



天骄之路中学系列

2005

中考状元 易错题宝典

数学

主编 张铁群 马子明
审定 中考命题研究组



机械工业出版社
China Machine Press

TIANJIAOZHILU



天骄之路中学系列

中考状元易错题宝典

数 学

张轶群 马子明 主编
中考命题研究组 审定



机械工业出版社

本书是北大附中、人大附中、黄冈中学、湖南师大附中、杭州学军中学、江苏启东中学、天津南开中学等全国著名重点中学中考状元们“易错题集”精华的汇总。参编人员均是上述重点中学的特、高级教师。本书采用典型例题分析、讲解的办法,可达到以点带面、掌握知识、培养能力的目的,既可指导考生临阵应考,又可帮助学生系统、完整地进行总复习;既能达到快速复习的目的,又能使学生直接得到辅导教师的精心指导。本书既适合参加2005年中考的考生,又适合初一、初二学生平时训练和备考之用。

“天骄之路”已在国家商标局注册(注册号:1600115),任何仿冒或盗用均属非法。

因编写质量优秀,读者好评如潮,“天骄之路”已独家获得国内最大的门户网站——新浪网(www.sina.com)在其教育频道中以电子版形式刊载;并与《中国教育报》、中国教育电视台合作开办教育、招生、考试栏目。

本书封面均贴有椭圆形的“天骄之路系列用书”激光防伪标志(带可转动光栅),内文采用浅色防伪纸印刷,凡无上述特征者为非法出版物。盗版书刊因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。盗版举报电话:(010)82608886。

欢迎访问全国最大的中高考专业网站:“天骄网”(<http://www.tjzl.com>),以获取更多信息支持。

版权所有 翻印必究

图书在版编目(CIP)数据

中考状元易错题宝典·数学/张铁群,马子明主编.—4版.北京:机械工业出版社,2004.9

(天骄之路中学系列)

ISBN 7-111-09276-7

I. 中… II. ①张…②马… III. 数学课—初中—解题—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第092434号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

责任编辑:邢 鸥 版式设计:沈玉莲

封面设计:李文广 责任印制:何全君

北京振兴源印务有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2004年9月第4版·第1次印刷

880mm×1230mm 1/32·12.125印张·438千字

定价:13.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010)82608899、68993821

封面防伪标均为盗版

编写说明

在学习的过程中,同学们可能遇到过一错再错的现象。究其原因,多数是由于在学习中不求甚解,不注意总结积累所致。那么,该怎么办呢?实践证明,自编一本“错题集”是避免做题一错再错的最好办法。

所谓“错题集”,顾名思义,是指每次考试或测验之后,将做错的试题记录下来,分析错误,找出原因,使自己以后不再犯同样的错误。

在多年的教学实践中,我们发现:如果学生在平时学习中重视这一环节,及时总结得失,对学习效果是有举足轻重作用的。特别是进入初三复习阶段,大量的练习,题海浩瀚,如果想把所有做过的练习全部复习一遍,一则时间不允许,二则眉毛胡子一把抓,抓不住重点。如果你手头有一本“错题集”,复习时主要看曾经做错的练习,针对考试中暴露出来的问题再进行认真分析,弄清原因,脑海里就会留下深刻的印象,再加上学而时习之,何愁不能避免错之再三的现象?

无独有偶。据许多考上北大附中、人大附中、黄冈中学、湖南师大附中、杭州学军中学、江苏启东中学、天津南开中学等全国著名重点中学的中考状元们透露,他们在中考复习中一个最重要的致胜法宝即是建立这样一个“易错题集”,该题集不仅总结归纳了他们在平时复习、练习、测验、模考中容易犯错、命题新颖、实战性强的典型习题及解题思路,而且还涵盖了诸状元在涉猎大量课内外辅导资料、报刊的过程中搜集到的经典题目。这种“易错题集”与众不同之处在于:①覆盖面广,②选材独到,③针对性强,④区分度大,⑤切题率高,⑥实用性好。正因为如此,众多中考状元们在中考复习中事半功倍,受益匪浅,避免了许多弯路及回头路,从而大大提高了资料的利用率和复习效果,进而在中考中超越其他考生,一举夺魁。

本书正是这些状元们许许多多“易错题集”的浓缩精华,为全国各种类似题典的首创。它有以下显著特点:

