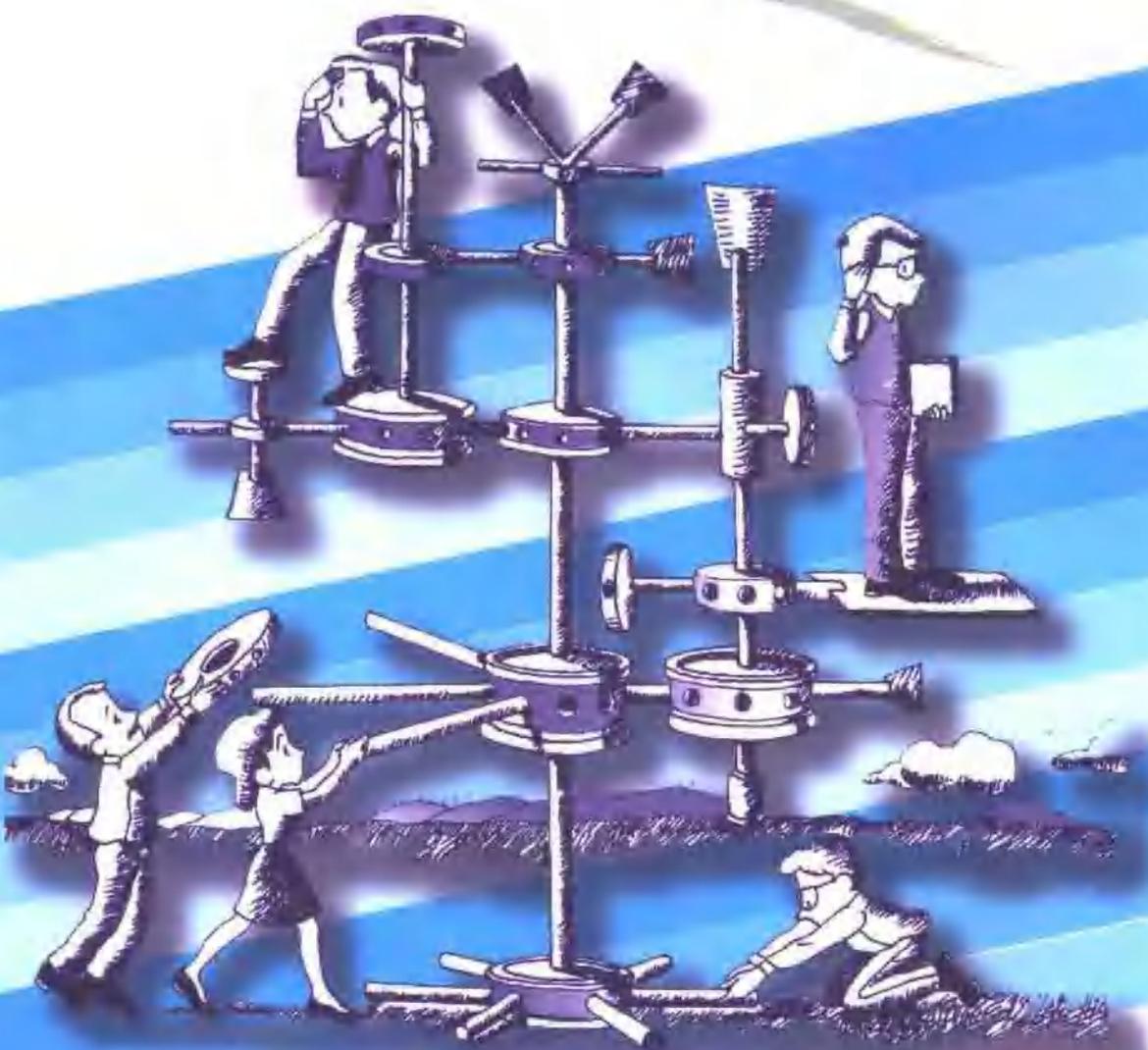


学数学、做数学、用数学 丛书

漫游 数字 世界

八年级（上）



漫游 数学世界



本书编写组

八年级(上)

华 东 师 范 大 学 出 版 社

RAF93/01



图书在版编目(CIP)数据

漫游数学世界. 八年级. 上: 华东师大版/本书编写组
编. —上海: 华东师范大学出版社, 2004. 7

ISBN 7-5617-3369-0

I. 漫... II. 本... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 069053 号

漫游数学世界八年级(上)

