习题 1: 空气和玻璃 (折射率 $n' = 1.500$) 分界面的前边 50mm 处有一已知点 P_1 , 分界面的后边 60mm 处有一 P_2 , P_2 与 P_1 的侧向距离为 80mm。从 P_1, P_2 引分界面的垂线, 垂线的脚点 A_0, A_8 位于分界面上。用直线连接 A_0 和 A_8 , 并取七个点 $A_x (x = 1 \cdots 7)$, 这七个点把直线 A_0A_8 分成八个等分。

计算光程长度 $P_1A_xP_2$ (即 $e_1 + n'e_2$) 以及 ϵ 和 ϵ' (P_1A_x 和 A_xP_2 与面的法线在 A_x 处的夹角) 的值 $\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'}$ 。以 $e_1 + n'e_2$ 作为 $\frac{\sin \epsilon}{\sin \epsilon'}$ 的函数求最小值 (见图 6)。

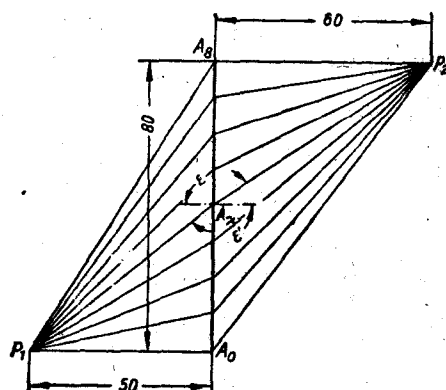


图 6 由 P_1 经 A_x 到 P_2 的光程。

2 从面到面的基本计算公式

2.1 子午光线公式

2.11 引言

折射定律可用于平面，也可用于曲面。为此，我们用光线入射点上的切面代替曲面。切在接触点附近切面和曲面之间的偏差可以忽略不计。

这里只研究球面，因为在实际中球面应用最广。它不仅比非球面容易计算，而且也比非球面容易制造。

当然，平面也可看成是曲率半径无限大的球面。

2.12 光线在球面上的折射

球面决定于它的曲率中心 C 和曲率半径 r 。通过 C 的直线定作为轴，此直线与球面的交点叫做顶点 S 。光学计算时，要计算由 S 到 C 的半径。球面把媒质分成两部分：前面的折射率为 n ，后面的折射率为 n' 。假设有一条光线在图面上运动。这条光线可能在球面前与轴相交，也可能是它的延长线在球面后与轴相交。交点用 O 表示，线段 SO 叫做截距 s 。在第一种情况下 s 的符号为负，在第二种情况下 s 的符号为正（见图 7）。如果入射光线平行于轴运动，则 s 可能是无限大。光线与轴的夹角用 σ 表示。入射光线用参数 s 和 σ 确定。

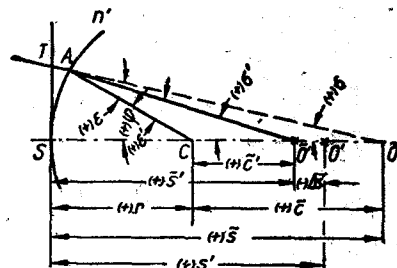


图 7 子午光线在球面上的折射。

为了便于讨论光线的折射，在光线入射点 A 处画一条折射面的法线通过中心 C 。法线与光线或者它的延长线的夹角就是入射角 ε 。

根据光线的座标 s 和 σ 可以确定这个入射角。首先根据 s 可以算出以曲率中心 C 为基准的中心截距 $\bar{s}$ ：

$$\bar{s} = s - r. \quad (2.1;1)$$

应用正弦定理^[23]●，由 $\triangle ACO$ 中可求出 ε ， $\bar{s}$ 和 σ 的简单关系：

$$\frac{\sin \varepsilon}{\sin \sigma} = \frac{\bar{s}}{r}, \quad (2.1;2)$$

因此

$$\sin \varepsilon = \frac{\bar{s}}{r} \sin \sigma. \quad (2.1;3)$$

根据折射定律 (1.2;12) 得另一公式

$$\sin \varepsilon' = \frac{n}{n'} \sin \varepsilon.$$

在折射光线、法线和轴构成的 $\triangle ACO'$ 中，可以找出角 ε' 。为了求得折射光线与轴的

● 右上方括弧 [] 内的数字表示附录的页数。这里所用的数学定理的推导，见附录 23 页。

夹角 σ' ，請注意 $\triangle AC\bar{O}$ 和 $\triangle AC\bar{O}'$ 在 C 点上有相同的外角。这个角就是法綫和軸之間的角 φ 。根据外角定理可以写出：