1. **状元经验,有的放矢。**该书荟萃了各省中考状元们的中考复习经验及应试秘诀,它不仅是状元们各自考前复习方法的精要总结,而且引述了大量的实例、精题及解题技巧,有助于广大考生在初三学期一开始就循着他们曾经一度辉煌的学习技巧、应试秘诀、复习心得走下去,避免不应有的弯路、折回路及险路。

2. **紧扣考纲,瞄准热点。**该书所有题目覆盖了考纲中的全部考点,并充分体现了考纲中对各考点能力的要求层次,为考生提供系统、全面、科学的知识网络和复习精要。体现近几年来中考改革的最新特点,把握最新考试命题趋向,题型选择新颖、典型、精当,使考生准确把握“考什么”和必须“会什么”。

3. **信息丰富,针对性强。**该书绝大部分选择题、填空题不仅有答案,还列出分析过程。部分解答题除有详尽的计算式推理过程,在此之前有扼要的“精析”,在此之后有画龙点睛的“说明”。“精析”点拨解题思路,启发思维;“说明”指出解题要点、疑难点、失分点,针对性强、切中要害。这些浓缩的经验之谈使读者能举一反三,可大大缩短将知识转化为能力的过程。

4. **类型齐全、形式新颖。**该书大部分题均来自于状元们的“易错题集”，另一部分出自各地优秀的模拟试题和各类报刊中刊载的经典题与创新题，因此各种类型题目应有尽有。对少数中考经常考到的常规题，编者从问题情境、设问的角度和方式等方面给予重新“包装”，使之焕然一新，全无陈旧感。

5. **解法灵活、举一反三。**该书中不少题目列出多种解法，这些解法中必有通法，也有编者独出心裁的特殊解法。通法不一定最简，却有普遍意义；特殊解法虽然巧妙，却未必通用，各有所长，将这两类解法并列，使读者从中拓宽视野，增长见识，在多种解法的练习中掌握常用题型解题规律与技巧，举一反三，活用知识，具备用综合能力素质应试的本领。

需要说明的是：为照顾广大读者的实际购买能力，使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其它书籍更多的营养，本书采用了小五号字和紧缩式排版，如有阅读上的不便，请谅解。

本丛书在编写过程中，得到了各位中考状元、各参编学校及国家优秀出版社机械工业出版社有关领导的大力支持，丛书的统稿及审校工作得到了北京大学、清华大学有关专家教授的协助和热情支持，在此一并谨致谢忱。同时，我们也期望广大读者对本书提出更多、更好的意见和建议，使之书如其名，真正成为考生手中的“宝典”和“名牌”。读者对本书如有意见、建议和要求，请来信寄至：(100080)北京市海淀区苏州街18号长远天地大厦B座15层 天骄之路丛书编委会收。电话：(010)82608811, 82608822, 或点击“天骄网”(http://www.tjzl.com), 在留言板上留言，也可发电子邮件，相信您一定会得到满意的答复。

编 者

2004年9月于北京大学燕园

目 录

第一单元 有理数	(1)
一、选择题	(1)
二、填空题	(5)
三、解答题	(8)
第二单元 分解因式	(21)
一、选择题	(21)
二、填空题	(22)
三、解答题	(23)
第三单元 一元一次方程 一元一次不等式 二元一次方程组	(38)
一、选择题	(38)
二、填空题	(41)
三、解答题	(43)
第四单元 一元二次方程	(70)
一、选择题	(70)
二、填空题	(75)
三、解答题	(79)
第五单元 函数及图像	(111)
一、选择题	(111)
二、填空题	(118)
三、解答题	(124)
第六单元 统计初步	(161)
一、选择题	(161)
二、填空题	(162)
三、解答题	(163)
第七单元 线段和角	(172)
一、选择题	(172)
二、填空题	(174)
三、解答题	(177)
第八单元 相交线 平行线	(182)
一、选择题	(182)
二、填空题	(185)

三、解答题	(186)
第九单元 三角形	(199)
一、选择题	(199)
二、填空题	(203)
三、解答题	(208)
第十单元 四边形	(236)
一、选择题	(236)
二、填空题	(242)
三、解答题	(248)
第十一单元 相似形	(273)
一、选择题	(273)
二、填空题	(280)
三、解答题	(284)
第十二单元 解直角三角形	(300)
一、选择题	(300)
二、填空题	(303)
三、解答题	(304)
第十三单元 圆	(308)
一、选择题	(308)
二、填空题	(315)
三、解答题	(320)
第十四单元 综合模拟题库	(351)
2005 年中考数学模拟试题(一)	(351)
2005 年中考数学模拟试题(二)	(361)
2005 年中考数学模拟试题(三)	(370)

第一单元 有理数



一、选择题

1. 有理数 a, b 在数轴上的位置如图 1 所示, 则 $|a+b| + |a-b| = (\quad)$

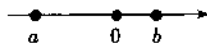


图 1

- A. $2a$ B. $-2a$ C. a D. $-a$

【精析】 本题是考查有理数的加、减运算及绝对值的化简.

