

高等教育教学参考书

JIE TI FANG FA YU JI QIAO

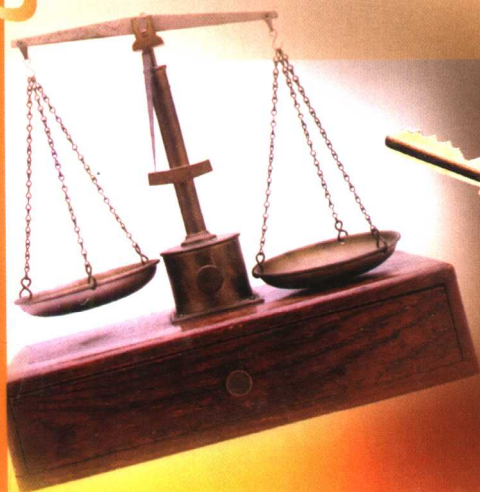
大学物理

解题方法

与

技巧

▶ 胡盘新 编著



上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书系作者根据长期教学经验,并参考国内外有关资料,把大学物理中常用的解题方法加以归纳总结而编著。全书有总论和分章讨论两部分。前者列举了常用的各种解题方法,并举例加以说明。后者按当前通用教材的结构,按章给出了每章的基本概念、基本规律、习题分类、解题方法和示例。全书精选了典型例题 200 多题,每题都附有解题思路和方法的详尽分析。

本书可供各高等学校讲授和学习大学物理的师生参考,也可作读者自学时当选的辅助读物。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理解题方法与技巧 / 胡盘新编著. —上海:上海交通大学出版社,2004

ISBN 7-313-03567-5

I. 大… II. 胡… III. 物理学—高等学校—解题
IV. O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 000841 号

大学物理解题方法与技巧

胡盘新 编著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

上海交大印务有限公司印刷 全国新华书店经销

开本:880mm×1230mm 1/32 印张:11.75 字数:333 千字

2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

印数:1~3 050

ISBN 7-313-03567-5/O·162 定价:17.00 元

版权所有 侵权必究

前 言

“物理题目难做”，这是作者经常听到的一种感叹。有的读者做了不少题目，可是一遇到新问题，却又束手无策。究其原因，一是要端正做题的目的。有的读者认为学物理就是解物理习题，有的甚至对教材内容不加复习，对基本概念和基本规律不图理解，就一头扎在题目堆里，乱套公式，拼凑答案。做习题主要是检查自己对基本概念和基本规律掌握的情况，也可以启发自己将已学的理论用于分析和解决实际问题。所以做习题必须把阅读和钻研教材内容放在首位，不能颠倒顺序，不分主次。二是要掌握正确解题方法。针对不同的问题，要采用不同的解题方法，包括思维方法和数学方法。不得其法，则事倍功半。编者有鉴于此，根据多年来积累的教学经验，并参考国内外有关资料，把大学物理中常用的解题方法加以归纳总结，撰写成本书，希望能帮助广大读者掌握物理解题方法，启迪思维，提高分析问题和求解问题的能力。

本书分为两部分，第一部分是总论，介绍大学物理中常用的解题方法，对每种解题方法都举例加以说明。第二部分是针对物理学中各种运动形式的特点，分章讨论。为了使读者方便和节省解题时间，所以在每章开头均列出本章的基本概念和基本规律，对一些基本公式一般不作详细说明。然后将每章的习题加以分类，对各类问题的解题方法作不同的介绍，并举例说明之。本书共精选典型例题 200 多题。

本书由胡盘新教授主编，参加协编的有杨绮娟、胡彬、景浩旻、董英瀚等老师。在本书的编写和出版过程中，得到了上海交通大学出版社的大力支持和帮助，在此表示深切感谢。

由于编者水平所限，书中难免存在不当之处和错误，恳请专家和读者批评指正。

胡盘新

2004 年 6 月于上海交大

目 录

总论	1
一、解题的目的	1
二、解题的要求和建议	2
三、大学物理中常用的解题方法	3
A. 矢量法	3
B. 求导法	11
C. 积分法	16
D. 建立微分方程求解法	23
E. 图解法	26
F. 补偿法	29
G. 类比法	31
H. 反证法	33
第一章 质点运动学	36
一、基本概念和基本规律	36
二、习题分类、解题方法和示例	38
1. 已知运动学方程求速度和加速度	38
2. 已知速度或加速度求运动学方程	45
3. 直线运动方程的应用	48
4. 曲线运动的切向加速度和法向加速度	52
5. 相对运动	53
第二章 牛顿运动定律	57
一、基本概念和基本规律	57
二、习题分类、解题方法和示例	59

