

高等學校教學用書

學力論理

下冊 第一分冊

E. Л. 尼古拉依著

高等教育出版社

高等學校教學用書



理 論 力 學

下 冊 第一分冊

E. И. 尼古拉依著
季 文 美 譯

高 等 教 育 出 版 社



本書係根據蘇聯理論技術出版社 (Государственное издательство техники—теоретической литературы) 出版的尼古拉依 (Е. Л. Николаи) 著“理論力學” (Теоретическая механика) 1952 年第十六版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為高等工業學校教科書。

本書中譯本原擬分上下兩冊出冊,現因急於供應需要,下冊又分兩分冊出版。下冊第一分冊包括質點動力學及機械系統動力學兩篇。

本書原由商務印書館出版,自一九五五年四月起改由本社出版。

理 論 力 學

下 冊 第 一 分 冊

Е. Л. 尼古拉依著

季 文 美 譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

(北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號)

商務印書館上海廠印刷 新華書店總經售

書號 198(譯 189) 開本 850×1168 1/32 印張 11 1/16 字數 271,000

一九五五年四月上海新一版

一九五五年十二月上海第二次印刷

印數: 1,601—2,500 定價: (8) ¥ 1.50

出版者的話

E. Л. 尼古拉依所著的理論力學下冊(現在發行的第十版)係根據著者逝世後出版的第八版未加修改而重印的。與第七版的區別，只是加上了原來編在第三冊裏的“拉格郎日方程式”與“微幅振動理論”這兩篇(第三冊的第三篇已經單獨印行，書名是“急螺理論”)

蘇聯國營理論技術出版社

第七版原序

我的“理論力學”第二冊(動力學),現在發行的新版,是經過一些修正與補充後付印的。最主要的修改是在課本裏討論慣性力與達倫勃爾原理的各節。

在以前的各版裏,慣性力,隨同達倫勃爾原理一起討論,被看作爲實際上並不存在的、“假想的”力。認識了這一觀點的錯誤,在新版裏著者竭力強調這種力的真實性,並且把慣性力問題,從達倫勃爾原理分開,單獨處理。

慣性力的概念,首先是在第一章裏敘述牛頓的力學公理時引出。在這裏,慣性力是看作爲實際的力,也就是獲得加速度的某一物體對於使它產生加速度的那一物體的反作用。著者順便略述傳說,追溯到經典力學的奠基者的偉大創造。

達倫勃爾原理,著者以爲,也敘述得更加符合它的歷史意義了:對於建立約束系統動力學,首先是由這原理提供了一般性的方法。在這版裏,達倫勃爾原理是被這樣提出的:它概括了各種運動系統中約束反力的普遍性質。

至於“作用於運動的質系的力,由系內各點的慣性力(假想也作用於各該點)所平衡”這陳述,我們不應該把它和達倫勃爾原理混爲一談。著者以爲,這陳述只能看作爲純粹形式上的、可是很方便的解答動力學問題的方法。本書裏,使動力學問題轉變爲靜力學問題的這方法,稱爲“動靜法”;這方法在整本教程中時常應用。

Е. А. 尼古拉依

下冊(第一分冊)譯本再版附記

本書承華東航空學院胡沛泉同志陳炎同志全部校閱一遍，彭炎午同志對照原文校閱一百餘處；不僅指出許多排印中的疏誤以及文字上的修正，並且提出好幾處原則性的修改。爲表示對原著負責，書中改動較大的地方，都分別加上譯者註。