由图 1 知: $a < 0, b > 0, |a| > |b|$.

$$\therefore a + b < 0, a - b < 0$$

$$\therefore |a+b| + |a-b| = -(a+b) + [-(a-b)] = -a-b-a+b = -2a$$

【答案】 B

2. 下列说法正确的是()

①1 毫米等于 1000 微米, 1 微米等于 1000 纳米, 用科学记数法表示: 1 纳米 = 10^{-6} 毫米. ②把 0.25962 精确到千分位是 0.26. ③近似数 36.4 万精确到千位. ④近似数 6.30×10^5 有两个有效数字

- A. ①③④ B. ①③ C. ②③ D. ①

【精析】 本题考查的是关于科学记数法和近似数的问题, 这里应准确地把握它们的概念, 逐个进行判断、归纳选择.

科学记数法和近似数的问题看似简单, 其实是个极易出错的问题.

①0.25962 精确到千分位应该是 0.260, 但部分同学认为千分位的零不起作用, 所以省略, 孰不知近似数 0.26 与 0.260 有很大的差异. ②近似数 36.4 万是以万为单位的近似数, 小数点后边的一位应是千位, 所以它精确到千位, 而有的同学对这类数字的真实位数不清楚, 经常出错. ③近似数 6.30×10^5 , 由定义应有三个有效数字, 而有的同学把右边的零漏数.

选项 A 中④是错误的, 近似数 6.30×10^5 有三个有效数字. 选项 C 中②是错误的, 把 0.25962 精确到千分位是 0.260. 选项 D 遗漏了正确说法③.

【答案】 B

3. 2002 年我国普通高校计划招生 2750000 人, 将这个数用科学记数法表示为()

- A. 275×10^4 B. 27.5×10^5
C. 2.75×10^6 D. 0.275×10^7

【精析】 科学记数法的形式是 $a \times 10^n$, 其中 $0 < |a| < 10$, n 是比原数的整数数位少 1 位的数值.

【答案】 C

4. 如果 $|a| + |b| = 0$, 那么 a 和 b 的关系是()
- A. 互为相反数 B. 互为倒数
C. $a = b = 0$ D. 以上结论都不对

【精析】 本题考查绝对值的非负性质.

如果 $|a| + |b| = 0$, 因为 $|a| \geq 0, |b| \geq 0$, 所以互为相反数的两个非负数均为 0, 即 $|a| = |b| = 0$, 得结论 $a = b = 0$.

【答案】 C

5. 如图 2 所示, 已知数轴上 A、B、C、D 四点对应的实数都是整数, 若点 A 对应的实数为 a , 点 B 对应的实数为 b , 且 $b - 2a = 7$, 那么数轴的原点应是()
- A. A 点 B. B 点 C. C 点 D. D 点

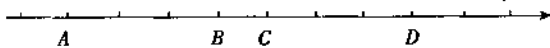


图 2

【精析】 通过观察数轴, 易知 $b - a = 3$, 由题目条件 $b - 2a = 7$.

$$\text{列方程组} \begin{cases} b - a = 3, \\ b - 2a = 7. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -4, \\ b = -1 \end{cases}$$

\therefore B 点对应的实数是 -1 , \therefore 数轴上原点应为 C 点.

【答案】 C

6. 在实数 $0.121231234, \frac{\pi}{2}, 0.31, 3.14159, \sqrt{1\frac{7}{9}}, 3\sqrt{5}, 2.151151115\cdots, \sqrt[3]{-\frac{1}{8}}, \frac{22}{7}$ 中, 无理数的个数为()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【精析】 无理数必须具备两点: 即无限的并且是不循环的小数, 从所给数据看:

(1) $\frac{\pi}{2}, 2.151151115\cdots$ 是无限不循环小数, 所以是无理数.

