

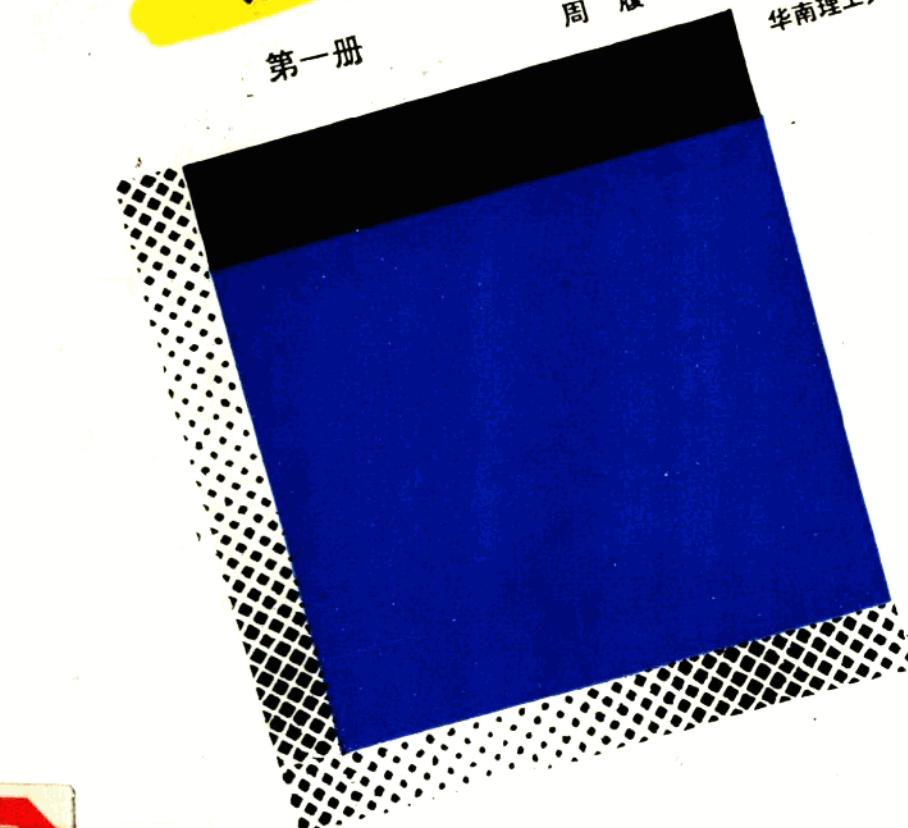
复合材料

及其结构的力学进展

第一册

周履 王震鸣 范赋群 主编

华南理工大学出版社



H C L J Q J G D L X J Z

## 前　　言

改革开放十多年来，我国的复合材料事业其中包括复合材料力学、复合材料结构力学、复合材料的设计制造、复合材料及其结构的分析计算和实验（试验）等，都有了迅速的发展。但和国际水平相比，除少数领域外，都还有不小的差距。为了缩小这个差距，需要了解情况并作多方面的努力。

对于结构复合材料和复合材料结构来说，在设计、制造、研究和应用时，它的力学问题是很重要的，有时起决定性的作用。在复合材料的力学问题中，包括刚度分析、强度分析和应力应变分析，断裂、疲劳、冲击和损伤问题，复合效应、混杂效应、本构关系、强度准则、破坏机理、环境影响、应力集中、连接问题、实验力学、计算力学、界面力学和复合材料的设计优化等问题。在复合材料结构的力学问题中，包括结构的弯曲、稳定和振动以及各种求解方法、结构设计优化和可靠性分析等问题。其中，又分为线性理论和非线性理论的问题，经典理论、一阶剪切变形理论和高阶理论问题，静力屈曲、动力屈曲、热屈曲和蠕变屈曲问题，局部屈曲、整体屈曲和脱层屈曲问题以及承载能力问题。此外，在复合材料及其结构的制造过程中，还会遇到工艺力学问题，以及在结构产品修理时所遇到的力学问题。因此，有关复合材料及其结构的力学问题是很多的，掌握、研究和解决这些力学问题，对于改进设计和提高产品质量是极其重要的。

复合材料及其结构的力学问题，有不少已经解决或得到初步的解决。由于复合材料的迅速发展和广泛应用，新的力学问题也就不断出现，有待于研究解决。已初步解决的力学问题，还应该作更深入、更系统和更精确的研究，以适应客观的需要。总结和评述某一专题或领域的论文和专著，虽然时有出现，有的论述得比较简单，有的论述得比较详细但为数不多，有的论文发表时间较早，因而没有包括新近的进展。对于从事研究、设计制造和教学工作的人员来说，阅读进展性的论文，可以了解某一领域的概貌，由所列的主要文献和近期文献的目录，就有了深入研究某一专题的重要线索，对于读者的帮助肯定是很大的，特别是对于开始着手研究某一领域的同志们来说更是这样。

由于上述原因，中国力学学会复合材料力学专业组在力学学会办公室的支持和帮助下，得到了国家自然科学基金会力学处的资助，由罗祖道教授和王震鸣研究员主编，在1988年编辑了《复合材料力学进展》（文集），共收集十二篇论文，由北京大学出版社出版。

本文集与《复合材料力学进展》的编辑方针相同，实为有密切联系的著作。本文集由王震鸣研究员和范赋群教授负责组稿，约请全国几十位教授和副教授为本文集写稿，文集的名称定为《复合材料及其结构的力学进展》，这次出版第一册和第二册，收集了三十多篇论文，由华南理工大学出版社出版。若有必要，将来还可出版第三、四册。

《复合材料力学进展》和《复合材料及其结构的力学进展》（第一、二册），总计40多篇论文，已把复合材料及其结构的力学问题基本上作了论述。这是我国在这一领域工作的学者专家共同努力的结果。虽然我们大家都进行了认真的工作和尽了最大的努力，文集中的缺点错误肯定还是存在的，欢迎广大读者批评指出。现在要编著和出版高水平的学术性专著，实在是太困难了。本书得以出版，要感谢为此作出贡献的有关方面和同志们。如果此书在推动我国复合材料及其结构的力学发展方面起到积极作用，能使广大读者有得益的话，我们就感到高兴。