俄漢對照索引由崔振源同志協助編製；插圖 132, 144, 149, 150 由陳松淇同志代爲改畫。

譯者對上列五位同志，謹致深切的謝意。

譯者 1954年6月

下冊第一分冊目錄

第一篇 質點動力學

第一章 力學的公理.....	1
§ 1 質點動力學,機械系統動力學 § 2 第一公理,物質的慣性 § 3 第二公理,質量,動力學基本方程式 § 4 第三公理,第四公理,慣性力	
第二章 動靜法.....	12
§ 5 動靜法,切向的與法向的慣性力 § 6 加速度測定擺,鐵路軌道的超高度,離心調速器	
第三章 質點運動的微分方程式.....	20
§ 7 質點運動的微分方程式 § 8 列車在開始制車後的運動,初條件 § 9 自由落體的運動,空氣阻力 § 10 拋射體的運動	
第四章 功以及動能定律.....	34
§ 11 一個力的功 § 12 合力的功 § 13 用力在坐標軸上的投影表示微分功 § 14 用面積表示功,蒸汽機的指示功 § 15 彈性能量的功 § 16 重力的功 § 17 有心力的功 § 18 功的單位,功率 § 19 兩個矢量的累積 § 20 動能定律 § 21 應用動能定律求解的例題 § 22 勢場,勢能 § 23 質點在勢場中的運動,能量守恒定律	
第五章 衝量以及動量定律.....	62
§ 24 一個力的衝量 § 25 合力的衝量 § 26 動量,動量定律 § 27 應用動量定律求解的例題	
第六章 矩定律.....	70
§ 28 對於一點與對於一軸的動量矩 § 29 矩定律 § 30 數學擺振動的微分方程式	
第七章 質點的振動.....	77
§ 31 諧振動 § 32 質點的自由振動 § 33 自由振動的例題 § 34 穩定	

平衡與不穩平衡,無定向擺 § 35 質點的强迫振動,共振 § 36 阻力對於自由振動的影響,衰減振動 § 37 阻力對於强迫振動的影響 § 38 關於强迫振動的例題

第八章 質點的相對運動..... 114

§ 39 質點的相對運動,設牽連運動是平行移動,牽連慣性力 § 40 傑杜伊擺的振動 § 41 記錄橫向振動的地震儀 § 42 質點的相對運動,設牽連運動是定軸轉動,離心、切向與哥氏慣性力 § 43 離心調速器的振動 § 44 落體的偏東 § 45 由已知的相對運動求牽連運動 § 46 底腳的振動 § 47 在相對運動理論中慣性力的物理意義

第九章 運動微分方程式的近似解..... 144

§ 48 運動微分方程式的數解 § 49 數學擺的擺動 § 50 列車在開始制車後的運動

第二篇 機械系統動力學

第十章 作用於機械系統內各點的力..... 153

§ 51 外力與內力 § 52 約束,雙面約束與單面約束,約束反力 § 53 虛位移 § 54 理想約束 § 55 自由度的數目 § 56 機械系統運動的微分方程式

第十一章 動靜法..... 167

§ 57 動靜法 § 58 飛輪輪緣中的應力 § 59 在平移運動中慣性力的簡化 § 60 測量列車加速度的傑杜伊擺 § 61 達倫勃爾原理

第十二章 虛位移原理..... 176

§ 62 應用於平衡系統的虛位移原理 § 63 虛位移原理的另一證明 § 64 槓杆的平衡,力學的金律 § 65 十進天秤 § 66 用虛位移原理求約束反力 § 67 聯合梁 § 68 連續三鉸拱桁架 § 69 功方程式的另一形式,虛速度 § 70 平面機構的平衡,儒科夫斯基定理 § 71 虛位移原理應用於運動的系統 § 72 波特調速器

第十三章 動能定律..... 201

§ 73 動能定律 § 74 肯涅格定理 § 75 剛體的動能 § 76 作用於剛體

的各力的功 § 77 擺式撞擊機 § 78 輪子的運動,滾動阻力 § 79 有勢的力,系的勢能 § 80 能量守恒定律 § 81 機器的動能,簡化轉動慣量與簡化質量 § 82 機器內各力的功,轉動矩與阻力矩 § 83 機器的運動方程式,機器的重複運動,恒動機的不可能性