(2) $3\sqrt{5}$ 是开不尽方的数, 结果是无限不循环小数, 也是无理数.

无理数的定义是无限不循环小数, 如本题中的 $\frac{\pi}{2}, 2.151151115\cdots$ 都满足条件; 有些

无理数表示为带根号的数, 如 $3\sqrt{5}, \sqrt{2}$ 等, 但带根号的数不一定是无理数, 关键是看带根号的数最终结果是不是无限不循环小数, 有的带根号的数开得尽方, 如本题

中 $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \frac{4}{3}, \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2}$, 虽然形式上带根号, 但都是有理数.

【答案】 C

7. 若 $\frac{1}{x} > 3$, 则 $\frac{1}{x-2}$ 的值()



A. > 1

B. $> 2\frac{1}{2}$

C. $> -\frac{3}{5}$

D. $-\frac{3}{5} < \frac{1}{x-2} < -\frac{1}{2}$

【精析】 本题是考查倒数的取值,关键在于分析 $x, x-2$ 的范围.

解法一: $\frac{1}{x} > 3$ 即 $x < \frac{1}{3}$ 且 $x > 0$, 故 $-2 < x-2 < -\frac{5}{3}$, 得答案 D;

解法二: 若 $\frac{1}{x-2} > 1$, 则 $0 < x-2 < 1$, 得 $2 < x < 3$, $\frac{1}{3} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$, 与已知矛盾, 排除 A;

若 $\frac{1}{x-2} > 2\frac{1}{2}$, 则 $0 < x-2 < \frac{2}{5}$, 得 $2 < x < \frac{12}{5}$, $\frac{5}{12} < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$, 与已知矛盾, 排除 B;

若 $\frac{1}{x-2} > -\frac{3}{5}$, 则 $0 > \frac{1}{x-2} > -\frac{3}{5}$, 得 $x-2 < -\frac{5}{3}$, $x < -\frac{1}{3}$, $0 > \frac{1}{x} > -3$, 或 $\frac{1}{x-2} > 0$, 得 $x-2 > 0$, $x > 2$, $0 < \frac{1}{x} < \frac{1}{2}$, 与已知矛盾, 排除 C.

【答案】 D

8. 下列结论中正确的是()

A. 没有加减运算的代数式叫做单巷式

B. 单项式 $\frac{3xy^2}{7}$ 的系数是 3, 次数是 2

C. 单项式 m 既没有系数, 也没有次数

D. 单项式 $-xy^2z$ 的系数是 -1 , 次数是 4

【精析】 本题考查的是单项式定义及单项式中的有关概念, 数与字母的积叫做单项式, 单项式中的数字因数叫这个单项式的系数, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.

每个单项式都有系数, 它的数字因数就是这个单项式的系数, 如 $3 \times 10^5 t$, $-\frac{4}{3}xy^2$ 的数字因数分别是 3×10^5 和 $-\frac{4}{3}$, 所以它的系数分别是 3×10^5 和 $-\frac{4}{3}$, 它们的次数分别为 1 和 3.

【答案】 D

9. 下列等式成立的是()

A. $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = a + b$

B. $a\sqrt{-\frac{b}{a}} = -\sqrt{-ab}$

C. $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

D. $\sqrt{-a^2b^2} = -ab$

【精析】 根据二次根式的性质和运算法则, 一一核对各选项.

A项 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} = |a| + |b|$. 当 $a < 0$ 且 $b < 0$ 时, 原式 $= -a - b$, 所以排除.

B项 $a\sqrt{-\frac{b}{a}} = a\sqrt{-\frac{ab}{a^2}} = \frac{a}{|a|}\sqrt{-ab}$. 当 $a > 0$ 时, 原式 $= \sqrt{-ab}$, 所以排除.

C项 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 这个等式成立的条件是 $a \geq 0, b > 0$. 当 $a < 0, b < 0$ 时, $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 有意义而 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 无意义, 等式不成立, 所以排除.

D项在 $\sqrt{-a^2b^2}$ 中, $\therefore -a^2b^2 \geq 0, \therefore a^2b^2 \leq 0$.

而在实数范围内 $a^2b^2 = (ab)^2$ 是非负数,

$\therefore a^2b^2 = 0$, 因此 $\sqrt{-a^2b^2} = -ab$ 成立. 故选 D.

