经济应用数学基础

XITI JIEDA

线性代数

习题解答

刘丽 吴曦 杜之韩 编著

XIANXING DAISHU XITI JIEDA

LIU LI WU XI DU ZHIHAN BIANZHU

51.2-44
3

西南财经大学出版社
SOUTHWESTERN UNIVERSITY OF FINANCE & ECONOMICS PRESS

华北水利水电学院图书馆
209323061

经济应用数学基础

O151.2-44
L643

XIANXING DAISHU XITI JIEDA

线性代数
习题解答

刘丽 吴曦 杜之韩 编著

华北水利水电学院图书馆
藏书

XIANXING DAISHU XITI JIEDA

LIU LI WU XI DU ZHIHAN BIANZHU

西南财经大学出版社
SOUTHWESTERN UNIVERSITY OF FINANCE & ECONOMICS PRESS

932306

线性代数习题解答

刘丽　吴曦　杜之韩　编著

责任编辑:韩立熙

封面设计:大涛视觉传播设计事务所

出版发行:	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街55号)
网　　址:	http://www.xcpress.com/
电子邮件:	xcpress@mail.sc.cninfo.net
邮政编码:	610074
电　　话:	028-87353785　87352368
印　　刷:	西南财经大学印刷厂
开　　本:	890mm×1240mm 1/32
印　　张:	6.5
字　　数:	149千字
版　　次:	2004年3月第1版
印　　次:	2004年3月第1次印刷
书　　号:	ISBN 7-81088-195-5/O·003
定　　价:	14.80元

1. 版权所有,翻印必究。

2. 如有印刷、装订等差错,可向本社发行部调换。

3. 本书封底无防伪标志不得销售。

前 言

这本《线性代数习题解答》是根据西南财经大学出版社出版的经济应用数学基础《线性代数》一书中的习题编写的。我们对书中的全部习题作出了解答，可供广大选用该书的师生、自学者和准备报考经济类硕士研究生的考生使用。

作习题是复习、巩固、加深理解课程内容、学会综合分析的思维方法、提高计算技能技巧的重要环节。因此我们建议使用本题解的同学，应认真研读《线性代数》教材，理解其中讲述的基本理论与方法，并动手演算书中的习题，独立思考，不断寻求更好的解题方法。当你遇到困难，或自己对一些问题难以把握时再求助于本题解。切忌在没有动手解题之前就急于翻阅本习题解答。

在编写此解答过程中，作者得到了西南财经大学经济数学系领导和老师们的支持与协助，谨在此对他们表示感谢。

限于编者水平，加之时间仓促，题解中疏漏乃至错误之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

2003.12 于光华园

目 录

第一章 n阶行列式

习题1.1 …… (1)
习题1.2 …… (3)
习题1.3 …… (14)
习题1.4 …… (19)
复习题一 …… (22)

第二章 矩阵

习题2.1 …… (37)
习题2.2 …… (43)
习题2.3 …… (49)
习题2.4 …… (55)
复习题二 …… (61)

第三章 线性方程组

习题3.1 …… (70)
习题3.2 …… (77)
习题3.3 …… (78)
习题3.4 …… (84)
习题3.5 …… (92)
习题3.6 …… (95)
复习题三 …… (103)

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第四章 线性空间

习题 4.1 …… (128)
习题 4.2 …… (129)
习题 4.3 …… (132)
习题 4.4 …… (134)
复习题四 …… (138)

第五章 矩阵的特征值与特征向量

习题 5.1 …… (144)
习题 5.2 …… (152)
习题 5.3 …… (156)
复习题五 …… (163)

第六章 二次型

习题 6.1 …… (177)
习题 6.2 …… (179)
习题 6.3 …… (192)
复习题六 …… (195)

习题 1.1

1. 试确定下列各排列的奇偶性:

(1)453162;　　　　(2)7146523;

(3)$13\cdots(2k-1)24\cdots(2k)$　　(k 为自然数).

解　(1)$\tau(453162)=9$,奇排列;

(2)$\tau(7146523)=13$,奇排列;

(3)$\tau=1+2+\cdots+(k-1)=\dfrac{(k-1)k}{2}$,所以

当 $k=4i\quad(i=1,2,3,\cdots)$ 或 $4i+1(i=0,1,2,\cdots)$ 时为偶排列;

当 $k=4i+2$ 或 $4i+3$ 时为奇排列($i=0,1,2,\cdots$).