$$\varphi = \sigma + \varepsilon = \sigma' + \varepsilon' \quad (2.1;4)$$

这样，便可求出

$$\sigma' = \varphi - \varepsilon' \quad (2.1;5)$$

根据正弦定理，由 $\triangle AC\bar{O}'$ 中得

$$\frac{\sin \varepsilon'}{\sin \sigma'} = \frac{\bar{c}'}{r} \quad (2.1;6)$$

式中 $\bar{c}'$ 是点 $\bar{O}'$ 到中心的座标；上式可以写成

$$\frac{\sin \varepsilon'}{\sin \sigma'} r = \bar{c}' \quad (2.1;7)$$

由 S 到 $\bar{O}'$ 的截距 $\bar{s}'$ 为

$$\bar{s}' = \bar{c}' + r_0 \quad (2.1;8)$$

现在，折射后光綫的座标 $\bar{s}'$ 和 σ' 都求出来了。

2.13 透鏡的計算

假設有一条光綫通过透鏡。通过曲率中心在一个球面上可作任意方向的基准軸，因此，透鏡軸的方向应由两个中心点来确定。这条直綫叫做光軸。如果半徑等于 ∞ ，則光軸就是由球面中心到平面的垂綫。透鏡的两个面用标号 1 和 2 注明。公式 (1) 到 (8) 用于第一面注以 1 字，用于第二面注以 2 字。第一面的像空間同时又是第二面的物空間，因此，光綫与軸的交点为：

$$\bar{O}'_1 = \bar{O}_2$$

光綫与軸的夹角为：

$$\sigma'_1 = \sigma_2 \quad (2.1;9)$$

折射率的关系为：

$$n'_1 = n_2 \quad (2.1;10)$$

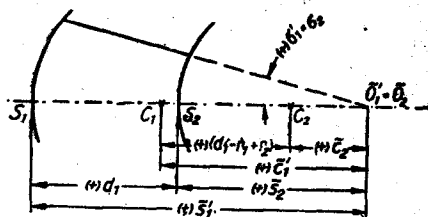


图 8 計算子午光綫时由一个面向下一个面过渡。

截距在第一面后的像空間中以第一面的頂点 S_1 为基准 (图 8)，在第二面前以 S_2 为基准。頂距 S_1S_2 等于 d_1 ，因而，又得出一个重要公式：

$$\bar{s}_2 = \bar{s}'_1 - d_1 \quad (2.1;11)$$

公式 (9) 和 (11) 叫做过渡公式。为了清楚和完整起见，将最主要的公式 (1) 到 (9) 和 (11) 标上 1 和 2 后，列在下面：

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\bar{s}_1 - r_1}{r_1} \sin \sigma_1 = \sin \varepsilon_1 \\ \frac{n_1}{n'_1} \sin \varepsilon_1 = \sin \varepsilon'_1 \\ \sigma_1 + \varepsilon_1 = \varphi_1 \\ \varphi_1 - \varepsilon'_1 = \sigma'_1 \\ \frac{\sin \varepsilon'_1}{\sin \sigma'_1} r_1 + r_1 = \bar{s}'_1 \\ \bar{s}'_1 - d_1 = \bar{s}_2 \\ \sigma'_1 = \sigma_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\bar{s}_2 - r_2}{r_2} \sin \sigma_2 = \sin \varepsilon_2 \\ \frac{n_2}{n'_2} \sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_2 \\ \sigma_2 + \varepsilon_2 = \varphi_2 \\ \varphi_2 - \varepsilon'_2 = \sigma'_2 \\ \frac{\sin \varepsilon'_2}{\sin \sigma'_2} r_2 + r_2 = \bar{s}'_2 \end{array} \quad (2.1;12)$$