【答案】 D

10. 已知 $x^2 + x - 1 = 0$, 则 $1999x^3 + 3998x^2 = (\quad)$

- A. 1997 B. 1998 C. 1999 D. 2000

【精析】 本题考查用整体化思维解题.

解法一: 由已知 $1999x^3 + 3998x^2 = 1999x(x^2 + 2x) = 1999x(x^2 + x + x)$

由 $x^2 + x - 1 = 0$, 知 $x^2 + x = 1$, 故上式 $= 1999x(1 + x) = 1999(x + x^2) = 1999$

解法二: 由 $x^2 + x - 1 = 0$,

$1999x^3 + 3998x^2 = 1999x^3 + 1999x^2 + 1999x^2 - 1999x + 1999x - 1999 + 1999 = 1999x(x^2 + x - 1) + 1999(x^2 + x - 1) + 1999 = 1999$

【答案】 C

11. 代数式 $|x - 1| + 7$ 取最小值时, x 的值为()

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 不存在

【精析】 本题是考查代数式的取值问题.

解法一: 若 $x < 1$, $|x - 1| + 7 = 1 - x + 7 = 8 - x > 8 - 1 = 7$

若 $x = 1$, $|x - 1| + 7 = 0 + 7 = 7$

若 $x > 1$, $|x - 1| + 7 = x - 1 + 7 = x + 6 > 1 + 6 = 7$

综上所述 $|x - 1| + 7 \geq 7$, 最小值为 7, 此时 x 的值为 1.

解法二: 由于 $|x - 1| \geq 0$, 得 $|x - 1| + 7 \geq 7$, 最小值为 7, 此时 $|x - 1| = 0, x = 1$.

本题易错误地认为 $|x - 1| = 0$ 时, $x = 1 > 0$, 故应取 $x = 0$, 错选 A;

也容易错误地认为代数式的值为任何有理数, $|x - 1|$ 也取任何有理数, 所以没有最小值的时候, 错选 D.

【答案】 C

12. 浓度为 80% 的酒精 x 克和浓度为 55% 的酒精 y 克混合, 则混合后的浓度是 ()

A. $80\% + 55\%$

B. $\frac{1}{2}(80\% + 55\%)$

C. $(80\% \cdot x + 55\% \cdot y) \div (x + y)$

D. $(80\% + 55\%) \div (x + y)$



【精析】 浓度 80% 的酒精 x 克, 含纯酒精 $\frac{80}{100}x$ 克; 浓度 55% 的酒精 y 克, 含纯酒精 $\frac{55}{100}y$ 克, 混合后浓度 = $\frac{80\% \cdot x + 55\% \cdot y}{x + y}$.

【答案】 C

13. 当 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{6}$ 时, 代数式 $(a-b)(a-c)(b-c)$ 的值是 ()

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{36}$ C. $\frac{1}{54}$ D. $\frac{1}{108}$

【精析】 当 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{6}$ 时

$(a-b)(a-c)(b-c) = (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})(\frac{1}{2} - \frac{1}{6})(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}$, 故选 D 项.

【答案】 D

14. 已知 $a + b = 2$, 则 $a^3 + 6ab + b^3$ 的值是 ()

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

【精析】 $\because a + b = 2$, 可令 $a = 1 + t, b = 1 - t$,

$$\therefore a^3 + 6ab + b^3$$

$$= (1+t)^3 + 6(1+t) \cdot (1-t) + (1-t)^3$$

$$= 1 + 3t + 3t^2 + t^3 + 6 - 6t^2 + 1 - 3t + 3t^2 - t^3$$

$$= 8$$

【答案】 D

15. 当 $b > 0, x < 0$ 时, $\sqrt{-x^3b}$ 等于 ()

A. $-x\sqrt{xb}$ B. $x\sqrt{-xb}$ C. $-x\sqrt{-xb}$ D. $x\sqrt{xb}$

【精析】 $\because b > 0, x < 0$.

$\therefore xb < 0$. 由算术根定义可知 \sqrt{xb} 在实数范围内无意义. 排除 A 与 D; 而

$$\sqrt{-xb} > 0, x < 0,$$

$\therefore x\sqrt{-xb} < 0$ 与原式 $\sqrt{-x^3b} > 0$ 矛盾, 选项 B 应排除, 故选 C.