1. 恒力作用下的直线运动	59
2. 恒力作用下的曲线运动	67
3. 非惯性参考系中物体的运动	69
4. 变力问题	72
第三章 运动的守恒定律	78
一、基本概念和基本规律	78
二、习题分类、解题方法和示例	80
1. 功的计算	81
2. 动能定理、功能原理和机械能守恒定律的应用	83
3. 动量定理和动量守恒定律的应用	89
4. 变质量问题	98
5. 质点的角动量定理和角动量守恒定律的应用	100
6. 运动守恒定律的综合应用	103
第四章 刚体力学	112
一、基本概念和基本规律	112
二、习题分类、解题方法和示例	114
1. 力矩的计算	114
2. 转动惯量的计算	116
3. 转动定律的应用	119
4. 刚体的角动量定理和角动量守恒定律的应用	123
5. 角动量守恒定律和机械能守恒定律的综合应用	127
6. 平面运动	130
第五章 振动	133
一、基本概念和基本规律	133
二、习题分类、解题方法和示例	135
1. 简谐运动的运动学问题	135
2. 简谐运动的动力学问题	142

3. 简谐运动的合成	150
第六章 波动	152
一、基本概念和基本规律	152
二、习题分类、解题方法和示例	155
1. 已知波动的表达式求有关的物理量	155
2. 已知波动的有关物理量建立波动表达式	157
3. 已知波形曲线建立波动表达式	160
4. 波的叠加	163
5. 多普勒效应	168
第七章 气体动理论	171
一、基本概念和基本规律	171
二、习题分类、解题方法和示例	173
1. 气体状态方程的应用	173
2. 理想气体内能的计算	177
3. 统计方法和气体分子速率分布律的应用	181
4. 宏观量和微观量关系式的综合应用	184
第八章 热力学	187
一、基本概念和基本规律	187
二、习题分类、解题方法和示例	189
1. 热力学第一定律的应用	189
2. 循环过程以及热效率和致冷系数的计算	195
3. 热力学第二定律的应用	201
4. 熵的计算	202
第九章 静电场	207
一、基本概念和基本规律	207
二、习题分类、解题方法和示例	212

1. 电场强度的计算	213
2. 电势的计算	226
3. 电荷在电场中受力和做功的计算	235
4. 静电平衡条件的应用	237
5. 电容的计算	240
6. 电场能量的计算	243
第十章 恒定电流	247
一、基本概念和基本规律	247
二、习题分类、解题方法和示例	248
1. 电阻的计算	248
2. 欧姆定律的应用	250
3. 欧姆定律微分形式的应用	254
4. 电流的功和功率的计算	256
5. 基尔霍夫定律的应用	258
第十一章 恒稳磁场	261
一、基本概念和基本规律	261
二、习题分类、解题方法和示例	263
1. 磁感应强度的计算	263
2. 磁场对载流导体的力和力矩的计算	279
3. 磁场力的功的计算	282
4. 洛伦兹力的计算	286
5. 磁场强度和磁化强度的计算	289
第十二章 电磁感应和电磁场	292
一、基本概念和基本规律	292
二、习题分类、解题方法和示例	294
1. 法拉第电磁感应定律和楞次定律的应用	294
2. 动生电动势的计算	298

3. 感生电动势和感生电场的计算	304
4. 自感和互感的计算	308
5. 磁能的计算	313
6. 位移电流的计算和全电流安培环路定理的应用	316
第十三章 波动光学	319
一、基本概念和基本规律	319
二、习题分类、解题方法和示例	324
1. 双缝干涉条纹的计算	324
2. 薄膜干涉条纹的计算	326
3. 单缝夫琅禾费衍射和光栅衍射条纹的计算	330
4. 光学仪器分辨率的计算	336
5. 马吕斯定律和布儒斯特定律的应用	337
第十四章 狭义相对论	340
一、基本概念和基本规律	340
二、习题分类、解题方法和示例	342
1. 相对论时间和长度的计算	342
2. 相对论动力学问题的计算	348
第十五章 量子物理	350
一、基本概念和基本规律	350
二、习题分类、解题方法和示例	353
1. 黑体辐射定律的应用	353
2. 光电效应和康普顿效应关系式的应用	355
3. 玻尔氢原子理论的应用	357
4. 德布罗意波长的计算和不确定关系的应用	360
5. 波函数的计算	362
主要参考书目	365

