初中升学数学试题汇编及分析

人大附中编写组　编

初中升学数学试题
汇编及分析

人大附中编写组 编

北京教育出版社

初中升学数学试题汇编及分析

CHUZHONG SHENGXUE SHUXUE SHITI

HUIBIAN JI FENXI

人大附中编写组　编

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版

（北京北三环中路6号）

新华书店北京发行所发行

中国青年出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米　32开本　6印张　129,009字

1989年3月第1版　　1989年3月第1次印刷

印数 1—21,400

ISBN 7-5303-0064-4/G·52

定　价：1.90元

编写说明

为了帮助初中学生和教师准备、辅导中考，我社从1988年全国各省市中考试卷中，精选了一批质量较高的试题、答案和评分标准，邀请了人大附中有经验的教师作出答案，並加以分析指导，编辑成《初中升学试题汇编及分析》丛书。丛书包括语文、数学、物理、化学、英语等五个分册，本册为《初中升学数学试题汇编及分析》。书中对试题答案中的疑难问题、易错易混淆的问题，做了必要的分析和说明，有些题目介绍了不同解法供师生参考。为了与答案区别，分析和说明都用另一种字体排在括号内。本册书由郑静宜老师编写。

由于编写时间仓促，书中错误和不足之处欢迎读者批评指正。

一九八八年九月

目　录

北京市1988年中考数学试题

一　填空：(本题24分，其中1～6题各2分，7～10题各3分)

1.　0的相反数是________，$\frac{1}{2}$的倒数是______.

2.　正方形的边长是a，则它的对角线的长是________.

3.　两个相似三角形的相似比为3:4，则它们的面积比为_______.

4.　已知方程$x^2-3x+1=0$的两个根为α、β，则$\alpha+\beta$ = ________，$\alpha\beta$ = ________.

5.　求值$\operatorname{tg}45°$ = ________，$\cos30°$ = ________.

6.　函数$y=2x+3$中，自变量x的取值范围是________.

7.　点$P(-3,4)$到坐标原点的距离是____________.

8.　设θ是三角形的一个内角，且$\sin\theta=\frac{1}{2}$，则θ = ________.

9.　斜边为BC的直角三角形的顶点A的轨迹是________.

10.　半径为10cm，圆心角为72°的扇形的弧长是______cm.（精确到0.1cm）

二、(本题23分，其中第1、2、3题各4分，第4题5分，第5题6分)

1.　分解因式：x^2y-4y.

2.　计算：$\lg1000+\lg0.01$.

3. 计算：$\sqrt{20}+\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}-(\sqrt{5}+2)^{0}$.

4. 已知：$(x+y-1)^{2}+\sqrt{2x-y+4}=0$. 求实数 x、y 及 y^{x}.

5. m 取什么值时，方程 $(m+2)x^{2}+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根.

三、(本题11分，第1题5分，第2题6分)

1. 已知：如图1，在梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$AD=BC$，E 是 AB 的中点.求证：$ED=EC$.

2. 已知：如图2，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，$AD\perp AC$，$DC=6$.求 BD 的长。

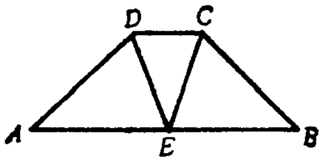

图 1

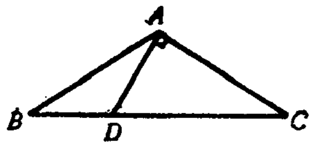

图 2

四、(本题共6分，每小题3分) 以下各题都给出代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中有一个且只有一个是正确的，把正确答案的代号填在括号内.

1. $(-a^{2})^{3}$ 的运算结果是

( ).

(A) a^{5}; (B) $-a^{5}$;

(C) a^{6}; (D) $-a^{6}$.

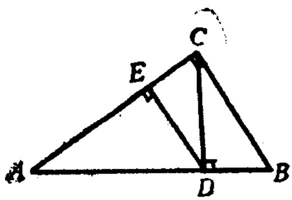

图 3

2. 如图3，在△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$CD\perp AB$，$DE\perp AC$ 则图中和△ABC 相似(但不全

等)的三角形的个数为（　　　　　　）.

