

欧阳维诚 著



易学智慧丛书
朱伯崑 主编

易学与数学奥林匹克



中国书店

B22

8/8

易学与数学奥林匹克

欧阳维诚 著

中国书店

北京·2003年

责任编辑：谌 民 汪守本

封面设计：王 鹏

题图制作：冯其盛

易学智慧丛书

易学与数学奥林匹克

欧阳维诚 著

出版：中国书店

地址：北京市宣武区琉璃厂东街115号

邮编：100050

电话：010-63017857

发行：全国新华书店经销

印刷：北京市李史山胶印厂

开本：850 × 1168 1/32

版次：2003年6月第1版 2003年6月第1次印刷

字数：158千字

印张：9.375

印数：0 001-3 000

书号：ISBN 7-80663-163-1/B · 122

定价：17.00元

本版书凡印装质量不合格者由本社调换，当地新华书店缺售者可向本社邮购。

题辞

阐发易学的精湛思想
深研天地人三才之道

张岱年题



一九九二年六月

总序一

任继愈

《易经》这部书幽微而昭著，繁富而简明。五千年间，易学思想有形无形地影响着中华民族的社会生活、政治生活以及人生哲学。

《周易》经传符号单纯（只有阴阳两个符号），文字简约（约二万四千余字），给后代诠释者留出驰骋才学的广阔天地。迄今解易之书逾数千家。近年已有光电传播媒体，今后阐释易学的各种著作势将更为丰富。

历代有真知灼见的易学研究者，从各个方面反映各时代、各阶层的重大问题。前人研究易学的成果丰富了中华民族的文化宝库。研究易学，古人有古人的重点，今人有今人的重点。今天中国人的使命是加速

现代化的步伐，迎接 21 世纪。

易学，作为中华民族文化遗产，也要为文化现代化而做贡献。当代新易学的任务之一是摆脱神学迷信。易学虽起源于神学迷信，其出路却在于摆脱神学迷信。凡是有生命的文化，都植根于现实生活之中，不能游离于社会之外。大到社会治乱，小到个人吉凶，都想探寻个究竟。人在世上，是听命于神，还是求助于人，争论了几千年，这两条道路都有支持者。

哲学家见到《易经》，从中悟出弥纶天地的大道理；德国莱布尼茨见到《易经》，从中启悟出数学二进制的前景；严君平学《易经》，构建玄学易学的体系；江湖术士不乏“张铁口”、“王半仙”之流，假易学之名，蛊惑愚众，欺世骗财。易学研究走什么道路，是易学研究者普遍关心的大事，每一位严肃的易学研究者负有学术导向的责任。

本丛书的撰著者多是我国近二十年来涌现的中青年易学专家，他们有系统的现代科学训练的基础，有较深厚的传统文化素养，有严肃认真的学风，易学造诣各有专攻。这部丛书集结问世，必将有益于世道人心，有助于易学健康发展，为初学者提供入门津梁，为高深造诣者申一得之见以供参考。

这套丛书的主旨，借用王充《论衡》的话——“疾虚妄”。《论衡》作于二千年前，旧迷雾被清除，

新迷雾又弥漫。“疾虚妄”的任务远未完成。如果多数群众尚在愚昧迷信中不能摆脱，我们建设现代化中国的精神文明就无从谈起。我们的任务艰巨而光荣。

本丛书的不足之处，希望与读者同切磋，共同提高。

（任继愈先生现任国家图书馆馆长、
教授，中国哲学史学会会长，东方
国际易学研究院首席顾问。）

总序二

朱伯崑

《周易》系统典籍，是中华优秀传统文化的重要组成部分，继承和发扬这份珍贵的遗产，是学术界的一项艰巨任务。近年来，海内外出版了多种易学著作，形成了一股周易热。关于周易文化的论述，提出许多问题，发表许多见解，众说纷纭，莫衷一是，又为易学爱好者和关心传统文化的读者带来许多困扰。有鉴于此，东方国际易学研究院的同仁，在自己研究的基础上，编写了这套丛书，参加争鸣，希望能为读者澄清一些问题，将弘扬传统文化引向较为健康的轨道。我们编写这套丛书，依据以下几条原则：

(1) 倡导以科学态度和科学方法，研究和评介周易文化，区别精华和糟粕，突出易学文化中的智慧和

哲理。《周易》系统典籍，所以长期流传不息，关键在于其中蕴涵的智慧或思维方式，吸引历代学人不断追求和阐发。这套丛书的重点在于阐述其智慧，使读者从中受到教益，故定名为《易学智慧丛书》。