—编 者—

# 目 录

第一章 复合材料及其结构的非线性力学	王震鸣	( 1 )
第一节 引言		( 1 )
第二节 物理非线性问题		( 5 )
第三节 几何非线性问题		( 12 )
第四节 讨论和小结		( 16 )
参考文献		( 18 )
第二章 复合材料叠层板动力稳定性理论的进展	周承偶	( 28 )
第一节 引言		( 28 )
第二节 考虑纵向惯性力和非线性阻尼的大挠度动力稳定性基本方程		( 29 )
第三节 动力稳定和动力不稳定区域		( 34 )
第四节 参数振动		( 36 )
第五节 非线性动力稳定性的一般方程		( 39 )
第六节 非线性动力稳定性一般方程的解		( 43 )
第七节 一些结论		( 48 )
参考文献		( 49 )
第三章 宏观与细观相结合的复合材料损伤本构理论的新进展	范镜泓 张俊乾 杨运民	( 51 )
第一节 引言		( 51 )
第二节 宏观现象学方法		( 53 )
第三节 一维剪切滞后模型		( 57 )
第四节 刚度下降的自相容方法		( 62 )
第五节 宏观与细观相结合的损伤理论		( 63 )
参考文献		( 77 )
第四章 复合材料叠层板的剪切效应	谢志成 李如锋 谢 显	( 79 )
第一节 引言		( 79 )
第二节 两类计算模型		( 79 )
第三节 板的分层理论和分层解		( 81 )
第四节 层板脱层屈曲的临界载荷		( 88 )
第五节 结束语		( 94 )
参考文献		( 95 )
第五章 边界元法在求解复合材料力学问题中的应用	张 桓 王震鸣	( 96 )
第一节 引言		( 96 )
第二节 边界元法的特点		( 98 )

第三节 边界元法在求解复合材料宏观力学问题中的应用	( 100 )
第四节 边界元法在求解复合材料微观力学问题中的应用	( 105 )
第五节 边界元法在求解复合材料断裂力学问题中的应用	( 106 )
第六节 边界元法在求解其他问题上的应用和小结	( 106 )
参考文献	( 108 )
<b>第六章 复合材料结构的振动</b>	<b>张继栋 ( 115 )</b>
第一节 引言	( 115 )
第二节 复合材料梁的振动	( 115 )
第三节 经典层板振动理论的解法	( 117 )
第四节 一阶剪切变形层板振动理论的解法	( 118 )
第五节 层板振动的高阶理论	( 121 )
第六节 复合材料壳体的振动分析	( 123 )
第七节 复合材料板壳的非线性振动	( 125 )
第八节 复合材料的动态力学性能及其它问题	( 127 )
参考文献	( 129 )
<b>第七章 复合材料叠层板机械连接接头的疲劳、环境影响和累积损伤问题</b>	<b>张开达 杨炳章 ( 133 )</b>
第一节 机械连接静挤压强度研究的回顾	( 133 )
第二节 机械连接的疲劳特性	( 136 )
第三节 湿热环境对机械连接强度的影响	( 141 )
第四节 复合材料机械连接接头的疲劳累积损伤问题	( 142 )
第五节 复合材料机械连接问题研究的展望	( 148 )
参考文献	( 150 )
<b>第八章 复合材料的统一型强度准则</b>	<b>刘方龙 ( 152 )</b>
第一节 引言	( 152 )
第二节 常见强度理论的回顾与分析	( 153 )
第三节 强度准则的一般方程	( 155 )
第四节 统一型三次强度准则	( 157 )
第五节 统一型二次强度准则	( 162 )
第六节 结束语	( 164 )
参考文献	( 164 )
<b>第九章 复合材料及其应用的新进展</b>	<b>陈绍杰 ( 166 )</b>
第一节 复合材料的进展	( 166 )
第二节 制造技术上的进展	( 170 )
第三节 航空航天上应用的新进展	( 173 )
第四节 先进复合材料的民用发展	( 178 )
参考文献	( 182 )

## 第十章 复合材料的分层破坏问题 ..... 李顺林 肖 军 熊中侃 (183)

第一节 引言	(183)
第二节 关于层间应力问题	(184)
第三节 关于层间强度问题	(187)
第四节 关于层间失效准则问题	(196)
第五节 层间分层破坏效应	(197)
第六节 抑制层间分层破坏的措施	(198)
参考文献	(199)

## 第十一章 对称正交铺设层板在面内激励下的动力稳定性 ..... 茅人杰 (203)

第一节 引言	(203)
第二节 基本方程	(205)
第三节 基本方程的化简	(208)
第四节 动力学方程的解	(215)
第五节 算例	(222)
参考文献	(227)

## 第十二章 刚性颗粒填充聚合物的力学行为 ..... 卢锡年 (229)

第一节 引言	(229)
第二节 粒子的体积含量与刚度	(229)
第三节 粒子的体积含量与强度	(231)
第四节 粒径对强度与模量的影响	(233)
第五节 微珠填充的增韧效应	(233)
第六节 增韧机理	(235)
第七节 细观损伤的实验方法	(237)
第八节 玻璃微珠填充HDPE的力学性能与细观损伤	(237)
参考文献	(241)

## 第十三章 关于复合材料破坏模式的研究

### —— 兼谈复合材料的材料设计 ..... 薛元德 (243)

第一节 引言	(243)
第二节 复合材料层板的破坏模式	(243)
第三节 材料设计的初步探讨	(250)
第四节 讨论和结论	(257)
参考文献	(258)

## 第十四章 复合材料界面的力学行为 ..... 洗杏娟 (261)

第一节 引言	(261)
第二节 复合材料界面的性质	(262)
第三节 复合材料界面的力学模型和理论	(264)
第四节 界面力学表征的实验研究	(269)

第五节 界面损伤破坏机理	( 273 )
第六节 界面对复合材料力学性能的影响	( 276 )
参考文献	( 281 )