总 论

一、解题的目的

在大学物理教学过程中,做习题是一个很重要的环节。著名理论物理学家索末菲(A. Sommerfeld)曾写信告诫他的学生海森堡(W. K. Heisenberg,理论物理学家,量子力学的创建者,诺贝尔物理学奖获得者):“要勤奋地去做练习,只有这样,你才会发现,哪些你理解了,哪些你还没有。”由此可见,做习题的目的主要是:通过做题可以及时地发现自己对物理学的基本概念、基本原理和基本规律在理解上和应用上存在的问题,从而达到巩固所学的知识、加深对教学内容的理解。

不仅如此,解题的过程,也就是使用所掌握的知识进行分析、判断和逻辑思维的过程。根据题中所给的条件和物理现象之间相互联系的规律,经过分析,找出正确的解题线索。所以解题还可以培养分析问题和解决问题的能力。

在解题的过程中,还可以养成正确的思维习惯和良好的工作习惯。所谓思维习惯,就是指独立思考、善于估计、周到全面、有条有理、步步有据等。所谓工作习惯,就是指顽强、细心、认真、负责等。

要做适当数量的习题,并不是说做得愈多愈好,而是重在分析,务求透彻,讲究质量,提炼出解题规律和解题技巧,启迪思维,打开思路,做到举一反三,触类旁通,这是培养和提高解题能力的关键。

“大学物理”研究的运动形式是多种多样的,有机械运动、分子热运动、电磁运动以及微观粒子的运动等。各种运动形式都具有特殊性又有交互性,因此大学物理中的问题就显得比较复杂,给读者解题带来了困难。为此,编者根据长期教学经验,并参考国内外有关资料,把大学物理中常用的解题方法从数学方法和思维方法上加以归纳总结,并针

对各种运动形式的特点,对解题方法作出分章讨论,希冀能帮助读者掌握解题方法,启迪思维,提高分析问题的能力。当然,这些解题方法尚不可能归纳得齐全完备,可能挂一漏万,期盼以后再逐步完臻。

二、解题的要求和建议

为了帮助读者顺利地解物理题,提出一些要求和建议,供参考。

(1) 认真复习

做题前必须认真复习教学内容,认真钻研和理解其内容,掌握其科学规律。必须纠正先做题后看书的颠倒顺序以及死记硬背、乱套公式的错误做法。只有在认真复习的基础上做题,才能取得“事半功倍”的学习效果。

(2) 仔细审题

做题时一定要仔细审题,真正理解题意,简要写出该题的已知条件和待求的物理量。根据题意,画出必要的示意图,这样有助于疏理解题的思路。

(3) 寻找规律

抓住问题的本质,找出解题的正确途径和适合本题的全部物理规律。注意弄清所用公式或定律的物理本质、适用范围和成立条件。有时一道题往往可用不同的物理规律来求解,解题后则要加以比较其简繁。

(4) 列式求解

对给明数字的计算题一般先求文字解,在对文字解作量纲检查及合理性分析后,再代入数据,计算出数值结果。这样做便于检查计算结果是否正确。

(5) 讨论结果

对结果进行必要的讨论,常常可以加深对问题的理解,起到举一反三的效果。有的还需对结果的合理性进行讨论。

以上建议也是解题的一般顺序。只有坚持高标准、严要求,认真做好每一道题,才能培养出严谨的科学作风和素质。

三、大学物理中常用的解题方法

A. 矢量法

大学物理中,很多物理量是矢量,如位移、速度、加速度、力、动量、冲量、角动量、力矩、电场强度、磁感应强度、电流密度等。这些量运算时,常会遇到矢量的加减法、矢量的乘法(两个矢量的点积和叉积)、旋转矢量等。

矢量的加减法

矢量加减法的处理方法有二:一是几何法,即两个矢量合成的平行四边形法则或三角形法则;另一是解析法,即把每一个矢量分解为分矢量,一般按平面直角坐标系分成分矢量,将各矢量的 x 轴分量相加,各矢量的 y 轴分量相加,然后再进行合成。这个方法也称矢量的分解合成法。

【例 A-1】 在边长为 20 cm 的等边三角形的顶点上,分别放置电荷量为 $q_1 = 4.0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $q_2 = -2.0 \times 10^{-6} \text{ C}$, $q_3 = 1.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ 的点电荷,如图 A-1 所示。试求作用在 q_3 的力。