【答案】 C



二、填空题

16. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图 3 所

示, 化简: $a + |a + b| - \sqrt{c^2} - |b - c| =$

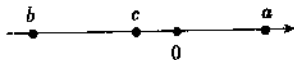


图 3

【精析】 本题重点考查实数与数轴上点的——对应、实数的绝对值等概念.



由图3可知, $b < c < 0 < a$, 且 $|b| > |a|$.

$$\therefore a + b < 0, b - c < 0, \sqrt{c^2} = |c| = -c$$

$$\begin{aligned} \therefore a + |a + b| - \sqrt{c^2} - |b - c| \\ &= a - (a + b) - (-c) + (b - c) \\ &= a - a - b + c + b - c \\ &= 0 \end{aligned}$$

【答案】 0

17. 若 $|a - 5| + (b + 1)^2 = 0$, 则 $a + b =$ _____

【精析】 $\because |a - 5| \geq 0, (b + 1)^2 \geq 0,$

$$|a - 5| + (b + 1)^2 = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} |a - 5| = 0, \\ b + 1 = 0. \end{cases} \text{ 即 } \begin{cases} a = 5, \\ b = -1. \end{cases}$$

$$\therefore a + b = 4$$

【答案】 4

18. 如果分式 $\frac{2x+2}{x^2-1}$ 的值为整数, 则整数 x 的值是 _____

【精析】 求使分式 $\frac{2x+2}{x^2-1}$ 的值为整数的整数 x 的值, 一般先把分式化为最简分式

后, 观察分子、分母的关系, 因为 $\frac{2}{x-1}$ 是整数, 所以 2 一定能被 $x-1$ 整除, 而 2 只能被 $\pm 2, \pm 1$ 整除. 因此 $x-1 = \pm 2, \pm 1$, 求出 $x = 3, 2, 0, -1$, 但当 $x = -1$ 时,

$\frac{2x+2}{x^2-1}$ 的分母为零.

$$\text{当 } x \neq \pm 1 \text{ 时, } \frac{2x+2}{x^2-1} = \frac{2(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{2}{x-1}$$

$$\because \frac{2}{x-1} \text{ 是整数}$$

$$\therefore x-1 = \pm 2, \pm 1, \therefore x = 3, -1, 2, 0.$$

$$\because x \neq -1, \therefore x = 3, 2, 0$$

【答案】 3, 2, 0

19. 若 $\sqrt{a^2} = 3, \sqrt{b^2} = 2$, 且 $a > b$, 则 $a - b$ 的值是 _____

【精析】 要确定 $a - b$ 的值, 可根据题目所给条件求出 a, b 的值, 再代入计算.

$$\because \sqrt{a^2} = 3, \sqrt{b^2} = 2, \therefore a = \pm 3, b = \pm 2.$$

$$\because a > b, \therefore a = 3, b = \pm 2.$$

$$\text{当 } a = 3, b = 2 \text{ 时, } a - b = 1.$$

$$\text{当 } a = 3, b = -2 \text{ 时, } a - b = 5.$$

【答案】 5 或 1



20. 一辆汽车以 a 米/秒行驶了 b 米,若速度加快 10 米/秒,则可少用_____秒.

【精析】 总路程是 b 米,每秒行驶 a 米需 $\frac{b}{a}$ 秒,若速度加快 10 米/秒时,则需 $\frac{b}{a+10}$ 秒,可少用 $(\frac{b}{a} - \frac{b}{a+10})$ 秒

【答案】 $\frac{b}{a} - \frac{b}{a+10}$

21. 多项式 $xy^2 - 9xy + 5x^2y - 25$ 的二次项系数是_____, 多项式次数为_____

【精析】 几个单项式的和叫做多项式,每个单项式叫做多项式的项,其中,不含字母的项叫做常数项.多项式里,次数最高项的次数就是这个多项式的次数.如: $6x^2 - 2x + 7$ 是二次三项式.

【答案】 -9 3

22. 一个四位数,它的千位数字、百位数字、十位数字和个位数字分别为 a 、 b 、 c 、 d ,把这个四位数的排列顺序反过来(如 7643 变为 3467),所得的四位数与原来四位数的差是_____.