## 第十五章 复合材料叠层板的静力平衡与屈曲理论的研究进展

.....	范赋群 黄小清 ( 284 )
第一节 引言	( 284 )
第二节 叠层板理论的研究进展	( 285 )
第三节 叠层板的几何非线性静力平衡问题	( 288 )
第四节 叠层板的稳定性理论和后屈曲特性	( 290 )
第五节 结束语	( 293 )
参考文献	( 293 )

## 第十六章 关于复合材料组合结构桥梁的探讨 王震鸣 汤国栋 ( 298 )

第一节 引言	( 298 )
第二节 复合材料的优点和复合材料及其结构的力学特点	( 302 )
第三节 一些具体问题	( 307 )
第四节 结束语	( 312 )
参考文献	( 314 )

# 第一章 复合材料及其结构的非线性力学

王 震 鸣

(中国科学院力学研究所)

## 第一节 引 言

复合材料具有强度高、刚度大、重量轻、材料性能可以设计等一系列优点，近20多年来得到了迅速的发展和广泛的应用。关于复合材料及其结构的研究也越来越广泛和深入，并取得了重大的进展<sup>[92]</sup>。

复合材料是一种多相材料，作为基体相的材料可以是聚合物、金属和陶瓷等，作为增强相的材料可以是各种各样的长纤维、短纤维、粒子、薄片和编织物等，因此复合材料的种类很多，其性能特点也有很大的差别。本章主要讨论高级连续纤维增强树脂基结构复合材料及其结构的非线性力学问题。除陶瓷基复合材料外，本章的许多论点对其他复合材料以及它们的结构也基本上适用。陶瓷基复合材料能耐高温是主要优点，但性脆，难以经受较大的变形和应变，很少发生物理非线性和几何非线性的力学问题，因此本章不讨论这种复合材料的非线性力学问题。

随着复合材料的发展，纤维、基体和复合材料的种类越来越多，性能也有很大的改进。新近出现的高级纤维，在纤维方向的强度、模量和延伸率有了大幅度提高；增韧环氧、热塑性树脂和延性金属的应用，使复合材料基体的断裂应变显著增大；研究的深入，设计水平的提高和制造工艺的发展，使复合材料的结构产品变得更薄和更轻。这些情况使复合材料及其结构的非线性力学问题变得重要了。

在各种各样的复合材料中，其纤维和基体可以都是粘弹性的或弹塑性的，纤维也可以是弹性的而基体是粘弹性的或弹塑性的。工程实践对复合材料的使用温度与环境提出了越来越高的要求。湿热环境对树脂基体的力学性能和高温环境对金属基体的力学性能均有很大影响。此外还有腐蚀、氧化、辐射和老化等环境影响，都使复合材料的力学性能下降。损伤过程是不可逆的。损伤对复合材料宏观力学性能的影响是非线性的，在一定程度内可以包括在本构关系之中。环境因素、加载速率和加载时间等对复合材料本构关系的影响，严格说来都是非线性的。在复合材料的成形工艺过程中，在温度和压力作用下，由于化学反应和物理变化，不论是树脂基体还是金属基体，都要产生流动和大变形，这时基体处于粘性流体到粘弹性或弹塑性固体的过渡状态，其中的许多力学问题是非线性的。

对于各种复合材料，能量守恒定律仍是正确的，但应变能不仅可以转变为弹性势能，而且可以转变为热能、化学能和表面能等。在载荷和应力很大时，一部分应变能消耗于材料的破坏和化学变化过程中；在高速加载（例如冲击）下，一部分应变能可以以

波动的形式传播或辐射出去。应变能向其他各种非机械能的转变，与腐蚀性介质、各种场（电场、磁场和电磁场等）以及光热的存在有关，尤其是与温度有关。一部分机械能转变为非机械能，就意味着材料的性能发生变化，并在本构关系中出现非线性。能量守恒定律在此应包括机械能和非机械能在内才是正确的<sup>[6]</sup>。

由于各种复合材料特别是高性能复合材料在航空、航天、核工业和其他重大工程结构上的广泛应用，对结构的安全性、经济性和性能指标提出了很严格的要求，相应地对结构设计的可靠性、合理性和计算精度也提出了很高的要求。在应力分布、变形情况、屈曲过程、动态响应、裂纹扩展、冲击、损伤、疲劳、强度准则、破坏机理、优化设计和无损检测等的研究分析方面，都出现了一系列的非线性力学问题。因此对复合材料力学和复合材料结构力学的研究也提出了更高的要求。虽然复合材料及其结构的线性力学极为重要，但仅仅研究线性力学就远远地不够了，为了充分发挥复合材料及其结构的优越性和潜力，减轻结构自重、改进结构性能并保证安全可靠，就必须按照复合材料及其结构的特点，大力研究它们的非线性力学问题，包括在微观力学、宏观力学和结构力学中的物理非线性、几何非线性和两者兼有的非线性问题。

研究复合材料及其结构的非线性力学，必须考虑复合材料及其结构的一系列特点，其中包括：各向异性、微观构造的不均匀性、宏观构造的呈层性、拉压模量不同、拉压强度不等、某些强度很低以及缺陷、损伤、脱层和开裂等所引起的不连续性等<sup>[2]</sup>。均匀各向异性弹性体的弹性常数有21个。若考虑温度、加载时间和应变速率，则均匀各向异性体的线性参数（常数）就有45个，非线性参数多达数百个，确定这些参数值的试验方法目前还不清楚，工作量之大也是惊人的<sup>[6]</sup>。不均匀性包括纤维的强度与直径的差异，纤维在基体中的分布、缺陷的多少；基体在温度和湿度分布上的不均匀性；基体的裂纹分布和界面结合情况的不均匀性等。复合材料的呈层性会带来一系列的耦合效应。仅举出部分特点就可看到问题的复杂和困难。考虑上述全部特点，将使复合材料及其结构的非线性力学问题比之均匀、连续和各向同性材料及其结构的非线性力学问题更为复杂和困难。

复合材料及其结构的力学，属于固体力学的一个新的分支，它的形成还不到25年，是固体力学在复合材料及其结构领域中的应用和发展。其中的线性力学部分已比较成熟，可以解决许多实际问题，在航空和航天等结构设计上已得到广泛的应用，而非线性力学部分研究得还很不够。