（A）2；　　　　（B）3；

（C）4；　　　　（D）5.

五、（本题共13分，其中第1题6分，第2题7分）

1.列方程解应用题：有一个两位数，十位上的数是个位上的数的2倍，如果把这两个数的位置对换，那么所得的新数比原数小27，求这个两位数.

2. 解方程：$2x^2-4x+3\sqrt{x^2-2x+6}=15$.

六、（本题7分）

已知：如图4，$\triangle ABC$是$\odot O$的内接三角形，直径AE交BC于F，直线l切$\odot O$于A，$DC\perp BC$交l于D点.求证：$DF\parallel AB$.

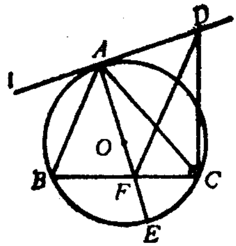

图 4

七、（本题5分）

已知：如图5，一次函数的图象经过点$P(0,-2)$，且与两条坐标轴截得的直角三角形的面积为3.求这个一次函数的解析式.

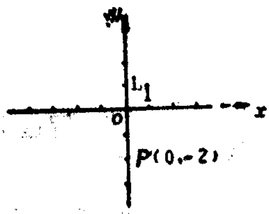

图 5

八、（本题5分）

已知：在$\triangle ABC$中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的对边分别为a、b、c，$\angle A=120°$，$\sin B:\sin C=3:2$，且$\triangle ABC$的面积$S_\triangle=6\sqrt{3}$.求a的值.

九、（本题6分）

已知：如图6，以$\triangle ABC$的BC边为直径的半圆交AB于D，交AC于E，$EF\perp BC$于F，$BF:FC=5:1$，$AB=8$，

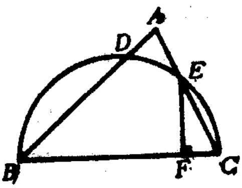

图 6

$AE=2$.求AD的长.

北京市1988年中考数学试题答案及分析

一、1. 0, 2; 2. $\sqrt{2}a$;(此题没有要求精确到多少,就不要写成$1.414a$.) 3. 9:16; 4. 3, 1; 5. 1, $\frac{\sqrt{3}}{2}$; 6. 全体实数;(不要写成全体数)7. 5; 8. 30°或150°;(θ是三角形的一个内角,所以θ可以是锐角,也可以是钝角,即为两解.)9. 以BC为直径的圆(B、C两点除外);10. 12.6cm.

二、1. 解:原式$=y(x^2-4)=y(x+2)(x-2)$.(结果为$y(x+2)(x-2)$,不能再分解了,若再继续分解得$y(x+2)(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$是错误的).2. 解法一:原式$=3+(-2)=1$. 解法二:原式$=\lg(1000\times0.01)=\lg10=1$. 3. 解:原式$=2\sqrt{5}+\sqrt{5}+2-1=3\sqrt{5}+1$. 4.解:依题意,得$\begin{cases}x+y-1=0\\2x-y+4=0.\end{cases}$解这个方程组,得$\begin{cases}x=-1\\y=2.\end{cases}$ $\therefore y^x=2^{-1}=\frac{1}{2}$. $\therefore x=-1$, $y=2$, $y^x=\frac{1}{2}$. 5. 解:$\because$方程有两个不相等的实数根,$\therefore$ $m+2\neq0$且$\Delta=b^2-4ac>0$. 即$m\neq-2$且$\Delta=2_2-4(m+2)\times(-1)=4m+12>0$,得$m>-3$. $\therefore$当$m>-3$且$m\neq-2$时,方程$(m+2)x^2+2x-1=0$有两个不相等的实数根.(易忽略二次项系数$m+2\neq0$及把$\Delta>0$写成$\Delta\geq0$.)