2. 试确定 i、j,使下面的(前 8 个自然数的)8 级排列成为偶排列:

(1)$i45178j3$;　　　　(2)$8i13j765$.

解　(1)i、j 取值于$\{2,6\}$,而 $\tau(24517863)=10$,即24517863为偶排列,故 $i=2$、$j=6$;

(2)i、j 取值于$\{2,4\}$,而 $\tau(82134765)=11$,即82134765为奇排列,将其中2、4作对换则成偶排列,故 $i=4$、$j=2$.

3. 计算下列行列式:

(1)$\begin{vmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{vmatrix}$　　　　(2)$\begin{vmatrix}1 & -2 & 3\\ 2 & 1 & -1\\ 4 & -3 & 5\end{vmatrix}$

(3)$\begin{vmatrix}x & -1 & 2\\ 1 & x & 3\\ 2 & -2 & x\end{vmatrix}$　　　　(4)$\begin{vmatrix}1 & -1 & 0\\ 2 & x & -1\\ 3 & 0 & x\end{vmatrix}$

(5) $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$

(6) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & n-2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ n-1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & n \end{vmatrix}$

(7) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & a_{1n} \\ 0 & 0 & \cdots & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & a_{n-1,2} & \cdots & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix}$

(8) $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & 0 & 0 & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

解　(1)$D = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$

(2)$D = 5 - 18 + 8 - 12 - 3 + 20 = 0$

(3)$D = x^3 - 4 - 6 - 4x + 6x + x = x^3 + 3x - 10$

(4)$D = x^2 + 2x + 3$

(5)$D = (-1)^{\tau(13245)} 4 \times 2 \times (-1) \times 3 \times 5 = 120$

(6)$D = (-1)^{\tau(n-1,n-2,\cdots,2,1,n)} n! = (-1)^{\frac{(n-2)(n-1)}{2}} n!$

(7)$D = (-1)^{\tau(n,n-1,\cdots,2,1)} a_{1n} a_{2,n-1} \cdots a_{n-1,2} a_{n1}$

$$= (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} a_{1n}a_{2,n-1}\cdots a_{n-1,2}a_{n1}$$

(8) 由题设,当 $i \geqslant 3$ 且 $j \geqslant 3$ 时,$a_{ij} = 0$. 而此行列式的一般项(略去符号)为

$$a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}a_{4j_4}a_{5j_5}$$

因 j_3、j_4、j_5 中至少有一个不小于 3,从而 a_{3j_3}、a_{4j_4}、a_{5j_5} 中至少有一个为 0,故 $D = 0$.

习题 1.2

1. 计算行列式

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$　(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$　(4) $\begin{vmatrix} 401 & 399 & -1 \\ 398 & 400 & 0 \\ 299 & 298 & 2 \end{vmatrix}$

(5) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ c & c & d & a \\ 0 & 0 & c-d & b \end{vmatrix}$　(6) $\begin{vmatrix} a & -b & -b & -b \\ a & -b & 0 & 0 \\ a & 0 & c & 0 \\ a & 0 & 0 & -c \end{vmatrix}$

(7) $\begin{vmatrix} 0 & a & b & a \\ a & 0 & a & b \\ b & a & 0 & a \\ a & b & a & 0 \end{vmatrix}$

(8) $\begin{vmatrix} a_1-b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2-b & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3-b & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n-b \end{vmatrix}$

解 (1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \end{vmatrix}$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} = -21$$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & -1 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \\ 5 & 0 & 6 & -2 \end{vmatrix} = 0$

(3) $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & 3 & 4 & 1 \\ 10 & 4 & 1 & 2 \\ 10 & 1 & 2 & 3 \\ 10 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 10\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$

$$= 10\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 10\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -8 & 4 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -10\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & -8 & 4 \end{vmatrix} = -10\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{vmatrix} = -160$$

$$(4)\begin{vmatrix}401&399&-1\\398&400&0\\299&298&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}401&-2&-1\\398&2&0\\299&-1&2\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}400&-2&-1\\400&2&0\\300&-1&2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&-2&-1\\-2&2&0\\-1&-1&2\end{vmatrix}$$