第十四章 質心運動定律..... 234

§ 84 質心運動定律 § 85 質心運動定律的幾種應用 § 86 拉伐爾輪機柔順軸,臨界角速度

第十五章 動量定律..... 246

§ 87 動量定律 § 88 液注的壓力 § 89 力的作用在彈性體內的傳播速度

第十六章 矩定律..... 254

§ 90 質系的動量主矩 § 91 矩定律 § 92 矩定律的另一形式 § 93 剛體定軸轉動的微分方程式 § 94 軸承摩擦係數的測定 § 95 用擺動法測定轉動慣量 § 96 矩定律應用於系統對於其質心的相對運動 § 97 矩定律的幾個推論 § 98 剛體平面平行運動的微分方程式 § 99 輪子的運動

第十七章 急螺現象的基本理論..... 278

§ 100 急螺在高速旋轉時的動量主矩 § 101 三個自由度的急螺 § 102 急螺的漸迴 § 103 兩個自由度的急螺,急螺力矩 § 104 船用輪機 § 105 車輪沿曲線滾動時的急螺效應 § 106 利用急螺效應的單軌鐵路

第十八章 剛體的轉動慣量..... 291

§ 107 第一定理 § 108 第二定理 § 109 慣量橢球 § 110 慣量主軸 § 111 幾種簡單形狀的均質物體的轉動慣量 § 112 物理擺的簡化長度與擺動中心 § 113 轉動物體慣性力的均衡

第十九章 碰撞..... 315

§ 114 瞬時力,瞬時力對於質點的作用 § 115 瞬時力對於機械系統質心的作用 § 116 瞬時力作用於定軸轉動的剛體與平面運動的剛體的效果 § 117 兩個物體的對心正撞,塑性碰撞,彈性碰撞 § 118 鐵鎚對鐵砧的碰撞 § 119 擺式撞擊機,撞擊中心

第一篇 質點動力學

第一章 力學的公理

§1 質點動力學，機械系統動力學

力學裏，聯繫着決定物體運動的物理原因、來研究物體的運動的這一部份，稱爲動力學。在剛體靜力學（上册第一篇）裏，我們已經討論過作用於一個剛體的若干力互成平衡的條件。在運動學（上册第二篇）裏，研究的對象只是物體^①運動的幾何性質；關於產生運動的力，並未論及。在動力學裏，我們將討論作用於物體的若干力並不互成平衡的情形：研究作用於物體的力與物體因力而產生的運動這兩者間的關係，以及建立可以表示這種關係的一般性的運動規律，就是我們現在要在動力學裏研討的問題。

爲解決這問題，我們將採取下述步驟。從本書上册我們已經知道，在力學裏，所有的物體都假想爲分成許多質點，亦即許多極微小的部份，每一部份的大小都可以略去不計。換句話說，任何物體都作爲一個質點羣或質點系看待。先研究一個單獨的質點的運動規律。然後將所得的結果加以引伸，使能應用於幾個質點，我們可以得到質點系或者所謂機械系統的運動規律。這樣，我們也就得到了任何物體的運動都遵守的一般性規律。

由此可見，動力學很自然地分成可以稱爲質點動力學與機械系統動力學的這兩部份。當然，第二部份特別重要，因爲在這裏，我們確立物體運動最一般性的規律；而第一部份，質點動力學，可以看爲只是機

① 譯者註：本書裏，“物體”普通指剛體，除非特別指出是非剛體。

械系統動力學的引論。

不過應該注意，研究一個單獨的質點的運動所得的結果，從應用的觀點來看，也有它獨立的重要意義。以後（在第十四章裏）我們會知道：每個物體或每個物體系都有這樣的一個點，它的運動就是遵照單獨質點的運動規律而進行的。這個點就是物體的或物體系的重心。因此，要研究物體的或物體系的重心的運動，我們可以將重心作為一個單獨的質點看待。在許多場合，亦即當物體作平行移動的時候，整個物體的運動可以由它重心的運動完全決定。在這種情形下，要研究物體的運動，我們就可以將物體看作為一個質點，物體的全部物質假想都集中在它的重心。例如，要研究列車的運動，在初步的近似計算裏，我們可以假定列車只作平行移動（將車輪的轉動與車廂在彈簧上的振動等等略去不計），同時可以將質點的運動規律應用於列車。但是，倘若要考慮到車輪的轉動以及其他各種附加運動的影響，則列車就不能再作為質點看待；我們必須用到在機械系統動力學裏所研討的方法。