三、1. 证明:如图7,$\because AB\parallel DC$, $AD=BC$,$\therefore\angle A=\angle B$. $\because E$是AB的中点,$\therefore AE=BE$.在$\triangle DAE$和$\triangle CBE$中,

$\left\{\begin{array}{l}AD = BC, \\ \angle A = \angle B, \\ AE = BE,\end{array}\right.$ $\therefore \triangle DAE \cong \triangle CBE$，$\therefore ED = EC$．2.解：如图8，$AB = AC$，$\angle BAC = 120°$，$\therefore \angle B = \angle C = 30°$．$\because$

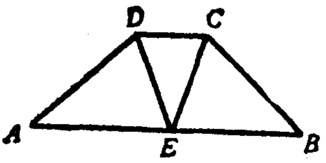

图 7

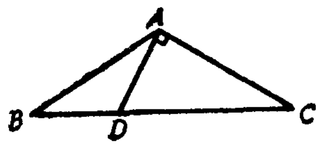

图 8

$AD \perp AC$，$\therefore AD = \frac{1}{2}CD$，且$\angle BAD = 30°$，$\therefore \angle BAD = \angle B$．$\therefore BD = AD$．$\because DC = 6$，$\therefore BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3$．

四、1．D；2． C．(此题容易错误的是把$\triangle ABC$也数进去，结果选成了D.)

五、1．解：设个位上的数为x，则十位上的数为 $2x$．据题意，得$10x + 2x = 10 \times 2x + x - 27$，$9x = 27$，$x = 3$．$2x = 6$．答：所求的两位数为63．2.解：设$\sqrt{x^2 - 2x + 6} = y$，那么$x^2 - 2x + 6 = y^2$．因此$2x^2 - 4x = 2(x^2 - 2x) = 2y^2 - 12$．于是原方程变为$2y^2 - 12 + 3y = 15$．即$2y^2 + 3y - 27 = 0$．解得$y_1 = -\frac{9}{2}$，$y_2 = 3$．当$y = -\frac{9}{2}$时，$\sqrt{x^2 - 2x + 6} = -\frac{9}{2}$，无解．当$y = 3$时，$\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 3$．两边平方，得$x^2 - 2x + 6 = 9$．即 $x^2 - 2x - 3 = 0$．解得 $x_1 = 3$，$x_2 = -1$．经检验，原方程的根是$x_1 = 3$，$x_2 = -1$．（方程中，根号下含有未知数各项的系数，与根号外未知数的同次方项的系数

成比例，因此，可以设辅助未知数，用换元法来解.）

六、证明：如图9，∵l和⊙O切于A点，AE是⊙O直径，∴$AE\perp l$，即$\angle FAD=90°$．又$\angle BCD=90°$，∴$\angle FAD+\angle FCD=180°$．∴四边形$AFCD$内接于圆．∴$\angle 1=\angle 2$．又$\angle 1=\angle B$，∴$\angle 2=\angle B$．因此$DF\parallel AB$．（证平行，自然会想到证$\angle 2=\angle B$，可由题意知$\angle 1=\angle B$，所以需证明$\angle 1=\angle 2$，解决$\angle 1=\angle 2$的关键是证$A$、$F$、$C$、$D$四点共圆.）

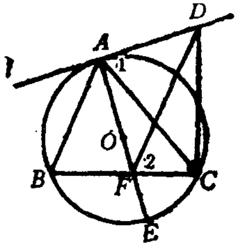

图 9

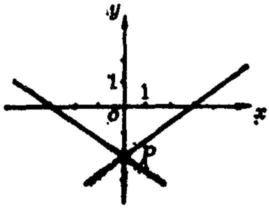

图 10

七、解：设这个一次函数的解析式为$y=kx+b$．由于一次函数的图象过点$P(0,-2)$，即$b=-2$，∴这个一次函数的解析式为$y=kx-2$．令$y=0$，得$x=\frac{2}{k}$．即一次函数的图象和x轴交于点$\left(\frac{2}{k},\ 0\right)$．由它与两条坐标轴所截得的直角三角形的面积为3，得：$\frac{1}{2}\times|-2|\times\left|\frac{2}{k}\right|=3$，$\left|\frac{2}{k}\right|=3$，$k=\pm\frac{2}{3}$．∴这个一次函数的解析式为$y=\frac{2}{3}x-2$或$y=-\frac{2}{3}x-2$（见图10）．（此题容易忽视取$\frac{2}{k}$的绝对值，结果求出的$k$就一解，那么相应的解析式也就少了一解．）

八、解：由正弦定理，得$\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{b}{c}$，∴$\frac{b}{c}=$

$\frac{3}{2}$.……(1)又$S_{\triangle}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}bc\sin 120°=\frac{1}{2}bc\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}bc$. $\therefore\frac{\sqrt{3}}{4}bc=6\sqrt{3}$. $\therefore bc=24$……(2) 由(1)、(2),得$c^2=16$,$b^2=36$. 由余弦定理,得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=36+16-2\times24\cos120°=36+16+24=76$. $\therefore a=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$.