近代固体力学为了解决各种材料（包括复合材料）和重大结构中所出现的复杂问题，正在大力研究各种材料及其结构的本构关系、大变形、应力分析、动态响应、屈曲性状、湿与热的扩散、裂纹扩展、疲劳寿命、强度准则和破坏机理等一系列的问题，其中有许多力学问题是非线性的。在近代固体力学中出现了许多分支学科，例如：非线性连续介质力学，近代塑性力学，非线性粘弹性理论，非线性断裂力学，损伤力学，非线性动力学，非线性振动理论，非线性波动力学，非线性广义变分原理，前屈曲与后屈曲理论，灾变理论，非线性分析，非线性有限元和边界元的计算，非线性的结构设计优化等，仅从所例举的情况就可了解国际上研究非线性固体力学的广度与深度。

在求解各种材料的固体力学问题时，必须用到平衡（或运动）方程、几何关系、本

构方程、边界条件和初始条件，有时还要用到协调方程、屈服准则和强度准则，视具体问题而定。只有把上述诸方面都研究清楚了，才能求解。

在各种材料的本构关系中，只有线弹性的本构关系最为简单，非线性弹性的本构关系已相当复杂。在本构关系中，当需要考虑应力分量和应变分量的大小、温度与湿度的高低、加载时间的长短、应变率的量级、粘弹性变形的情况、塑性变形的历史、蠕变、损伤和老化等因素时，本构方程将是非常复杂的而且是非线性的。要弄清各物理量之间的相互联系并在本构方程中精确地加以表达，这是非常困难的，需要进行大量的实验和理论研究，才能逐步取得进展。在目前，非线性粘弹性的本构关系，还研究得不够清楚。对于单向复合材料，在应力张量和应变张量之间的非线性弹性的本构关系，尚且难以精确表达，还停留在比较粗糙的近似处理上。更加复杂的本构关系，其研究状况就可想而知了。现在，本构关系的研究远远落后于材料的发展，要弄清材料的损伤和破坏机理，就更为困难。

大变形（或有限变形）对几何关系的影响，是在应变位移关系中出现非线性项。大变形对物体的平衡方程和应力边界条件的影响，是由于变形后物体的平衡方程和应力边界条件用变形前坐标系的力学量来表示时，方程式变得复杂了，出现了在小变形的平衡方程和应力边界条件中所没有的在本质上是非线性的若干项。

在求解线性弹性力学问题时，存在着解的唯一性定理。在求解固体力学中的线性力学问题时，因为可以采用叠加原理，在求解时比较简单方便。已出现的线性力学问题中的绝大部分已经解决，得到了精确解或不同程度的近似解。从国际上目前所具有的解决问题的能力和研究水平而言，在原则上讲，线性力学问题总是可以解决的。复合材料及其结构的线性力学问题，也是可以解决的，但因几何参数和物理参数大量增加，解决起来当然就要复杂和困难得多了。

在求解非线性的固体力学问题时，由于不能采用叠加原理，诸力学量在偏微分方程中耦合在一起，因此求解时非常复杂和困难，工作量很大。有些问题连本构关系和本质联系都弄不清楚，更谈不上求解了。只有相当简单的非线性固体力学问题才能用解析方法求解，所得的解还很有限。对于比较复杂的非线性力学问题，在求解时就只能用数值计算方法（例如有限元法和边界元法等）求解，需要反复试算或迭代计算才能得到计算结果，因而大大增加了计算工作量，所得结果还是近似解。对于因素非常复杂的非线性力学问题，求解时的难度、复杂性和计算工作量是如此之大，不具备充分的主、客观条件，是解决不了的。

超高速大容量电子计算机的迅速发展和逐步推广应用，实验力学和计算力学的重大进展，使非线性固体力学的研究有了更好的条件，在过去难以解决的许多重要课题，在今后有可能逐步得到解决。在研究非线性的力学问题时，要十分注意计算模型的确定，采用切合实际的假定，因为这些前提和计算结果的精度及计算工作量有密切的关系。

除以橡胶为基体的柔性复合材料外，绝大部分纤维增强复合材料都属于或者接近于脆性材料。对于碳纤维、硼纤维、芳纶纤维和玻璃纤维等，纤维方向的断裂应变只有0.01—0.03左右；复合材料中的树脂基体和金属基体，要比块状基体材料的断裂应变小

得多，在经受0.01—0.03左右的应变时，往往发生大量开裂。所以上述纤维增强复合材料的宏观断裂和破坏应变不大，当然在局部可以经受比较大的应变，但与钢材、铝合金和工程塑料相比还是小得多。在研究纤维增强复合材料及其结构的非线性力学问题时，有必要注意到这个特点而使问题得到一些简化。

复合材料及其结构的力学（其中包括非线性力学）是一门应用性很强的学科，由于复合材料的一系列力学特点，几何参数和材料参数的增多，试件相当昂贵，计算复杂，因此，任何脱离实际的理论分析或（和）实验研究，都是无益的。若干年来国内外的飞机公司基于许用应变的复合材料结构设计，在实践上都取得了满意的结果。对于中强型碳纤维/环氧复合材料，波音公司规定的拉伸、压缩和剪切许用应变分别为： $\epsilon_t = 0.0035$ ， $\epsilon_c = 0.0027$ ， $\gamma_{xy} = 0.0053$ 。在这样的应变水平下，对于大多数情况，应力应变关系是线性的或者接近于线性的。在研究和解决刚度问题时，非线性的影响很小可以不加考虑，但在研究强度问题（包括断裂、冲击和疲劳等强度问题）时，由于复合材料中的种种不均匀性以及缺陷和损伤的存在，在某些局部，宏观和细观尺度的应力和应变水平可能很高，因而产生非线性的力学问题。随着纤维和基体性能的改进<sup>[1,2]</sup>及界面结合状况的改善，研究、设计和工艺水平的提高，许用应变肯定还可以提高，由于各种因素和条件的制约，提高的幅度当然也是有限的，增大百分之几十的可能性是存在的。许用应变的提高将使结构变薄，使复合材料及其结构的物理非线性和几何非线性以及两者兼有的非线性力学问题变得更为重要。