這樣，質點的運動規律，也可以應用於作平行移動的、有一定大小的物體。

§2 第一公理. 物質的慣性

在質點動力學研究的開始，我們先敘述力學的若干公理，亦即物體運動的科學所根據的基礎命題；這些命題我們看作是實驗的結果。力學的公理由牛頓在他的論文“自然哲學的數學原理”中首先提出（1687）^①。

假想有一個隔離的質點，亦即不受其他物體任何影響的質點。

① 根據這些公理所建立的力學，稱為牛頓力學或經典力學（以區別於其他關於運動的科學，後者在最近出現，由愛因斯坦等人所創立）。本書專論經典力學。

譯者註：參閱本書上冊頁11足註。牛頓的這篇論文由鄭太朴譯成中文，1935，商務印書館。

公理 I . 隔離的質點保持它的速度,大小與方向都不改變。

就是說,隔離的質點或者靜止,或者直線勻速運動。這公理亦可以陳述如下:隔離的質點,加速度等於零。

由此可見,質點本身不能改變自己的速度,不能給自己以加速度;要改變速度,或者要有加速度,質點需要外界給它的影響。力學的第一公理指出了物體的基本特性——‘它不能給自己以加速度。這特性稱為物體的慣性。力學的第一公理也稱為慣性原理,由伽利來所發現^①;而這公理所講到的直線勻速運動,就稱為慣性運動。

上册 § 95 裏,已經提出一切運動的相對性;從運動學的觀點看,任何運動都是相對的運動。所謂一點對於運動着的不變環境的相對運動,是指隨同這環境運動着的觀察者所觀察到的點的運動。我們將這種運動與固連於這環境而隨同運動着的坐標軸相關聯(上册 § 96);對於這環境的相對運動,也可以說是對於這些坐標軸(動的)的相對運動。很明顯地,同一點的運動可以用完全不同的方式來表示,全隨所相關聯的坐標軸而定;要完全確定一點的運動,只說明它如何運動是不夠的,同時還必須指出它的運動是和什麼坐標軸相關聯的。我們說過,隔離的質點會保持勻速直線運動。問題就發生了,這質點的運動究竟假定是和什麼坐標軸相關聯呢?在得到這問題的答案之前,上述的第一公理實際上沒有任何明確的意義。

要答復這問題,初看起來好像是很容易的:隔離的質點的勻速直線運動是和靜止不動的坐標軸相關聯的,這些坐標軸在靜止的空間裏位置不變。可是困難就在於我們根本沒有方法斷定這些坐標軸的靜止;靜止空間這概念,本身就沒有任何意義;因此,上面的答案也沒有意義,

① 伽利來的關於兩門新科學的談話與數學證明(1638)。俄譯題名“關於力學與局部運動這兩部份新科學的談話與數學證明”,蘇聯國營理論技術出版社,1934。伽利來的著作分為六次談話或六‘日’,慣性原理的陳述見第四日的開頭(譯者註:關於這問題,讀者可參閱 *Cajori* 的 *A History of Physics*,我國有影印本)。

我們不能接受，而所提出的關於力學的基礎坐標軸（慣性運動所相關聯的坐標軸）的問題，成為不能解決的懸案。這是相當難的問題^①，在這裏不擬多加討論，我們只指出：在許多場合（特別是在解答工程應用中動力學的大多數問題的時候），地球的運動可以略去不計；在這種情形下，慣性運動所相關聯的基礎坐標軸可以看為與地球相固連。如果要解答連地球的轉動也必須計算在內的問題（例如，落體的偏東，福哥擺的運動等等），我們可以取通過地心而指向某幾個恆星的軸作為基礎坐標軸。