【精析】 根据题可知,原四位数为 $1000a + 100b + 10c + d$,新四位数是 $1000d + 100c + 10b + a$,所以新四位数与原四位数的差是:

$$1000(d-a) + 100(c-b) + 10(b-c) + (a-d) = 999(d-a) + 90(c-b)$$

【答案】 $999(d-a) + 90(c-b)$

23. $(-2)^{201} + (-2)^{200}$ 的结果是()

【精析】 本题考查幂的定义以及乘法的分配律.

$$(-2)^{201} + (-2)^{200} = (-2)(-2)^{200} + (-2)^{200} = 2^{200}[(-2) + 1] = 2^{200}(-1) = -2^{200}$$

【答案】 -2^{200}

24. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ _____ 分数(填“是”或者填“不是”)

【精析】 $\sqrt{2}$ 是无理数, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 也是无理数,不是分数.

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 与分数 $\frac{m}{n}$ ($n \neq 0$, n, m 为整数)的形式相同,所以有的学生认为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 也是分数,这

是由于未理解 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的本质所致.

对数学概念应透彻理解它的本质,这样在运用概念时,才能排除干扰,得到正确的结论.

【答案】 不是

25. 若 $x = \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1-\sqrt{2}}$, 则 $\frac{2x}{1+x^2} =$ _____.

【精析】 由已知有 $\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1-\sqrt{2}}$,



进行合比法比,

$$\frac{1+x}{1-x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\text{从而} \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

$$\text{得} \frac{2x}{1+x^2} = \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1+x)^2 + (1-x)^2}$$

$$= \frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) - (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{3}+\sqrt{2})} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

【答案】 $-\frac{\sqrt{6}}{3}$

26. 已知 $a = \sqrt[3]{4} + \sqrt{2} + \sqrt[3]{1}$, 那么 $\frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3} =$ _____.

【精析】 已知 $a = \sqrt[3]{4} + \sqrt{2} + \sqrt[3]{1}$,

两边都乘以 $\sqrt[3]{2}$, 得 $\sqrt[3]{2}a = 2 + \sqrt[3]{4} + \sqrt{2}$.

② - ① 得, $a \cdot (\sqrt[3]{2} - 1) = 1$, 即 $\frac{1}{a} = \sqrt[3]{2} - 1$,

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \frac{1}{a} \left(3 + \frac{3}{a} + \frac{1}{a^2} \right) \\ &= (\sqrt[3]{2} - 1) [3 + 3(\sqrt[3]{2} - 1) + (\sqrt[3]{2} - 1)^2] \\ &= (\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt{2} + 1) \\ &= (\sqrt[3]{2})^3 - 1^3 \\ &= 1. \end{aligned}$$

【答案】 1

27. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 则代数式 $(x + \frac{1}{x})^2 + x + 6 + \frac{1}{x}$ 的值为 _____.

【精析】 当 $x + \frac{1}{x} = 3$ 时,

$$\begin{aligned} (x + \frac{1}{x})^2 + x + 6 + \frac{1}{x} &= (x + \frac{1}{x})^2 + (x + \frac{1}{x}) + 6 \\ &= 3^2 + 3 + 6 = 18. \end{aligned}$$

【答案】 18



三、解答题

28. 求证: 四个连续整数的积与 1 的和是某个整数的平方.

【精析与解答】 设四个连续整数为 $n, n+1, n+2, n+3$ (n 为整数).

则 $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1$

$$\begin{aligned} &= (n^2 + 3n)(n^2 + 3n + 2) + 1 \\ &= (n^2 + 3n)^2 + 2(n^2 + 3n) + 1 \\ &= (n^2 + 3n + 1)^2 \end{aligned}$$

$\because n$ 是整数, $\therefore n^2 + 3n + 1$ 必是整数, 所以, 四个连续整数的积与 1 的和是某个整数的平方.

29. 如果 $0 < a < 1$, 且 $a + \frac{1}{a} = 6$, 求 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 的值

【精析与解答】 本题是一个技巧性较强的问题, 它要求学生认真观察, 找出题目中已知条件 $a + \frac{1}{a} = 6$ 与所求代数式 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 的关系后, 进行合理变形, 把 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 化成只含有 $a + \frac{1}{a}$ 的代数式的形式, 再代入计算. 这道题不仅考查学生对这部分知识掌握情况, 同时考查学生解题的灵活性以及严密性.

已知 $a + \frac{1}{a} = 6$, 要求 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 的值, 可把 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 变形化成含 $a + \frac{1}{a}$ 的代数式的形式. 显然要把 $|\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}|$ 平方, 但要使它的值不变, 还必须再开方. 同时要注意, 因为 $0 < a < 1$, 所以 $\sqrt{a} < \frac{1}{\sqrt{a}}$, $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 的值是负数. 部分同学在把 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 变形时, 考虑了平方, 而忽略了开方, 使变形与原式不等.