编 著 本书编写组

责任编辑 李文革

封面设计 黄惠敏

版式设计 蒋 克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

门市(邮购)电话 021-62869887

门市地址 华东师大校内先锋路口

业务电话 上海地区 021-62232873

华东 中南地区 021-62458734

华北 东北地区 021-62571961

西南 西北地区 021-62232893

业务传真 021-62860410 62602316

<http://www.ecnupress.com.cn>

社 址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

印 刷 者 宜兴德胜印刷有限公司

开 本 787×1092 16 开

印 张 7.5

字 数 175 千字

版 次 2004 年 8 月第一版

印 次 2004 年 8 月第一次

印 数 1—6000

书 号 ISBN 7-5617-3369-0/G·1798

定 价 10.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)



前 言



学数学离不开做数学题目,但是,数学学习的目的决不仅仅是会做数学题。我们认为:数学可以锻炼我们的思维,使我们学会科学思考问题的方法;数学可以帮助我们观察周围的世界,使我们变得更聪明;数学可以给我们带来快乐,使我们遨游在思想的王国中;数学可以锻炼我们的意志,增强我们的信心等等。因此,学数学的目的在于学会数学地思考、在于体验数学的乐趣、在于用数学。

新的数学课程标准为我们提供了学数学、用数学的舞台。但由于教材的篇幅所限,不能提供足够的题目,让学生巩固知识;不能提供更广泛的探索天地,让学生去发现;不能提供更多的有趣的事例,让学生去体验等等。为更好地帮助教师和学生运用新教材,给学生提供更广阔的数学舞台,进一步体会学数学、用数学的乐趣,提高数学素养,我们组织编写了这套“学数学、做数学、用数学”数学辅导丛书。

这套丛书与华东师大版初中数学实验教材配套。每册的内容按教材中的章节编写。每节分“知识导航”、“探索天地”和“数学乐园”三个栏目。“知识导航”栏目设置的目的是让学生巩固所学知识,其中的题目是一些常规题,要求每一位学生都要掌握。“探索天地”栏目设置的目的是给学生提供更广阔的思维空间,让学生去探索、去思考,其中的选題是教材内容的拓展或深化。“数学乐园”栏目设置的目的是让学生更多地了解学数学、用数学的乐趣,其中有数学家的故事、数学学习方法介绍、数学史料、数学趣题等等。每章都配有“竞技擂台”栏目,用来检验学生的学习成效。

本书由教育部中考评价课题组数学学科负责人、华东师大版初中数学实验教材副主编王继延教授整体构思,华东师大版初中数学实验教材编写组部分成员编写。

书中难免有错误之处,敬请斧正。欢迎广大实验区师生对本书提出宝贵意见。

编 者

2004年5月



目 录

第 11 章 平移与旋转

| | |
|--------------------|----|
| § 11.1 平移 | 1 |
| 一、知识导航 | 1 |
| 二、探索天地 | 3 |
| 三、数学乐园 华容道 | 4 |
| § 11.2 旋转 | 6 |
| 一、知识导航 | 6 |
| 二、探索天地 | 8 |
| 三、数学乐园 希尔伯特的“数学散步” | 10 |
| § 11.3 中心对称 | 11 |
| 一、知识导航 | 11 |
| 二、探索天地 | 13 |
| 三、数学乐园 古希腊数学家——泰勒斯 | 14 |
| ★竞技擂台★ | 15 |

第 12 章 平行四边形

| | |
|-------------------|----|
| § 12.1 平行四边形 | 19 |
| 一、知识导航 | 19 |
| 二、探索天地 | 23 |
| 三、数学乐园 从平分土地面积谈起 | 24 |
| § 12.2 几种特殊的平行四边形 | 25 |
| 一、知识导航 | 25 |
| 二、探索天地 | 28 |
| 三、数学乐园 数学家陈景润 | 29 |
| § 12.3 梯形 | 30 |
| 一、知识导航 | 30 |
| 二、探索天地 | 32 |
| 三、数学乐园 数学家华罗庚 | 33 |
| ★竞技擂台★ | 33 |