和基礎坐標軸相關聯的運動，我們將稱為絕對運動。不過應該記住，本書中以後用到這名稱（除非特加說明），是指與固連於地球的坐標軸相關聯的運動。

§3 第二公理·質量·動力學基本方程式

設有質點作非直線的或者非勻速的運動，亦即有加速度的運動。我們可以斷定：這質點不是隔離的，而是受着其他物體的作用。其他物體施於這質點的、而結果使後者發生加速度的這種作用，稱為力。施於質點的力與因力而產生的加速度這兩者間的關係，就由第二公理所確定。

公理 II．質點因受力而產生的加速度，與力同方向，加速度的大小與力的大小成正比。

用 F 代表作用於質點的力， w 代表因力而生的加速度，可得矢量等式

$$F = Cw,$$

① 關於這問題的文獻，見福斯 (A. Voss) 的“理論力學原理”，數學百科全書 (Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften)，卷四。在愛因斯坦的相對論裏，這問題獲得了完全新的規則。

式中 C 是一個常數。

實驗證明，不同質點的常數 C 大小不同。常數 C 愈大，則使質點產生某一加速度 w 所需的力 F 亦愈增。換句話說，常數 C 愈大，則質點的慣性愈大。這樣，不同的質點具有程度不同的慣性；常數 C 可以取為質點慣性的衡量。

另一方面，各物體慣性的大小又一定與各物體所含物質的不同數量有關。某物體所含物質的數量，也稱為物體的質量。我們可以用物體慣性的大小來衡量物體的質量。用 m 代表質點的質量，並以質點的慣性來衡量它的質量，取 $m = C$ 。可得

$$mw = F'.$$

這矢量等式，表示質量、力以及由力所產生的加速度三者的關係，稱為動力學基本方程式。

以上我們用物體的慣性來衡量它的質量。可是各種物體還有其他的通性——萬有引力，也可以用作衡量質量的根據。依照牛頓所創立的萬有引力定律，兩個質點之間引力的大小，與兩質點質量的乘積成正比，而與兩質點間距離的平方成反比；用 F 代表引力的大小，則

$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

式中 m_1 與 m_2 分別代表兩個質點的質量， r 代表它們之間的距離，係數 k 是常數（所謂“萬有引力常數”）。

將這公式應用於地面上的物體。用 m 代表物體的質量， P 代表它的重量（即朝向地心的引力），可得：

$$P = k \frac{Mm}{R^2},$$

式中 M 與 R 分別代表地球的質量與半徑。

設有質量等於 m 的質點，在重力的作用下，朝向地面自由降落（在真空裏）。用 w 代表質點的加速度，並將動力學基本方程式應用於這特

例,得:

$$mw = P$$

或

$$mw = k \frac{Mm}{R^2}, \quad (1)$$

由此

$$w = \frac{kM}{R^2}.$$

可見自由落體的加速度與落體的質量 m 無關。

所以,在真空裏,一切物體都以同一加速度降落。這事實在牛頓力學建立之前,已由伽利來用試驗證實^①。

用 g 代表自由降落的加速度 ($g = 9.81 \text{ 米/秒}^2 = 981 \text{ 厘米/秒}^2$)^②, 得:

$$P = mg.$$

這就是物體的質量與重量之間的關係。從這關係我們可以由物體

① 應該注意,方程式

$$mw = k \frac{Mm}{R^2}$$

左項中的 m 代表由質點慣性所量出的質量; 而同式右項中的 m 則須了解為由引力所量出的質點的質量。在真空裏,一切物體都以同一加速度降落的這試驗結果,就證明了這事實: 無論照慣性或者照引力來衡量質量,都會得到同樣的結果。這事實有時用文字陳述如下: 物體的“慣性”質量等於它的“引力”質量。

② 比較準確一些,在海平面上的重力加速度 g_0 可以用下面赫爾麥特(*Helmert*) 公式計算:

$$g_0 = 978.030(1 + 0.005302 \sin^2 \varphi - 0.000007 \sin^2 2\varphi) \text{ 厘米/秒}^2,$$

式中 φ 代表物體所在地的緯度。

照上式計算,在赤道上 ($\varphi = 0$): $g_0 = 978.030 \text{ 厘米/秒}^2$;