九、解法一:如图11连结BE,则$BE\perp AC$. $\therefore BE^2=AB^2-AE^2=8^2-2^2=60$. 设$FC=x$,$BF=5x$. $\because EF\perp BC$, $\therefore BE^2=BF\cdot BC$. 即$60=5x\cdot6x$, $\therefore x=\sqrt{2}$. $\because EC^2=BC^2-BE^2$, $\therefore EC^2=72-60=12$. $EC=2\sqrt{3}$. $\because AD\cdot AB=AE\cdot AC$, $\therefore AD\cdot8=2(2+2\sqrt{3})$. $AD=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$. (求出$x=\sqrt{2}$以后,用射影定理也可求得$EC=2\sqrt{3}$. 或者求出$BE^2=60$以后,利用射影定理得出$\frac{BE^2}{EC^2}=\frac{BF}{FC}=\frac{5}{1}$,从而求得$EC=2\sqrt{3}$.) 解法二:

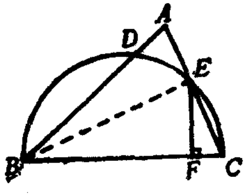

图 11

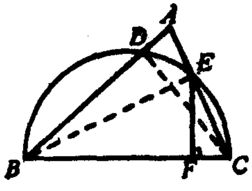

图 12

如图12,求得$EC=2\sqrt{3}$,与解法一相同.连结CD,则$CD\perp AB$. $\because B$、C、E、D四点共圆,$\therefore\angle DCE=\angle ABE$. 又

$\sin\angle ABE = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1}{4}$, $\therefore \sin\angle DCA = \dfrac{1}{4}$. $\therefore AD = AC\cdot\sin\angle DCA = (2+2\sqrt{3})\times\dfrac{1}{4} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$.

北京市1987年中考数学试题

一、填空：（本题共25分，其中1～5题各2分，6～10题 各3分）

1． 计算：$(-3x^2)^2=$ ________。

2． 用科学记数法表示：0.00207 = ________。

3． $\square ABCD$中，$\angle A=62°$，则$\angle B$的度数是 ________，$\angle C$的度数是 ________；

4． 连结$\triangle ABC$三边中点所围成的三角形的周长为6cm，则$\triangle ABC$的周长等于________cm；

5． 函数$y=\dfrac{1}{x^2-1}$中，自变量x的取值范围是________；

6．计算：$(2-\sqrt{3})^{-1}=$ ________。

7． 等腰直角三角形的斜边长2cm，则它的面积是________cm^2。

8． 化简：$\sqrt{(\sin\alpha-1)^2}=$ ________。

9． 在半径为5cm的$\odot O$中，长为8cm的弦的中点的轨迹是________。

10．正多边形的一个外角小于45°，则这个正多边形的边数最少是 ________。

二、（本题共19分，其中第1、2两题各4分，第3题5分，第4题6分）

1． 分解因式：$1-a^2-2ab-b^2$。

2. 计算：$\lg 10N+\lg\frac{1}{N}$.

3. 计算：$\frac{xy}{x^2-y^2}-\frac{y}{y+x}$.

4. 解方程：$\frac{6}{x^2+x}=x^2+x+1$。

三、（本题共12分，每小题6分）

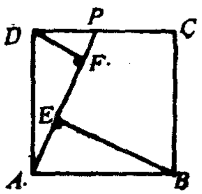

图 1

1. 已知：如图1，正方形$ABCD$中，P是CD上一点，$BE\perp AP$于E，$DF\perp AP$于F.

求证：$AE=DF$.

2. 已知：在$\triangle ABC$中，$AB=15$，$AC=10$，$\angle BAC$的平分线交BC于D，过D作AB的平行线交AC于E. 求DE的长.