第 13 章 一元一次不等式

| | |
|-----------------------------|----|
| § 13.1 不等式及其基本性质 | 36 |
| 一、知识导航 | 36 |
| 二、探索大地 | 39 |
| 三、数学乐园 物理学中的一个不等式 | 40 |
| § 13.2 一元一次不等式及其应用 | 40 |
| 一、知识导航 | 40 |
| 二、探索大地 | 43 |
| 三、数学乐园 几类特殊的不等式 | 45 |
| § 13.3 一元一次不等式组及其应用 | 45 |
| 一、知识导航 | 45 |
| 二、探索天地 | 49 |
| 三、数学乐园 数轴在解不等式中的又一例应用 | 50 |
| ★竞技场★ | 51 |

第 14 章 整式的乘法

| | |
|------------------------|----|
| § 14.1 幂的运算 | 54 |
| 一、知识导航 | 54 |
| 二、探索天地 | 57 |
| 三、数学乐园 形形色色的乘方运算 | 58 |
| 三个 a 问题 | 59 |
| § 14.2 整式的乘法 | 59 |
| 一、知识导航 | 59 |
| 二、探索天地 | 63 |
| 三、数学乐园 图形与证明 | 64 |
| § 14.3 乘法公式 | 65 |
| 一、知识导航 | 65 |
| 二、探索大地 | 68 |
| 三、数学乐园 两组奇妙的数字 | 69 |
| § 14.4 因式分解 | 70 |
| 一、知识导航 | 70 |
| 二、探索天地 | 72 |
| 三、数学乐园 “借一项”分解因式 | 73 |
| ★竞技场★ | 74 |

第 15 章 频率与机会

| | |
|-----------------------|----|
| § 15.1 在实验中寻找规律 | 77 |
| 一、知识导航 | 77 |



| | |
|-------------------------|----|
| 二、探索天地 | 80 |
| 三、数学乐园 随机性与规律性 | 81 |
| § 15.2 用频率估计机会的大小 | 82 |
| 一、知识导航 | 82 |
| 二、探索天地 | 85 |
| 三、数学乐园 奥地利生物学家孟德尔 | 86 |
| § 15.3 模拟实验 | 87 |
| 一、知识导航 | 87 |
| 二、探索天地 | 89 |
| 三、数学乐园 设计抽奖方案 | 90 |
| ★竞技场★ | 90 |
| 期中测试 | 93 |
| 期末测试 | 96 |
| 参考答案 | 99 |





第 11 章 平移与旋转

§ 11.1 平 移



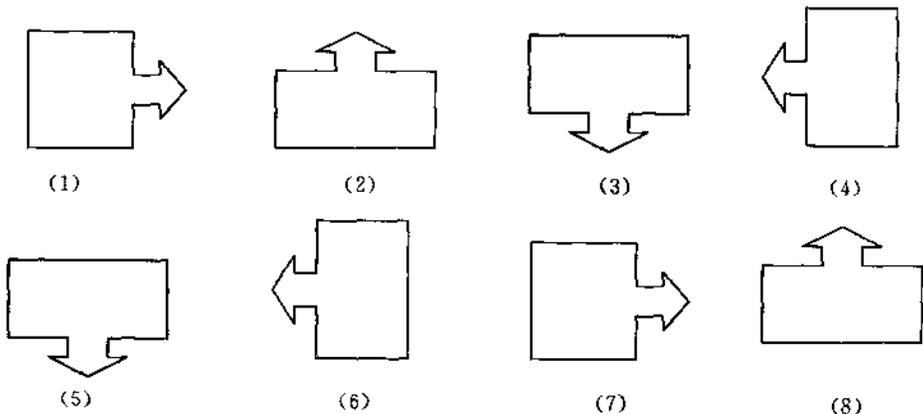
一、知识导航

回 忆

通过学习本节,你认识了平移的含义和平移的特征.我们把图形的平行移动,称为平移.平移仅改变图形的位置,图形的大小、形状不发生变化.也就是说,图形平移前后对应线段、对应角相等,且对应线段相互平行.通过进一步的研究,我们还发现,图形平移前后连结对应点的线段平行(或在一条直线上)且相等.根据平移的含义和特征,请你解决下面的问题.

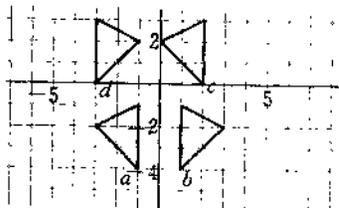
第 11 章 平移与旋转

1. 观察下面的图形,指出通过平移后可以重合的图形.