各向同性材料及其结构非线性力学问题的研究，已取得了较大的进展，在理论上和实用上有许多重要课题已在定量或半定量的程度上研究清楚，但由于问题复杂多样，还有不少问题需要研究解决。关于均匀正交各向异性材料及其结构非线性力学问题的研究，近20年来也取得了不小的进展，解决了不少问题。上述成功的方法和经验，为研究复合材料及其结构的非线性力学问题打下了良好的基础。复合材料及其结构的非线性力学问题，与均匀各向同性材料及其结构的非线性力学问题相比，既有共同的问题又有特殊的问题。从宏观分析看，不论对应力、变形、屈曲、振动或设计优化等一系列问题的非线性分析，两者在本质上是相同的，其差别是由复合材料的各向异性、呈层性、几何参数和材料参数（包括强度参数）很多等力学特点，与均匀各向同性材料的力学特点不同所造成的。在细观上作力学分析时，纤维和基体的本构关系要比复合材料的本构关系简单得多，但不均匀性的问题却难以处理。至于损伤、断裂、强度准则和破坏机理等，复合材料与均匀各向同性材料就有明显的不同，主要是由微观或细观构造的不同所引起的，但是或多或少也有类似之处，可以互相启发和借鉴。共同的问题可以采用和各向同性材料及其结构的非线性力学问题相类似的方法来求解。但由于几何参数、材料参数和未知函数大大增加，因此求解起来变得更为复杂和困难，与均匀各向同性材料及其结构的情况相比，研究水平较低和已解决的问题较少，这是可以理解的。由复合材料及其结构所引起的一些特殊问题，往往在线性的和非线性的问题上具有共性，因此可以采用复合材料及其结构线性力学问题的解法和经验，再加上物理非线性、几何非线性和损伤等各种因素来进行研究，就可以取得一定程度的进展，也因为问题过于复杂和困难，研究进展不是很大。不过从本文所列出的参考文献[1\*，7—144]来看，近若干年来在复合材

料及其结构非线性力学问题的研究上进展还是比较大的。

本文是在分析综合大量文献的基础上写成的。一方面概述了若干基本的问题，另一方面又提供了相当多的近期文献，可以了解国际上的研究概况和水平，供大家参考。

## 第二节 物理非线性问题

### 一、单向复合材料

#### (一) 纵向拉伸性能

单向复合材料的纵向拉伸性能主要是由纤维的模量、强度和延伸率决定的。基体的模量对单向复合材料的纵向拉伸模量，影响很小或较小。基体的强度和延伸率对纵向拉伸强度却有比较明显的影响，对纵向拉伸的破坏模式有更大的影响。基于微观力学分析所得的混合定律，用于确定纵向拉伸模量，不论处于线性阶段还是非线性阶段，都是正确的而且具有较高的精度。纤维的纵向拉伸性能在室温和低温时是线性弹性的。芳纶纤维在200—300℃左右和承受较大的拉应力时，在纵向将产生明显的蠕变，在这样的温度下，碳纤维、硼纤维、碳化硅纤维和玻璃纤维的蠕变却是很小，可以略而不计，但当温度更高时，也需要考虑纤维的蠕变性能。纤维越细，缺陷越小越少，晶体的定向排列越整齐，则纤维的拉伸模量越高、线弹性程度越高，拉伸强度通常也较大，但断裂应变减小。晶体定向排列得很好的纤维与排列得不那么整齐规则的相应情况相比，纵向拉伸强度却要明显下降，这和纤维的处理温度有关。

树脂基体材料和金属基体材料，当应变较小时，其本构关系可以假定为线性的；当应变较大时，其本构关系总是非线性的，根据温度、湿度、压力、应力状态、固化程度、热处理情况、加载历史、加载时间和应变率等的不同情况，其本构关系可能是非线性弹性的、非线性粘弹性的、弹塑性的、粘塑性的或更为复杂的本构关系。

单向连续纤维增强复合材料在纵向受拉时，由于聚合物的模量（切线和割线模量）比纤维的纵向模量小得很多，因此，由高级纤维增强的树脂基复合材料，在相当大的应变范围内，应力应变关系还是线性的，只在接近拉断时，由于基体大量开裂、纤维大批断裂和界面大面积的脱粘，才出现明显的非线性。对于金属基复合材料，由于金属的模量比树脂大得很多，当金属基体开始呈现出比较明显的非线性时，单向复合材料的拉伸应力应变关系也出现程度不大的非线性，当应变较大时，非线性就比较明显，不能随便忽略。单向连续纤维增强复合材料在纵向的蠕变性能是由纤维决定的，基体所起的作用很小。

对于短纤维单向增强复合材料，基体的作用要比连续纤维单向增强复合材料的情况大得多，界面所起的作用也更为重要，在应变较大时，非线性的程度就更为明显，但在应变较小时，认为本构关系的线性的，误差不大，计算也简单。对于重要部件，当应力水平较高，承载时间很长，又处于湿热环境下，就应考虑蠕变问题。

在纤维增强复合材料中，存在着纤维、基体和界面这样三个重要方面。界面的性能

\*注：为了节省篇幅，在(1)中已列出的28篇文献，本文就不再列出了，请查阅。

对于复合材料的强度、断裂应变、断裂功和破坏模式等所起的作用是非常重要的，但在混合定律中只考虑到纤维和基体这样两个方面，而没有考虑界面，因而在若干情况下，由混合定律来预测某些力学性能，或者误差较大或者很大，这是由于没有考虑界面的影响之故。例如单向复合材料的综合性能，显著优于纤维束的性能，单向复合材料的断裂应变明显大于纤维束的平均断裂应变，这是由于基体和界面在起作用之故。又如单向复合材料的断裂功远远大于纤维与基体的断裂功之和，这是由于没有考虑界面的影响之故。以增韧环氧作为基体的单向复合材料，其抗断裂、疲劳和损伤的性能显著优于以脆性环氧作为基体的相应复合材料。单向增强复合材料的实际强度也不太符合用混合定律所得的预计值。究其原因，混合定律是基于纤维和基体这两个方面而得的，假定纤维和基体的界面结合良好而忽略了界面的重要作用。只有当混合定律符合上述假定而且确实可以忽略界面的影响时，才是正确的和适用的，否则就是不正确的和不适用的。值得指出的是现在有些人把混合定律的应用范围不适当扩大了，这是由于复合材料力学的概念不清之故。