(2)《周易》系统典籍或历代易学，对中国传统文化的发展影响深远，涉及到自然和人文各个领域，如古人所说“易道广大，旁及天文、地理……”等，在人类文明史上独树一帜。弘扬易学智慧，不能局限于《周易》经传本身，如历代经学家所从事的注释工作；还要看到其在实际生活中所起的作用和影响。编这套丛书，着眼于从传统文化发展的角度，阐述易学智慧的特色及其价值。

(3)任何传统文化的研究，都应同当代的文明建设联系起来考量，走现代化的道路，即古为今用的道路，传统文化方能重新焕发出其生命力。编写这套丛书，亦力求体现这一精神。总之，弘扬传统应根植于现实生活之中。

(4)《周易》系统的典籍，文字古奥，义理艰深，一般读者难于领会。编写这套丛书，一方面立足于较为扎实的学术研究的基础上，对原典不能妄加解释和附会，一方面又要以较为通俗易懂，用当代学人所能接受的语言，叙述易学智慧的特征，易学文化流传的历史及其对中华文化所起的影响，行文力求深入浅出

出，为易学爱好者提供一入门途径。

以上四条，是我们编写此套丛书的指导方针和要求，参加撰写的同仁，大都按这些要求努力工作。有的稿本改写多次，付出了艰巨的劳动，至于是否达到上述目的，要待广大读者的批评指正了。总之，编写这套丛书是一种尝试，旨在倡导一种学风，抛砖引玉，以便同学术界、文化界的同行，共同实现弘扬优秀传统文化的任务。

(朱伯崑先生现任东方国际易学研究
院院长兼学术委员会主任，北京大
学哲学系教授，中国易学与科学研
究会理事长。)

目 录

总序一（任继愈）

总序二（朱伯崑）

引论（代前言） /1

第一章 《周易》对中国古代数学的影响 /10

一、模式——《周易》的精髓 /11

二、模式化——中国古代数学发展的道路 /14

三、《周易》的模式造成了中国古代数学的模式化 /18

四、成也于斯，败也于斯——李约瑟之谜 /27

第二章 易卦与现代数学的联系 /41

一、易卦与二进数的关系 /42

二、易卦与集合论的联系 /44

三、易卦与布尔代数的联系/50

四、易卦与群论的联系/57

五、易卦与组合论、图论、数论、概率论等的联系/61

第三章 易卦与数学奥林匹克解题思想/74

一、易卦与染色思想/75

二、易卦与映射思想/78

三、易卦与赋值方法/83

四、易卦与二进数方法/89

五、易卦与奇偶性分析/96

六、易卦与图论思想/102

七、易卦与其它解题思想/105

第四章 用易卦思想解数学奥林匹克试题 100 例/112

一、中国数学奥林匹克试题选解/113

二、苏联与俄罗斯数学奥林匹克试题选解/126

三、东欧诸国数学奥林匹克试题选解/193

四、英美等国数学奥林匹克试题选解/232

五、国际数学奥林匹克试题选解/263

引 论 (代前言)

《周易》这部神奇的著作，从它诞生之日起就与数学有着不解之缘。所以，在近年来关于易学与科学关系的讨论中，涉及得最多的大概是易学与数学的关系。无庸讳言，在《周易》的《经》、《传》中不大可能包含现代科学的论述或预见，把《周易》与数学做肤浅的类比，把《周易》无限地神秘化的作法本身就是不科学的。不过，我们也必须看到，《周易》与数学在以下几个方面确有着密切的联系：

(一)《周易》对中国古代数学产生过重大的影响。

中国古代数学家大抵都认为《周易》是中国古代数学思想的泉源。如著名数学家刘徽在为《九章算术》作注时的序言中写道：“昔在包牺氏始画八卦，以通神明之德，以类万物之情，作九九之术以合六爻

之变。”他就认为，“九九之术”（即数学）是圣人为了合“六爻之变”（即《周易》）而作的。他还说：“徽幼习九章，长再详览，观阴阳之割裂，总算术之根源，探赜之暇，遂悟其意。”他认为数学的根源在于阴阳的割裂，周易中的阴阳变化是研究数学的基础。另一位著名数学家秦九韶（1202—1261）也认为数学的产生“爰自河图洛书”。他发明了一次同余式组的解法，那是数学史上一项重要的成果。国际上称它为“中国剩余定理”，而秦九韶却认为它是《周易》的产物，因而称它为“大衍求一术”。