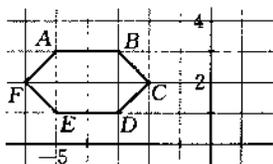
(第 1 题)

2. 观察下面的图形,在 a 、 b 、 c 、 d 四个图形中,指出可以通过平移重合的图形.



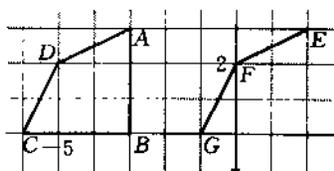
(第 2 题)

3. 如图,试画出六边形 $ABCDEF$ 沿射线 AB 的方向平移距离等于线段 AB 的长度后的图形.



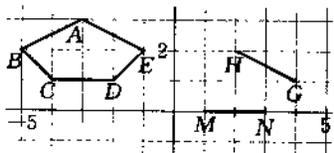
(第3题)

4. 如图, EF 、 FG 是四边形 $ABCD$ 平移后相邻两边的位置,试画出四边形 $ABCD$ 平移后的图形.



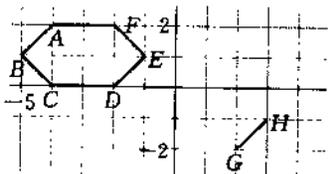
(第4题)

5. 如图, MN 、 GH 是五边形 $ABCDE$ 平移后两边的位置,试画出五边形 $ABCDE$ 平移后的图形.



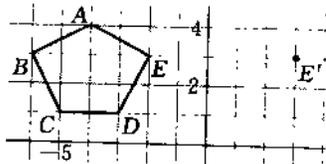
(第5题)

6. 如图, GH 是六边形 $ABCDEF$ 平移后一条边的位置,请画出六边形 $ABCDEF$ 平移后的图形.



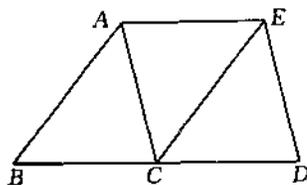
(第6题)

7. 如图,已知五边形 $ABCDE$,若平移后点 E 移到点 E' 的位置,试确定 A 、 B 、 C 、 D 四点平移后的位置,并画出平移后的图形.



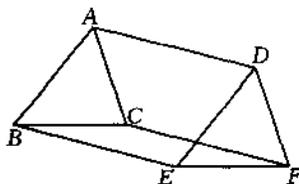
(第7题)

8. 如图, $\triangle ECD$ 是由 $\triangle ABC$ 平移得到的, 试找出图中相等的线段和角.



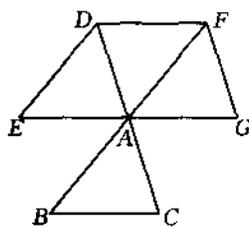
(第8题)

9. 如图, $\triangle ABC$ 平移后得到 $\triangle DEF$, 试找出图中的平行线段、相等线段.



(第9题)

10. 如图, $\triangle DEA$ 和 $\triangle FAG$ 是由 $\triangle ABC$ 平移得到的, 试说明 $DF \parallel EA \parallel BC$.



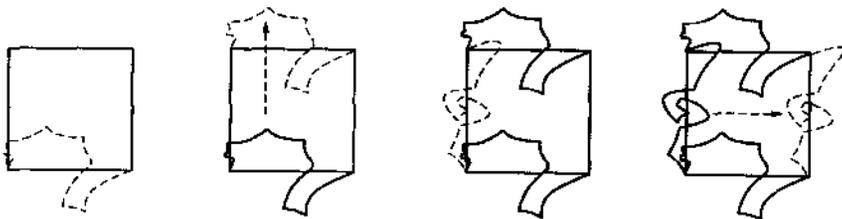
(第10题)



二、探索天地

在生活中, 我们经常看到一些装饰图案, 如在墙壁、地毯、窗帘上的装饰图案等. 这些优美的图案常常使我们赞叹不已. 其实, 这些图案大多是由基本图形单元经过平移拼成的.

下面是利用正方形, 根据平移制成的马的形象, 请你试着模仿制作若干个, 然后拼成漂亮的图案.