在緯度 ($\varphi = 45^\circ$): $g_0 = 980.616 \text{ 厘米/秒}^2$;

在兩極 ($\varphi = 90^\circ$): $g_0 = 983.215 \text{ 厘米/秒}^2$ 。

因為 g 的大小隨所在地的緯度而改變,所以重量 $P = mg$ 亦隨物體在地面上的位置而不同。

的重量(就是朝向地心的引力)來求它的質量。稱出重量 P , 就可以用下式計算質量 m ,

$$m = \frac{P}{g}.$$

我們知道, 力學裏有兩種單位制: 一種是取長度、時間與質量的單位作為基本單位, 另一種則取長度、時間與力的單位作為基本單位; 前者可以稱為物理制, 後者(在力學的工程應用中廣泛採用)稱為工程制。這兩種單位制說明如下:

(a) 物理單位制。作為基本單位——長度、時間與質量——取厘米、秒與克(就是在溫度 4°C , 1 立方厘米水的質量)^①。使 1 克質量產生 1 厘米/秒^2 加速度所需的力取為力的單位(因如 $m=1, w=1$, 則 $F=mv=1$), 稱為達因。可見 1 立方厘米水的重量如用達因表示, 得 $P=mg=1.981=981$ 達因。

不久以前, 物理制取米($=10^3$ 厘米)、秒與仟克($=10^3$ 克)作為基本單位。因此, 使 1 仟克質量產生 1 米/秒^2 加速度所需的力取為力的單位, 稱為牛頓。極易看出, $1 \text{ 牛頓} = 10^5$ 達因。

(b) 工程單位制。作為基本單位——長度、時間與力——用米、秒與仟克(就是 1 公升水在溫度 4°C 的重量)^②。受 1 仟克力的作用適能產生 1 米/秒^2 加速度的質量, 取為質量的單位(因如 $F=1, w=1$, 則 $m = \frac{F}{w} = 1$); 這個質量單位應該用 $\frac{\text{仟克} \cdot \text{秒}^2}{\text{米}}$ 表示, 並無專名。在這種單位制裏, 1 公升水的質量等於

① 仟克質量標準的原器(鉑圓柱)貯藏在巴黎國家保存庫, 複製的質量標準器貯藏在巴黎附近賽佛爾 (Sèvres) 的國際度量衡局。仟克原器的質量與 4°C 時 1 公升水的質量並不準確地相等。現在所用的質量單位, 克, 是標準仟克質量的 $\frac{1}{1000}$ 。

② 1 仟克質量與 1 仟克力不應互相混淆。1 仟克力的比較準確的定義是鉑原器在緯度 45° 海平面上的重量。

$$m = \frac{P}{g} = \frac{1}{9.81} \frac{\text{仟克} \cdot \text{秒}^2}{\text{米}}$$

本書中將採用工程單位制。以仟克或噸作為力的單位；質量則用下式計算，

$$m = \frac{P}{g}。$$

本節末尾我們提醒一下，用動力學基本方程式求出的質點加速度 w 是質點的絕對運動的加速度，而絕對運動這名稱是指在上節末尾(頁 4)所說明的涵義。

§ 4 第三公理. 第四公理. 慣性力

假定一個質點受若干力同時作用，這質點的加速度可以由第三公理決定。

公理Ⅲ. 一個質點在若干力同時作用下所得的加速度，與它在等於這些力之和的一個力單獨作用下所得的加速度相同。

設某質點只有一個力作用，而它的加速度等於它在某幾個力的同時作用下所產生的加速度，則這個力稱為這幾個力的合力。由公理Ⅲ可見，在動力學裏合力的意義，就是它在靜力學裏的意義。因此，要計算質點在幾個力作用下所得的加速度，這些力可以用它們的合力代替。用 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 代表作用於質點的力， F 代表它們的合力，則

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F}$$

或者，因

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n，$$

故

$$m\mathbf{w} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n；$$

動力學基本方程式，應用於在若干力同時作用下的質點，就寫成上面的形式。