单向复合材料在纵向受拉时，在应变相同的假定下（这个假定在  $V_f$  不是很小和很大时才是正确的），由复合材料的应力  $\sigma_c = \sigma_f V_f + \sigma_m V_m$ ，可得  $E_L = E_f V_f + E_m V_m$ 。当复合材料的拉伸应变很小时， $E_f$  和  $E_m$  分别为纤维和基体的初始模量，算得的  $E_L$  即为复合材料的初始模量；当拉伸应变较大时，取  $E_f$  和  $E_m$  为某一应变时纤维和基体的切线模量（或者割线模量），由混合定律算得的  $E_L$  即为在某一应变时复合材料的纵向拉伸切线模量（或者割线模量）；当拉伸应变更大接近于断裂时，由于纤维的大量断裂、基体的严重开裂和大面积的界面脱粘，用混合定律预计拉伸模量就很不精确了。这时发生的主要问题是强度问题而不再是刚度问题，情况变得复杂化了。只有在纵向拉伸应变不大时，单向复合材料所承受的载荷由纤维和基体按纵向模量和体积百分比来分担，才是正确的，这时界面的作用没有明显表现出来。在纵向拉伸应变较大时，对于实际的而不是理想的复合材料，因为或多或少总是存在着缺陷、损伤和各种各样的不均匀性，在纤维、基体和界面的薄弱环节上，将逐步发生纤维断裂、基体开裂、界面脱粘和局部破坏。如果基体的断裂应变大于纤维的断裂应变，则混合定律  $\sigma_{L_u} = \sigma_{f_u} V_f + \sigma'_{m_u} V_m$  大体上是正确的，其中， $\sigma_{L_u}$  为复合材料的纵向拉伸强度， $\sigma_{f_u}$  为纤维的拉伸强度， $\sigma'_{m_u}$  为纤维断裂时的应变所对应的基体应力。这时，复合材料的断口是参差不齐的，其中既有纤维拔出、纤维拉断、基体开裂、界面脱粘也有裂纹沿界面的扩展。断裂功的大部分用于界面脱粘和纤维沿界面纵向滑动时用于克服摩擦阻力上；用于拉断纤维和基体的断裂功只占很小一部分。所以，若按纤维和基体的断裂功（可分别由单束纤维的试件和基体材料的拉伸试件测得）与体积百分比导得的断裂功混合定律是不正确的，这是由于没有考虑界面大量开裂和克服摩擦阻力所需的大量断裂功；也没有考虑单向复合材料中的纤维和基体在纵向可能出现多处与多次断裂，而不仅是一处和一次断裂。若基体的拉伸断裂应变明显小于纤维的拉断应变，当界面的结合强度很大时，在基体的开裂处，由于界面不脱粘，将产生较大的应力集中。这会使纤维的局部应力明显升高，促使纤维容易断裂，纤维的断裂又引起纤维另一侧的界面和基体开裂，复合材料的破坏断面比较平整，呈现出典型的脆性断裂，所需的断裂功很小。因为没有界面脱粘和用于克服摩擦力等而消耗

的断裂功，所需的断裂功大致等于并略大于纤维和基体在一处断裂和断裂一次的断裂功之和。当界面的结合强度较弱时，不论是基体开裂或纤维断裂，都将在局部产生界面脱粘并沿纤维扩展，界面的大量脱粘和纤维沿界面的滑动，需要大量断裂功，复合材料的断口形式介于上述两者之间，某些性能改善而另一些性能下降。小幅度地增大基体的韧性使断裂应变达到0.03—0.04是有利的，大幅度地增大基体的韧性和断裂应变，将使复合材料在湿热环境下本构关系的非线性增大并降低在高温时的使用温度，还可使纵向的压缩强度明显下降，这就不利了。所以，还是以合理和适度为好。这就需要对复合材料力学的各个方面，不论是微观的还是宏观的，定性的还是定量的，都进行全面、深入和精确的研究，才能做到。

短纤维单向增强复合材料的拉伸强度要比混合定律预计的低得多，这是由于在短纤维的端头处载荷需要通过界面和基体才能从一根短纤维传至邻近的纤维，或从纤维断头处的这边传到那边。在这些局部的基体和界面上，应力和应变都相当大，本构关系是非线性的。脆性的基体和界面容易开裂和脱粘，韧性基体需要考虑蠕变的影响，在湿热条件下蠕变的作用变大，又可引起蠕变损伤和蠕变断裂，这些都会造成拉伸强度的下降。

在单向混杂复合材料中有两种增强纤维，在纵向受拉和低延伸率纤维断裂成短纤维后，由于它的长度远大于临界长度，所以在提供纵向刚度和强度方面，基本上仍能发挥作用，在低延伸率纤维的断头处，高延伸率纤维由于还要承受由断裂纤维端头经基体和界面传递来的应力，因而在局部的应力和应变增大，而高延伸率纤维是承受得了的。当复合材料中的应力水平继续升高，低延伸率的纤维将继续发生断裂而使短纤维的长度变短。基体开裂、界面脱粘和高延伸率纤维中的应力（或应变）接近其拉伸强度（或断裂应变）时，混杂复合材料就急剧地发生破坏，需要大量的断裂功，从而提高断裂韧性。只有高、低延伸率纤维的体积百分比达到一定的合理范围，混杂效应才有利，否则所得的混杂复合材料将会在某些方面利少而弊多。要弄清混杂复合材料的力学问题，需要对复合材料的微观和宏观力学以及有关机理有很深刻的理解，因为涉及的因素极为复杂，还会遇到非线性的力学问题，不是简单地应用一下混合定律所能解决的。作者将在本文集的第二册讨论混杂复合材料的力学问题，在此就不作深入探讨了。