华容道

有一个利用图形的平移来完成的游戏,叫做“华容道”,是根据《三国演义》中关羽义放曹操的故事做成的。首先,让我们回忆一些当年曹操败走华容道的故事。

当年曹操率领八十三万人马下江南,号称百万大军,浩浩荡荡,本想一举消灭孙权、刘备,一统天下,岂料被诸葛亮和周瑜暗设巧计,火烧赤壁,只得带着残兵败将,仓皇逃命,沿途不断遭遇埋伏,弃盔丢甲,损兵折将,死者不可胜数,号哭之声,不绝于耳。好不容易逃到华容道,曹操在马上扬鞭大笑,众人问:“丞相何又大笑?”

在逃跑的路上,曹操已经有两次嘲笑诸葛亮和周瑜居然想不到在要道口上设置伏兵。第一次笑声里杀出赵云;第二次笑声未绝,杀出了张飞。这次曹操又笑了,笑什么呢?曹操说“人皆言周瑜、诸葛亮足智多谋,以吾观之,到底是无能之辈,若使此处伏一旅之师,吾等皆束手就擒了。”

话还没有说完,一声炮响,两边摆开了五百名校刀手,为首一员大将,提青龙刀,跨赤兔马,截住去路。这位大将就是令人闻风丧胆的关羽,人称关公,斩颜良,诛文丑,过五关、斩六将,百万军中取上将首级如探囊取物。要是真的打起来,曹操这边人困马乏,谁也别想活命。

关公为人最讲义气,恩怨分明。曹操过去对关公有恩,既然现在不能硬拼,只好接受谋士程昱的建议,上前求饶。曹操纵马上前,欠身对关羽说:“将军别来无恙?”

关公这次出来执行任务,是与军师诸葛亮赌气,立下军令状的。若是曹操走华容道而自己将他放了,愿依军法处治,脑袋就要搬家;若是曹操不走华容道,军师也立下了一张军令状。现在曹操果然从华容道经过,曹操本人亲自纵马上前,欠身问好,怎么办?

关公也客客气气,欠身回答:“关某奉军师之命,等候丞相多时。”曹操乘势大讲往日的交情。关公义重如山,又见曹军惶惶欲泪,于心不忍,掉转马头,命令手下众军四散摆开。曹操赶紧与众将领一起冲过去,关公转过身来,曹操和曹营将领都已逃走,只剩下曹军士兵下马哭拜于地,后面又逃过来一位曹操手下的老朋友张辽,关公长叹一声,将他们全部放走,回营请罪去了。

关公回去以后,脑袋当然没有搬家。因为诸葛亮安排关公把守华容道,正是为了给曹操一条活路,牵制孙权,让弱小的刘备能在三足鼎立中获得一块安身之地。

上面这一段脍炙人口的故事,叫做“诸葛亮智算华容道,关云长义释曹操”。

民间游戏“华容道”就是根据这段故事编成的。

如图,“华容道”的玩具是一个长方形浅盒,长5格,宽4格,里面放着大大小小十块小板,叫做十个组件,相当于十枚棋子。

盒子边框的下部中间开了一个缺口,宽度是两格,让盒子里的小板能从这条通道跑出来。

十块小板中,最大的一块长、宽各两格,代表曹操,它的宽度刚好能从华容道口通过,曹操位于盒子上部的中间。

另外有五块小板各占两格大小,分别代表关羽、张飞、赵云、马超、黄忠,其余四块小板都只有一格大,代表他们手下的小兵。



图:华容道起势“立马横刀”

游戏开始时,曹操总是位于盒子上部的中间,其他九块小板的位置有几种不同的初始方式,上图是其中最流行的一种起式,叫做立马横刀,其特点是关羽横挡在曹操的面前,对于曹操逃跑形成最大的障碍,张飞和赵云包围在曹操的左右,马超和黄忠簇拥在关羽的两旁,小兵们排列在盒子的下部,跟随在大将们的后面。

游戏的规则是将这些小板在盒子里面沿着盒底往旁边的空地滑动,直至最后将曹操移动到“华容道”的位置,因而能从盒子的豁口里逃跑出来。

严格说来,曹操逃过赵云和张飞的伏军以后,遇上关公时,马超和黄忠并不在场,当时关公带去关平和周仓,而黄忠和马超是在华容道放走曹操以后才归顺刘备的,赵云和张飞也没有跟踪追击到华容道来,他们早就带着战利品回营请功受奖去了,“华容道”的游戏是中国民间长期流传下来的,把五虎上将都集中在一起,图个热闹,大家都习惯了。