要确定 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$ 的值, 可把它化为含有 $a + \frac{1}{a}$ 的代数的形式, 再代值计算.

$$\because a + \frac{1}{a} = 6, \therefore \left| \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right| = \sqrt{\left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2} = \sqrt{a + \frac{1}{a} - 2} = \sqrt{6 - 2} = 2.$$

$$\because 0 < a < 1, \therefore 0 < \sqrt{a} < 1, \therefore \sqrt{a} < \frac{1}{\sqrt{a}}$$

$$\therefore \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} < 0, \therefore \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = -2$$

本题也可由 $0 < a < 1$, $a + \frac{1}{a} = 6$, 求出 a 的值, 再代入计算, 但计算较繁杂.

30. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点如图 4 所示, 化简 $\sqrt{(a-c)^2} + |c-1| + |b+a| - \sqrt{(b+c)^2}$.

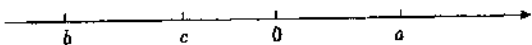


图 4

【精析与解答】 观察数轴, 可知 $a > 0, c < 0, b < 0, a > c > b$, 并且 $|b| > |a|$.

$$\therefore a > c, \therefore a - c > 0, \therefore c < 0, \therefore c - 1 < 0$$



$$\because b < 0, a > 0, \text{ 并且 } |b| > |a|, \therefore b + a < 0$$

$$\because b < 0, c < 0, \therefore b + c < 0$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-c)^2} + |c-1| + |b+a| - \sqrt{(b+c)^2} \\ &= |a-c| + |c-1| + |b+a| - |b+c| \\ &= (a-c) - (c-1) - (b+a) + (b+c) \\ &= a-c-c+1-b-a+b+c \\ &= 1-c \end{aligned}$$

31. 设函数 $y = |x-b| + |x-20| + |x-b-20|$, 其中 $0 < b < 20, b \leq x \leq 20$, 求 y 的最小值.

【精析与解答】 先由题设条件确定绝对值下代数式的符号, 然后消去绝对值符号, 再确定最小值.

$$\because 0 < b < 20, b \leq x \leq 20,$$

$$\therefore x-b \geq 0, x-20 \leq 0, x-b-20 < 0$$

$$\therefore y = x-b+20-x+20+b-x = 40-x$$

显然, 当 x 取最大值时, y 可取最小值, 故当 $x=20$ 时, y 取得最小值为 $y_{\min} = 20$.

32. 若 $a < b < c$, 试求函数 $y = |x-a| + |x-b| + |x-c|$ 的最小值.

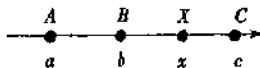


图 5

【精析与解答】 本题也可用“零点区间讨论法”计算, 但比较麻烦. 利用 $|x-a|, |x-b|, |x-c|$ 的几何意义来解, 将显得简便便利.

设 a, b, c, x 在数轴上对应的点分别是 A, B, C, X , 如图 5 所示, 则 $|x-a|, |x-b|, |x-c|$ 分别表示线段 AX, BX, CX 的长. 现在问题是要求 $|x-a|, |x-b|, |x-c|$ 之和的最小值, 从几何意义上理解, 就是在数轴上找一点 X , 使 X 到 A, B, C 三点距离之和最小. 由图 5 易见, 当 X 与点 B 重合时, 即当 $x=b$ 时该距离和最小, $\therefore y_{\min} = c-a$.

33. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, 且 $|m| = 2$. 求 $\frac{1}{m}(a+b) - cd + m^2$ 的值.

【精析与解答】 本题是考查利用有理数的概念解题.

$$\text{由已知得, } a+b=0, cd=1, m=\pm 2,$$

$$\text{则 } \frac{1}{m}(a+b) - cd + m^2 = \frac{0}{m} - 1 + 4 = 3$$

34. 某同学的家长为了给自己的孩子准备上高中的学习费用, 从现在起每年定时存入银行 1 万元, 分三次存入, 整存整取, 三年后同时取出, 已知现在我国银行的利率是:

整存整取一年期年利率为 2.25%;

整存整取二年期年利率为 2.43%;

整存整取三年期年利率为 2.70%;