四、（本题共13分，其中第1题6分，第2题7分）

1. 列方程解应用题：要铺设一条650米长的地下管道，由甲、乙两个工程队从两头相向施工.甲队每天铺设48米，乙队比甲队每天多铺设22米，乙队比甲队晚开工1天.问乙队开工多少天后，两队完成整个铺设任务的80%？

2. 解方程组：$\begin{cases}2x-y=1,\\10x^2-y^2-x+1=0.\end{cases}$

五、（本题共10分，其中第1、2题各3分，第3题4分）

以下各题都给出代号为A、B、C、D的四个答案，其中有一个且只有一个是正确的，把正确答案的代号填在括号内.

1． 在$\triangle ABC$中，若$\dfrac{\operatorname{tg}B}{\sin A}<0$，则这个三角形是（　　）。

（A）锐角三角形；（B）直角三角形；（C）钝角三角形；（D）锐角三角形或直角三角形。

2． 在下列命题中，正确的是（　　）。

（A）有三个角对应相等的两个三角形全等；（B）有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形全等；（C）有两边对应相等，且这两边夹角的正弦也相等的两个三角形全等；（D）有一组对应边上的高相等的两个相似三角形是全等三角形。

3． 一次函数$y=kx+b$的图象经过点$(m,1)$和点$(-1,m)$，其中$m>1$。则k、b应满足的条件是（　　）。

（A）$k>0$且$b>0$；（B）$k<0$且$b>0$；（c）$k>0$且$b<0$；（D）$k<0$且$b<0$。

六、（本题6分）

已知：如图2，AB是$\odot O$的直径，弦CD垂直AB于M，P是CD延长线上一点，PE切$\odot O$于E，BE交CD于F。

求证：PF是PC和PD的比例中项。

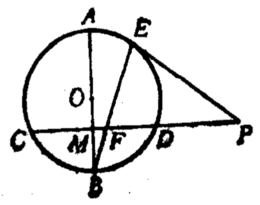

图 2

七、（本题5分）

已知：方程$x^2+2(m-2)x+m^2+4=0$有两个实数根，且这两个根的平方和比两根的积大21。

求m的值。

八、（本题5分）

已知：$\triangle ABC$中，$\angle BAC=60°$，$AC=5$，$BC=7$.

求：$\sin B\cdot\cos C$的值.

九、（本题5分）

已知：如图3，$\angle ABC$中，$\angle C$是直角，内切圆$\odot O$与三边分别切于D、E、F.若$\odot O$半径为r，$BE=n$.

试用r和n表示$\triangle ABC$的面积.

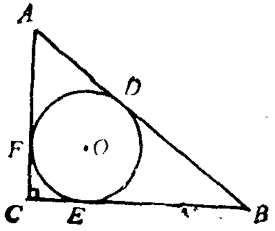

图 3

北京市1987年中考数学试题答案及分析

一、1. $9x^4$；2. 2.07×10^{-3}；3. 118,62；4. 12；（用三角形中位线定理或用相似三角形的性质.）5. $x\neq\pm1$的一切实数；（$\frac{1}{x^2-1}$是分式，当$x^2-1=0$时，分式没有意义.）6. $2+\sqrt{3}$；（$2-\sqrt{3}$和$2+\sqrt{3}$互为倒数.又如：$\sqrt{2}+1$和$\sqrt{2}-1$也互为倒数.）7. 1；（等腰直角三角形斜边上的高就是斜边的中线，即等于斜边的一半.）8. $1-\sin x$；（注意：$|\sin\alpha|\leqslant1$，当$a\leqslant0$时，$\sqrt{a^2}=|a|=-a$.）9. 以O为圆心，3cm长为半径的圆；（弦的中点距O为定长$=\sqrt{5^2-4^2}=3$.）10. 9；（依题意，这个正多边形的一个内角即$\frac{180°(n-2)}{n}>135°$，则$n>8$.）

二、1. $(1+a+b)(1-a-b)$；解法一．分组分解法：原式$=1-(a^2+2ab+b^2)=1-(a+b)^2=(1+a+b)(1-a-b)$．解法二．解方程法：原式$=-a^2-2ba+$