小盒子里的曹操,块头这么大,想要逃出重围,实在不容易,有很多移动方法可以让曹操逃出来,根据王连海先生《中国民间玩具简史》一书中考证,目前所知道的移动次数最少的一种方法是日本人清水达雄在1964年得到的,通过81次移动,可以将曹操转移到华容道口。

(摘自《趣味几何》,上海教育出版社)

§ 11.2 旋 转

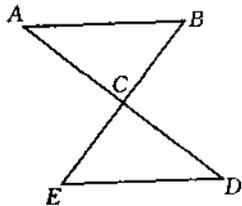


一、知识导航

回 忆

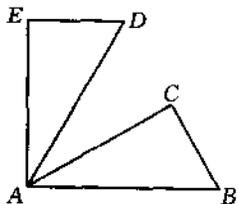
本节主要学习了图形的旋转和旋转对称图形. 通过学习你了解了图形旋转的含义, 知道了图形旋转的特征, 认识了旋转对称图形. 图形旋转以后, 原图形中的线段和角度不发生变化, 变化的是图形的位置, 并且图形中所有线段旋转的角度相等. 所谓旋转对称图形是指图形绕着图形内的某一点, 旋转一定角度后和自身是重合的. 这是一类特殊的图形. 下面的问题, 请你利用学过的知识解决.

1. 如图, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 旋转后能与 $\triangle DEC$ 重合, 那么 (1) 旋转中心是哪一点? (2) 旋转角度是多少? (3) DE 和 AB 的位置关系怎样?



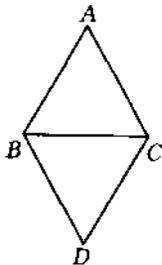
(第 1 题)

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $AC = 1$, 如果将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° 到 $\triangle ADE$ 的位置, 试求出 EC 的长度.



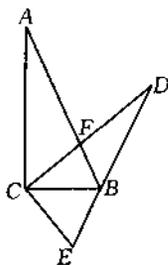
(第 2 题)

3. 如图, 如果等边三角形 ABC 旋转后能与等边三角形 DCB 重合, 那么在图形所在平面上可以作为旋转中心的点有几个? 并说明旋转的方向.



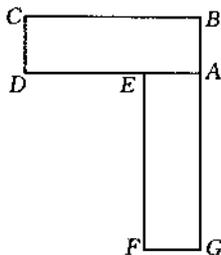
(第 3 题)

4. 如图,在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 65^\circ$, 如果以点 C 为旋转中心将 $\triangle ABC$ 旋转到 $\triangle DEC$, 使 DE 过顶点 B , 设 AB 与 DC 的交点为 F , 试求 $\angle BFC$ 的度数.



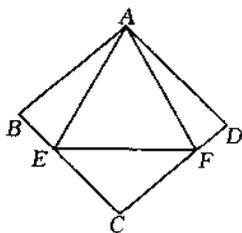
(第 4 题)

5. 如图, 四边形 $ABCD$ 是长方形, 四边形 $AEFG$ 也是长方形, E 在 AD 上, 如果长方形 $ABCD$ 旋转后能与长方形 $AEFG$ 重合, 那么 (1) 旋转中心是哪一点? (2) 旋转角是多少度?



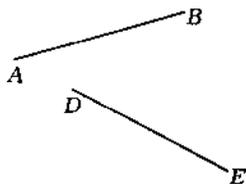
(第 5 题)

6. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD = BC = CD$, 将 $\triangle ABE$ 绕点 A 旋转, 使 AB 旋转到 AF 的位置, AE 旋转到 AD 的位置, 且 $\triangle AEF$ 是等边三角形, 求旋转角的大小.



(第 6 题)

7. 如图, 线段 AB 和线段 DE 的长度相等, 将 DE 看作是由 AB 旋转而得到的, 在图中画出旋转中心.



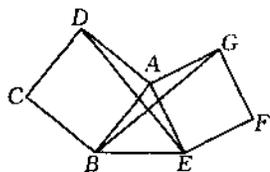
(第 7 题)

8. 在钟面上, 以长针固定的一个端点为旋转中心, 当长针从 12 点旋转 210° 后所在的位置

置,表示的是几点几分?