$$=100\begin{vmatrix}4&-2&-1\\4&2&0\\3&-1&2\end{vmatrix}+\begin{vmatrix}1&-2&-1\\-2&2&0\\-1&-1&2\end{vmatrix}=4192$$

$$(5)\begin{vmatrix}1&1&1&1\\a&b&c&d\\c&c&d&a\\0&0&c-d&b\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&b-a&c-a&d-a\\0&0&d-c&a-c\\0&0&c-d&b\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\0&b-a&c-a&d-a\\0&0&d-c&a-c\\0&0&0&a+b-c\end{vmatrix}$$

$$=(b-a)(d-c)(a+b-c)$$

$$(6)D=\begin{vmatrix}a&-b&-b&-b\\a&-b&0&0\\a&0&c&0\\a&0&0&-c\end{vmatrix}=a\begin{vmatrix}1&-b&-b&-b\\1&-b&0&0\\1&0&c&0\\1&0&0&-c\end{vmatrix}$$

$$=a\begin{vmatrix}0&0&-b&-b\\1&-b&0&0\\1&0&c&0\\1&0&0&-c\end{vmatrix}$$

当 $b=0$ 或 $c=0$ 时，显然 $D=0$；当 $bc\neq0$ 时，将第 3 行的 $\frac{b}{c}$ 倍及第 4 行的 $(-\frac{b}{c})$ 倍加到第 1 行，得

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

$$D = a\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -b & 0 & 0 \\ 1 & 0 & c & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -c \end{vmatrix} = 0$$

(7) $\begin{vmatrix} 0 & a & b & a \\ a & 0 & a & b \\ b & a & 0 & a \\ a & b & a & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2a+b & a & b & a \\ 2a+b & 0 & a & b \\ 2a+b & a & 0 & a \\ 2a+b & b & a & 0 \end{vmatrix}$

$$= (2a+b)\begin{vmatrix} 1 & a & b & a \\ 1 & 0 & a & b \\ 1 & a & 0 & a \\ 1 & b & a & 0 \end{vmatrix}$$

$$= (2a+b)\begin{vmatrix} 1 & a & b & a \\ 0 & -a & a-b & b-a \\ 0 & 0 & -b & 0 \\ 0 & b-a & a-b & -a \end{vmatrix}$$

$$= (2a+b)\begin{vmatrix} 1 & a+b & b & a \\ 0 & -b & a-b & b-a \\ 0 & -b & -b & 0 \\ 0 & 0 & a-b & -a \end{vmatrix}$$

$$= (2a+b)\begin{vmatrix} 1 & a+b & b & a \\ 0 & -b & a-b & b-a \\ 0 & 0 & -a & a-b \\ 0 & 0 & a-b & -a \end{vmatrix}$$

$$= (2a+b)\begin{vmatrix} 1 & a+b & a+b & a \\ 0 & -b & 0 & b-a \\ 0 & 0 & -b & a-b \\ 0 & 0 & -b & -a \end{vmatrix}$$

$$= (2a+b)\begin{vmatrix} 1 & a+b & a+b & a \\ 0 & -b & 0 & b-a \\ 0 & 0 & -b & a-b \\ 0 & 0 & 0 & b-2a \end{vmatrix} = b^2(b^2-4a^2)$$

(8) $\begin{vmatrix} a_1-b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2-b & a_3 & \cdots & a_n \\ a_1 & a_2 & a_3-b & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n-b \end{vmatrix}$

$$= \begin{vmatrix} \Sigma a_i-b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ \Sigma a_i-b & a_2-b & a_3 & \cdots & a_n \\ \Sigma a_i-b & a_2 & a_3-b & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \Sigma a_i-b & a_2 & a_3 & \cdots & a_n-b \end{vmatrix}$$

$$= (\Sigma a_i-b)\begin{vmatrix} 1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ 1 & a_2-b & a_3 & \cdots & a_n \\ 1 & a_2 & a_3-b & \cdots & a_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n-b \end{vmatrix}$$

$$= (\Sigma a_i-b)\begin{vmatrix} 1 & a_2 & a_3 & \cdots & a_n \\ 0 & -b & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -b & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -b \end{vmatrix}$$

$= (\Sigma a_i-b)(-b)^{n-1}$

2. 解下列方程

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & x+4 \\ 1 & 2 & x+3 & 4 \\ 1 & x+2 & 3 & 4 \\ x+1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0$