（二）《周易》经传中蕴含有现代数学问题。

《周易》经传本身虽然没有讨论数学的内容，但这并不排斥其中蕴含有现代数学问题。例如，揲蓍成卦的方法，那一套程序就与现代数学密切相关。它不仅涉及到数论中的同余式，而且涉及到概率分布的合理运用。又如《系辞》说：“方以类聚，物以群分。”这里所说的群未必包含了现代数学中群的概念，也不涉及用群来分类的理论（在现代科学中，群是许多事物分类的标准），但是，无论是通行本卦序，还是帛书卦序或京房卦序，其中都有许多“合群”的例子。河图洛书虽然只是简单的纵横图，但由此可导出高阶幻方的研究，那是组合学中一个重要而困难的课题，等等。

这种情况是不足为怪的。例如，用瓷砖铺地形成各种对称图案，它们都是由一个基本图案通过不同方式的延展和重复而形成的，把重复的方式当作元素，这些元素构成一种变换群，称为平面对称群。直到上一世纪末期，数学家才证明，用群来分类，标准形式的对称图案只有 17 种。但早在 13 世纪以前，当数学家还没有建立群的概念的时候，在西班牙的阿尔汗布拉宫就把其中 11 种群表示的图案都用上了。另外 6 个，也很早就出现在非洲的巴库巴与贝宁部族的编织物或陶器以及中国古代的一件工艺品上。不仅是人，即使是动植物的某些现象，也严格地服从数学的原理。例如蜂巢都是六角形的，数学上可以证明，在原料一定的前提下，这种形状的巢容积最大。某些植物的叶片在茎上的排列方式，与数学上著名的斐波纳契数列有关。因此，古老的《周易》中虽然没有明确的现代数学概念，但却可能隐含着某些现代数学的内容。不同的只是，今天的人自觉地运用数学，古人不自觉地涉及或遵循数学而已。

（三）易卦的符号系统可用以建构现代数学。

现代数学研究抽象的运算和结构。易卦作为一种符号系统，是一个良好的代数结构，从易卦符号系统出发，可以建立现代数学的许多重要内容。例如，易卦的符号系统可以作为建立诸如二进制数、布尔向

量、集合论、组合论、概率论、图论等现代数学分支的合适的符号或对象。在本书第二章中还要对这个问题做稍为详细的论述。

(四) 易学研究可借助现代数学方法。

数学方法对社会科学研究的渗透，推动了社会科学研究的现代化；也有可能促进易学研究的现代化。易学研究中有许多只涉及卦画而较少地涉及义理的课题，就可以把周易思维通过易卦来表述，易卦又可转化为数学形式，于是就可以借助于数理统计、概率分析、矩阵方法、模糊数学等数学工具对所研究的问题进行数学分析，帮助做出正确的结论。

(五) 以易卦的符号为工具可以解决某些数学问题。

如前所述，利用易卦符号系统可以构建某些现代数学（主要是离散数学）的内容，自然也就可以用易卦符号系统为工具，以它所能构建的数学内容为基础，解答某些特殊的数学问题。特别值得一提的是，以《周易》的阴阳对立思想为指导，以易卦符号系统为工具，可以解答许多数学奥林匹克试题。

国际数学奥林匹克 (International Mathematical Olympiad 简称 IMO)，是当今世界上规模最大和影响最大的国际中学生学科竞赛活动，如果说体育奥林匹克是人类体能的大赛，那么数学奥林匹克则是中学生

智能的大赛。IMO 竞赛自 1959 年在罗马尼亚开展以来,已经进行了 40 多届。为了准备这一年一度的大赛,各国还要举行一些选拔赛、热身赛等等。各级数学奥林匹克(特别是 IMO)的试题一般地说是很难的。

利用古老的《周易》中的思想和符号,真的能解答现代化的数学奥林匹克试题吗?这是一个富有挑战性和趣味性的问题。

要回答这个问题,正是作者写作此书的原因。

1997 年全国高中数学联赛的命题工作由湖南省数学学会承担,笔者有幸参加了命题工作。在那山花似火、江水如蓝的岳麓山下,来自全国各地的数学奥林匹克专家们正在紧张地讨论备选试题。南开大学的黄玉民教授在会上提出了一个供选用的试题:

“有一个剧团计划下乡为农民连续演出两个月,他们准备了一批节目,要求每天演出的节目安排做到:

- (1) 每天至少要上演一个节目;
- (2) 任何两天上演的节目不能完全相同(可以有一部分相同);
- (3) 因为人员有限,不能在一天内上演全部节目。

请问:这个剧团最少要准备多少节目,才能保证完成上述计划?”