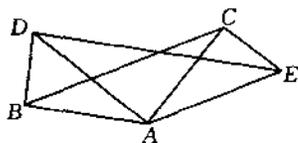
9. 正方形是旋转对称图形吗? 若是,请说出它的旋转中心,指出最小的旋转角度.

10. 如图,如果四边形 $ABCD$ 和四边形 $A EFG$ 都是正方形,那么将 $\triangle ADE$ 旋转某一角度后,能不能与 $\triangle ABG$ 重合? 如果能重合,那么旋转中心是什么? 旋转角的度数是多少?



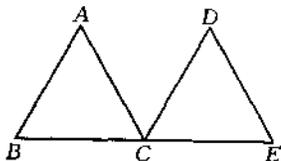
(第 10 题)

11. 如图,如果 $\triangle BAD$ 与 $\triangle CAE$ 是能够重合的图形,其中 $\angle BAD = \angle CAE = 30^\circ$, $AB = AC$, $AD = AE$, 且 $\angle DAC = 90^\circ$, 那么旋转中心是什么? 旋转角的度数是多少?



(第 11 题)

12. 如图, $\triangle ABC$ 、 $\triangle DCE$ 是能够重合的等边三角形,且 B 、 C 、 E 三点在同一直线上, 如果将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转, 那么最小的旋转角是多少度时, 能与 $\triangle DCE$ 重合?



(第 12 题)

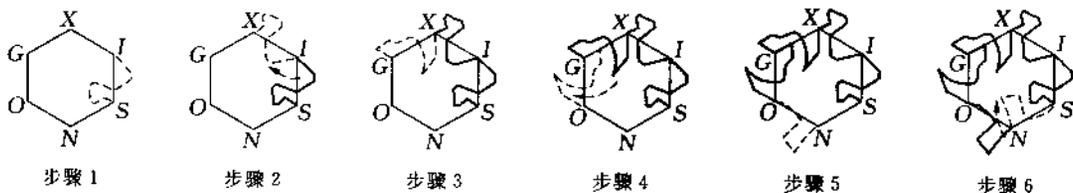


二、探索天地

在上一节里,你学习和探索了从正多边形出发,用平移制作装饰图的方法.在这节里,我们将探索从正多边形出发,利用旋转来制作装饰图.首先,利用正六边形,根据下列步骤制作

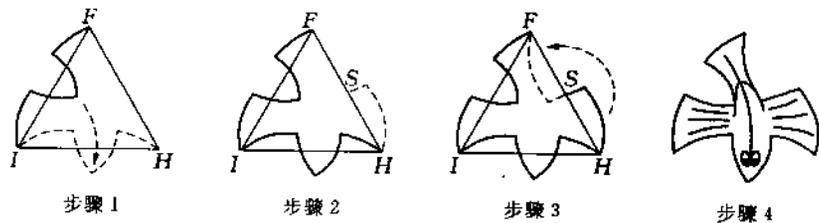
一个爬行动物. 注意, 画曲线的时候, 要尽量按照图中的曲线来画, 以保证最后得到的爬行动物的形象更逼真.

1. 用一条曲线连结 S 和 I .
2. 绕点 I 旋转曲线 SI , 使点 S 旋转到与点 X 重合.
3. 用一条曲线连结 G 和 X .
4. 绕点 G 旋转曲线 GX , 使点 X 旋转到与点 O 重合.
5. 画曲线 NO .
6. 绕点 N 旋转曲线 NO , 使点 O 旋转到与点 S 重合.

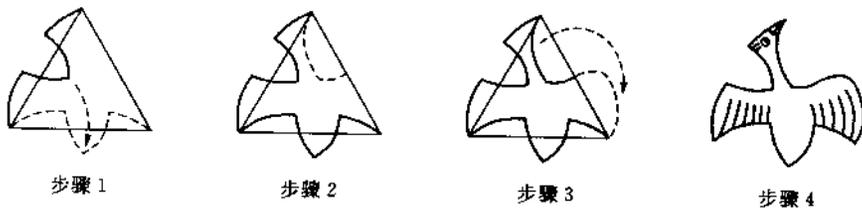


从正三角形出发, 利用旋转, 按照下面的步骤制作一个飞鱼图.