## （二）纵向压缩性能

单向复合材料沿纤维方向的压缩性能，在纤维没有发生局部屈曲和弯折（kinking）以前，纤维在强度和刚度上所起的作用是决定性的，而且大体上符合混合定律，但问题变得复杂了。单独的纤维（或纤维束）可以承拉，却没有承压和抗弯曲的能力。单向复合材料之所以能够抗压和抗弯曲，其中基体和界面所起的作用极为重要，这在混合定律中没有全面地得到反映或者没有得到反映。单向复合材料在纵向的压缩性能，同基体对纤维的侧向拉、压支承和剪切支承密切有关，还和纤维的粗细、横向拉伸性能和剪切性能有一定的关系。只有基体的模量和强度在室温和湿热环境下都比较大，界面的粘结情况良好和强度较高，对纤维的侧向拉、压支承和剪切支承才比较大；只有纤维较粗、其横向拉伸性能（包括强度和刚度）和剪切性能较高，纤维才不易在基体中产生局部失稳和弯折。此外，在实际复合材料的基体中、界面上和纤维内，都还存在缺陷、损伤和裂纹，受压纤维在几何上也不是很平直的，因此在压缩应力增大时，在基体中和界面上所

受到的拉、压应力与剪切应力也随之增大，应力和应变分布的不均匀，延伸率较大的基体和界面其本构关系是非线性的，最终以屈曲或纵向劈裂的形式发生破坏。单向复合材料的纵向压缩，把许多因素都牵涉进去，因而问题变得复杂了。

由于基体和界面的力学性能变得重要了，采用增韧环氧作为基体的单向复合材料和采用脆性环氧作为基体的相应情况相比，前者的压缩强度可能反而有所下降。采取种种改善界面结合强度的措施，可使压缩强度得到提高。在高温或湿热环境下，因基体的刚度和强度下降以及蠕变的作用，将使纵向压缩强度明显下降。

单向复合材料在纵向受压时的应力应变关系，非线性是比较明显的。在实际的单向复合材料中，纤维的局部屈曲是一种由渐变到突变的过程，它在渐变阶段已使应力应变关系呈现出非线性，在突变阶段就发生压缩破坏，而在纵向压缩应变很小时，初始压缩模量与初始拉伸模量相同。

硼纤维较粗具有特殊的微观构造，它象没有脱粒的玉米棒那样，有许多环向的比较有规则的沟槽，所以在纵向的受拉面积较小而受压面积较大。这种复合材料的纵向抗压性能很好，压缩强度高于拉伸强度，因此，在纤维方向受压时也具有较好的线弹性。芳纶纤维容易发生沿纤维方向劈裂而成为更细微的纤维，使芳纶复合材料的抗压性能很差，在纵向受压时具有非常明显的非线性本构关系。碳纤维复合材料的抗压性能介于上述两者之间，拉、压模量基本相同，拉、压强度差别不大。由于碳纤维的拉伸强度和模量在不断提高，纤维直径变细，晶体的定向排列更有规则，所以碳纤维复合材料的拉伸模量在不断提高，拉伸强度也有明显提高，压缩模量的非线性程度增大，压缩强度则很难提高甚至有所下降，这主要是由纤维变细了的缘故。树脂基碳纤维复合材料，由于碳纤维的纵向热膨胀系数为负值，树脂基体的热膨胀系数为正值，固化后在碳纤维中的残余应力是压应力，由于它的影响，初始模量要低些。芳纶纤维复合材料也会出现这种情况而且更为明显。单向复合材料沿纤维方向的压缩强度除纤维本身因素外，受基体和界面性能的影响较大，难以指望象拉伸情况那样地增大。提高基体的模量和强度以及界面的强度，可使单向复合材料的纵向压缩强度明显增大，使压缩模量在应变较大时有所提高。但是这些措施对复合材料的抗拉性能不利，而且使断裂韧性下降。关于增加基体韧性的后果，前面已经讨论过。单向复合材料纵向受压时的切线模量和割线模量总是小于或明显小于受拉时的切线模量和割线模量，受拉和受压时的应力应变关系都可呈现出非线性。

前人所做的关于单向复合材料纵向受压时的微观力学分析，不论纤维产生拉伸型或剪切型局部弹性屈曲，算得的压缩强度在许多情况下都明显地高于实验结果，这是由于在分析中忽略了基体的非线性以及在基体中、界面上和纤维内的缺陷，损伤和不均匀性，把问题过于简化之故。

单向短纤维复合材料在受压时的应力应变关系，非线性也是比较明显的。

### (三) 横向拉、压性能和剪切性能

单向复合材料的横向拉、压性能和各种剪切性能，都主要由基体的性能决定的，在它们的本构关系中非线性现象非常明显。温度、湿度、加载时间和应变率等因素通过影响基体性能而影响复合材料的横向拉、压和剪切性能。单向复合材料的横向拉伸强度很

低，横向断裂应变只有0.005左右，在这样小的应变范围内，即使横向拉伸的应力应变关系是非线性的，也可简化为线性的，不会带来较大的误差。至于横向压缩的应力应变关系，由于产生横向压缩破坏的应变可达0.01~0.02以上，因此应考虑非线性的问题。单向复合材料在经受各种剪切时，剪切应变可达0.02~0.05以上，更应考虑本构关系的非线性问题。在基体中和界面上的孔穴、裂纹、损伤和纤维的不平行度等，都在一定程度上影响横向拉伸和剪切性能，但对横向压缩性能的影响较小。

#### （四）偏轴拉伸和压缩性能

当单向复合材料承受偏轴拉伸或压缩时，设所加的应力（拉应力或压应力）为 $\sigma_x$ ，纤维的方向和 $\sigma_x$ 的方向呈 $\theta$ 角，则在单向复合材料主轴方向的应力为： $\sigma_L = \sigma_x \cos^2 \theta$ ， $\sigma_T = \sigma_x \sin^2 \theta$ ， $\tau_{LT} = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta$ 。可以看到，除了出现沿纤维方向的应力 $\sigma_L$ 外，还出现了横向应力 $\sigma_T$ 和剪应力 $\tau_{LT}$ 。在上面已经讨论过，横向应力和剪应力的本构关系，具有较大的非线性。所以单向复合材料受偏轴拉伸或压缩时，就出现比较显著的非线性。