(2) $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & \cdots & n-x \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & (n-1)-x \end{vmatrix} = 0$

解　(1) 将第 1 行的(−1)倍分别加到第 2、3、4 行,得

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & x+4 \\ 0 & 0 & x & -x \\ 0 & x & 0 & -x \\ x & 0 & 0 & -x \end{vmatrix} = 0$$

再将第 1、2、3 列都加到第 4 列上,得

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & x+10 \\ 0 & 0 & x & 0 \\ 0 & x & 0 & 0 \\ x & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

于是

$$(-1)^{\tau(4321)}x^3(x+10) = 0$$

所以,原方程的解为

$$x_1 = -10, x_2 = x_3 = x_3 = 0$$

(2) 将第 n 行的(−1)倍加到第 1 行,得

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2-x & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & (n-1)-x \end{vmatrix} = 0$$

再将第1行的(-1)倍分别加到其余各行,得

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & -x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1-x & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & (n-2)-x \end{vmatrix} = 0$$

于是

$$-x(1-x)\cdots[(n-2)-x] = 0$$

所以

$$x_1 = 0, x_2 = 1, \cdots, x_{n-1} = n-2$$

3. 证明下列等式

(1) $$\begin{vmatrix} x_1+y_1 & y_1+z_1 & z_1+x_1 \\ x_2+y_2 & y_2+z_2 & z_2+x_2 \\ x_3+y_3 & y_3+z_3 & z_3+x_3 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

(2) $$\begin{vmatrix} ax+by & ay+bz & az+bx \\ ay+bz & az+bx & ax+by \\ az+bx & ax+by & ay+bz \end{vmatrix} = (a^3+b^3)\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}$$

证明　(1) 左式 $\xlongequal{c_1-c_2+c_3} \begin{vmatrix} 2x_1 & y_1+z_1 & z_1+x_1 \\ 2x_2 & y_2+z_2 & z_2+x_2 \\ 2x_3 & y_3+z_3 & z_3+x_3 \end{vmatrix}$

$$= 2\begin{vmatrix} x_1 & y_1+z_1 & z_1+x_1 \\ x_2 & y_2+z_2 & z_2+x_2 \\ x_3 & y_3+z_3 & z_3+x_3 \end{vmatrix}$$

$$\xlongequal{c_3-c_1} 2\begin{vmatrix} x_1 & y_1+z_1 & z_1 \\ x_2 & y_2+z_2 & z_2 \\ x_3 & y_3+z_3 & z_3 \end{vmatrix} \xlongequal{c_2-c_1} \text{右式}$$

(2) 由行列式的性质4,左边行列式可分别依第1、2、3列拆成总共8个行列式之和,于是

$$
左式=\begin{vmatrix} ax & ay & az \\ ay & az & ax \\ az & ax & ay \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} ax & ay & bx \\ ay & az & by \\ az & ax & bz \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} ax & bz & az \\ ay & bx & ax \\ az & by & ay \end{vmatrix}
$$

$$
+\begin{vmatrix} ax & bz & bx \\ ay & bx & by \\ az & by & bz \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} by & ay & az \\ bz & az & ax \\ bx & ax & ay \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} by & ay & bx \\ bz & az & by \\ bx & ax & bz \end{vmatrix}
$$

$$
+\begin{vmatrix} by & bz & az \\ bz & bx & ax \\ bx & by & ay \end{vmatrix}+\begin{vmatrix} by & bz & bx \\ bz & bx & by \\ bx & by & bz \end{vmatrix}
$$

$$
=a^3\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}+b^3\begin{vmatrix} y & z & x \\ z & x & y \\ x & y & z \end{vmatrix}
$$

$$
=a^3\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}+b^3\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}=右式
$$

4. 计算 n 阶行列式

(1) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 & -n \\ 1 & 1 & \cdots & -n & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & -n & \cdots & 1 & 1 \\ -n & 1 & \cdots & 1 & 1 \end{vmatrix}$

(4) $\begin{vmatrix} a+x & a & a & \cdots & a \\ a & a+2x & a & \cdots & a \\ a & a & a+3x & \cdots & a \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a & a & a & \cdots & a+nx \end{vmatrix}$

解　(1) 将行列式第 1 行的(-1)倍加到下面各行,再将所有的列都加到第 1 列上,得

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com