1. 用一条曲线连结 F 和 I , 然后绕点 I 将此曲线旋转 60° , 使它变成曲线 IH .
2. 找出线段 FH 的中点 S , 并画出曲线 SH .
3. 将曲线 SH 旋转 180° , 得到曲线 FS . 将曲线 FS 与曲线 SH 合在一起, 得到关于点 S 对称的曲线 FH .
4. 画上一些线条, 就设计成一条飞鱼.



只要使曲线稍有变化, 结果所得的物形将不是飞鱼, 而更像一只鸟. 试根据下面的步骤进行制作和设计.





三、数学乐园

希尔伯特的“数学散步”

希尔伯特是世界上一位了不起的数学家。他那尖尖的下巴，下巴上密密的倒三角形样的胡子，眼镜后面那炯炯有神的睿智目光和他那“列宁式”宽阔的前额，让人看过后就无法忘记。他在数学的很多领域都有卓越的贡献。1900年，在法国巴黎举行的“第二届国际数学家代表大会”上，他正是38岁的年龄，在会上作了题为《数学问题》的报告，提出了当时世界上还没有解决、对未来数学发展有重大影响的23个数学问题，数学史上称为“希尔伯特问题”，为世界数学研究指明了方向。100年过去了，23个问题中，经过全世界数学家的顽强攻关，有一些问题已经解决了，但还有不少问题至今还没有解决或没完全解决。像著名的哥德巴赫猜想就是其中的一个。希尔伯特是一个胸怀大志的人，他的信条是：“我们必须知道，我们必将知道。”

希尔伯特儿时并不是神童，也不很聪明，而且记忆力很差。他出生在德国的哥尼斯堡（即今俄罗斯的加里宁格勒），用他自己的话说“小时候是个笨孩子”。但他很用功，对数学特别感兴趣，对所学知识从不死记硬背，每一个数学概念，每一个公式、法则，都要达到真正理解并能灵活运用才肯罢休。正因如此，他的学习成绩提高很快，高中时各科成绩便达到全优。后来考入哥尼斯堡大学学习数学。他在大学里受益最大的，不是在课堂上听课，不是钻在图书馆里看书，也不是参加讨论班，而是别具一格的“数学散步”。在大学，他有两位数学上的好友，一个是比他小两岁的闵可夫斯基，另一个是比他大三岁的青年数学教师胡尔维茨。闵、胡二人都是很有才华的数学爱好者。闵18岁时，因解出“把一个数表示成5个平方数的和”这一难题而获得巴黎科学院颁发的数学大奖；胡早在中学时代就发表过数学论文，21岁在大数学家克莱因指导下获得博士学位。他们三人相约，每天下午5点整，在校园的苹果树下集合，一起进行“数学散步”。他们边走边谈，讨论各式各样的数学问题，谈各自对这些问题的理解，交流相互的想法和数学研究的计划。他们天天这样做，日复一日，长年坚持“数学散步”。希尔伯特从这种“散步”中得到了巨大的收获，为他的数学研究打下了坚实的基础。在这种悠然自得、充满友谊的愉快散步中，志同道合的年轻人热烈地谈论大家都感兴趣的数学问题，他们不停地谈论、讨论、争论、辩论，从中弄清了问题，理清了思路，提出了新的研究题目，这种充满乐趣的学习方法，比坐在教室和图书馆里不知要好多少倍。后来，希尔伯特成了数学教授，仍然坚持和几个志同道合的朋友或喜欢的学生按约好的时间、地点进行“数学散步”。在闵可夫斯基去世后的纪念演说中，希尔伯特曾动情地回忆他们的“数学散步”：“它像一朵盛开着鲜花的园林，花园里有被人踏就的路，空闲时你可以循着它去观赏风景，悠然自得而不用费力，当一旁有一个情趣相同的朋友时就更是如此，但是，我们还喜欢去寻找那深藏不露的小径，去发现更多出人意料的能大饱眼福的景色；当一个人向另一个人指出这种奇景时，我们共同赞美它，真是其乐无穷。”

在初中阶段，学习的主要途径还是随堂听课，或到图书馆阅读，但希尔伯特的“数学散步”仍是一种可以使用的学习方法；几个要好的同学，可以把上学、放学当作“数学散步”，或