### 二、叠层复合材料

在叠层复合材料中为了承受多向应力，需要有0°，90°，±45°（或±θ）方向的铺层。其中的每一层片，有可能经受纵向拉压、横向拉压、层间拉压、面内剪切和层间剪切等应力，其中横向拉、压与层间拉、压的性能基本相同，面内剪切和层间剪切的性能基本相同。在上面都已分别地讨论过了。还有些特殊情况需要讨论。单向复合材料在经受横向拉伸后可出现断成两部分的情况。而在叠层复合材料中，只要不发生较大面积的层间破坏，某些层次由于其横向拉伸和剪切所引起的沿纤维方向的开裂，只使这个层次的性能有所下降，并不使这层全部丧失作用。某个层次沿纤维方向开裂，在初始阶段，对这层沿纤维方向模量和强度几乎没有影响，对此层的横向拉伸和剪切刚度，从这层的平均值来说，只是下降百分之几，裂纹不是分布在一处而是分散在广大的面积上。在有裂纹的地方这层的强度为零；通过层间应力的来回传递，在此层没有开裂处，在强度和刚度方面仍在发挥一定的作用；只有当这个层次的裂纹相当密集且在裂纹端部引起较大脱层的情况下，此层所提供的刚度才大幅度下降，所提供的强度也可略而不计。

对于叠层复合材料，纤维的大量断裂和层间破坏才是致命的破坏。某些层次内大面积的微小开裂，可以作为损伤来处理。对这个层次的刚度可用实验与计算相结合的方法，合理地加以折减，宏观地把刚度看作是非线性变化的也未尝不可。当然某些层次的开裂，会引起上、下层次的应力幅值有所增大，应在计算中加以考虑<sup>①</sup>。

### 三、短纤维复合材料和编织复合材料

短纤维在面内随机取向的复合材料，在宏观上是横观各向同性的，在面内受拉或受压时，本构关系是非线性的。

编织复合材料是由长纤维编织或针织成产品的形状然后渗入基体材料经固化而成。它可以克服叠层复合材料层间强度和模量低的缺点。由于纤维呈弯曲状，所以这种复合材料的本构关系具有显著的非线性，拉伸时模量有所增大，压缩时模量明显减小。

### 四、处理方法与有关问题

单向复合材料在纵向受拉且应力达到拉伸强度的1/4~1/3时，由声发射装置监听可发现基体开裂、界面脱粘和纤维断裂的讯号。从宏观力学观点看，单向复合材料在有

续增长的承拉能力，其应力应变关系仍接近于线性。基于许用应变（一般小于 0.004 左右）的设计，单向复合材料在纵向的应力应变关系，可认为是线弹性的；基于极限承载能力的设计，严格地说，应该考虑非线性，为简单起见，作线性化处理，误差也不大。从细观（微观）力学的观点来看，单向复合材料中每根纤维的应力（或应变）只是大致均匀而不是绝对均匀，各根纤维的平直度不同，各根纤维中存在着的缺陷、损伤和裂纹的大小、多少也不相同，因此那些应力最大或（和）最为薄弱的纤维率先断裂是不可避免的。固化残余应力（或应变）使基体和界面所受的应力（或应变）不均匀，加之有孔穴、损伤和微裂纹存在，在基体中引起应力集中问题，因此在纵向受拉时在基体中和界面上不可避免地要萌生微裂纹，产生脱粘和裂纹扩展，情况非常复杂，难以完全弄清。就细观和局部而言，可以肯定，不少部位早已达到或接近断裂应变，不能认为是线弹性的。尤其是基体材料，在应变较大时就不是线弹性的。金属基体会产生弹塑性力学问题，高温时会产生非线性粘弹性和蠕变问题。蠕变除产生变形外，还可产生应力松弛、蠕变断裂和蠕变疲劳等问题。聚合物基体在应变率很大时，粘性所起的影响很大，模量要升高而断裂应变要下降，要涉及不少线性的或非线性的粘弹性问题。聚合物基体复合材料在吸收水分和升高温度后要产生材料性能（由基体性能起主要作用的那部分性能）下降和非线性影响增大的问题。研究复导材料的微观力学有助于深入了解复合材料的强度、刚度问题和破坏机理，从而有效地改善复合材料的性能。复合材料的各种不均匀性，只有在不同层次的微观力学中，才能逐步加以考虑。在研究复合材料细观力学的强度问题时，应考虑纤维、界面特别是基体性能的非线性和各种损伤的影响，才能进一步弄清复合材料的各种破坏机理和各种强度问题（含括疲劳强度、冲击强度和蠕变强度等问题）。由于问题复杂多样，不论是分析计算还是实验测定，研究工作的难度和工作量都是很大的。

各种复合材料（而不仅仅是单向复合材料）的宏观非线性力学性能，主要来自基体材料的非线性与复合材料中各种损伤累积的影响，和纤维的非线性也有关系。对于韧性基体，例如增韧环氧、热塑性树脂和金属基体等，在基体和纤维几乎没有开裂和断裂以前，单向复合材料在各个方向力学性能的非线性，主要来自基体，当然和损伤也有一定的关系，但影响较小。为了简便起见，只考虑基体的非线性对复合材料宏观力学性能的影响。这样考虑虽不够完善，但已考虑了主要的方面。若将基体性能略加修正，以考虑损伤的平均影响，也是一种可取的处理方法。这种方法没有增加分析计算的难度，所得结果还可得到改善，问题在于如何对基体性能加以折减才最为合理和有效，这有待于研究。基体在主动塑性变形阶段可用非线性弹性的本构关系来描述。如有必要，可根据单向复合材料的混合定律，考虑纤维在纵向的非线性和基体的非线性，可得到复合材料的非线性本构关系：应力应变关系，应力增量和应变增量的关系<sup>[3]</sup>。确定本构关系需要进行实验，有理论的指导可减少实验工作量并取得较好的结果。当复合材料中的基体大量开裂和纤维大量断裂时，损伤和断裂就成为主要问题，这已不属于非线性本构关系所能解决的问题，但仍然是非线性的力学问题。可以肯定，当复合材料的损伤范围较小和程度较轻时，损伤对复合材料性能的影响也是非线性的。

由于复合材料的非线性本构关系极为复杂，在工程上只能作近似的简化处理。例