解

根据库仑定律得 q_3 受到 q_1 的作用力

$$\mathbf{F}_{31} = k \frac{q_3 q_1}{r_1^2} \mathbf{e}_1$$

q_3 受到 q_2 的作用力

$$\mathbf{F}_{32} = k \frac{q_3 q_2}{r_2^2} \mathbf{e}_2$$

式中 $\mathbf{e}_1$ 为 q_1 指向 q_3 的单位矢量, $\mathbf{e}_2$ 为 q_2 指向 q_3 的单位矢量。 q_3 受到 q_1 和 q_2 作用力的合力

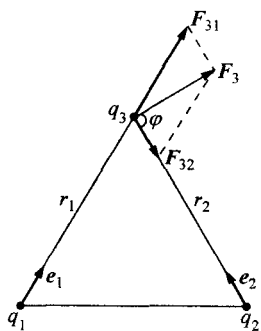


图 A-1

$$\mathbf{F}_3 = \mathbf{F}_{31} + \mathbf{F}_{32}$$

$\mathbf{F}_3$ 的大小和方向可用以下两种方法求解。

1) 几何法

$\mathbf{F}_{31}$ 和 $\mathbf{F}_{32}$ 的量值分别为

$$F_{31} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{1.0 \times 10^{-6} \times 4.0 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = 0.90 \text{ N}$$

$$F_{32} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{1.0 \times 10^{-6} \times 2.0 \times 10^{-6}}{(0.2)^2} = 0.45 \text{ N}$$

$\mathbf{F}_{31}$ 和 $\mathbf{F}_{32}$ 的方向如图所示。利用平行四边形法则,得

$$\begin{aligned} F_3 &= \sqrt{(F_{31})^2 + (F_{32})^2 + 2(F_{31})(F_{32})\cos 120^\circ} \\ &= \sqrt{(0.90)^2 + (0.45)^2 + 2 \times 0.90 \times 0.45 \cos 120^\circ} \\ &= 0.78 \text{ N} \end{aligned}$$

$\mathbf{F}_3$ 与 r_2 之间的夹角

$$\begin{aligned} \varphi &= \arctan \frac{F_{31} \sin 120^\circ}{F_{32} + F_{31} \cos 120^\circ} \\ &= \arctan \frac{0.90 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{0.45 + 0.90 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = 90^\circ \end{aligned}$$

2) 解析法

建立直角坐标系如图 A-2 所示。将 $\mathbf{F}_{31}$ 和 $\mathbf{F}_{32}$ 分解为 x 分矢量和 y 分量,则 q_3 所受的力在 x 轴和 y 轴的分量

$$\begin{aligned} F_{3x} &= F_{31} \cos 60^\circ + F_{32} \cos(-60^\circ) \\ &= 0.90 \times \frac{1}{2} + 0.45 \times \frac{1}{2} = 0.675 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{3y} &= F_{31} \sin 60^\circ + F_{32} \sin(-60^\circ) \\ &= 0.90 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 0.45 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.39 \text{ N} \end{aligned}$$

所以

$$F_3 = \sqrt{(F_{3x})^2 + (F_{3y})^2} = 0.78 \text{ N}$$

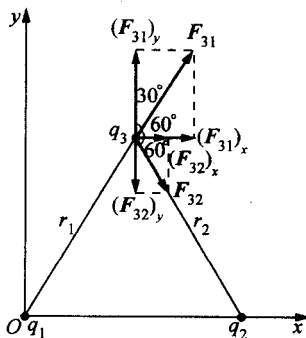


图 A-2

F_3 与 x 轴间的夹角

$$\varphi' = \arctan \frac{F_{3y}}{F_{3x}} = \arctan \frac{0.39}{0.675} = 30^\circ$$

F_3 与 r_2 之间的夹角

$$\varphi = \varphi' + 60^\circ = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$$

【例 A-2】 飞机 A 以 $v_A = 1\,000$ km/h 的速率(相对地面)向南飞行,同时另一架飞机 B 以 $v_B = 800$ km/h 的速率(相对地面)向东偏南 30° 方向飞行。求 A 机相对于 B 机的速度。

解 A 机相对于 B 机的速度

$$\boldsymbol{v}_{AB} = \boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B$$

由矢量图 A-3 解得

$$\begin{aligned} v_{AB} &= \sqrt{v_A^2 + v_B^2 - 2v_A v_B \cos \alpha} \\ &= \sqrt{(1\,000)^2 + (800)^2 - 2 \times 1\,000 \times 800 \times \cos 60^\circ} \\ &= 917 \text{ km/h} \end{aligned}$$

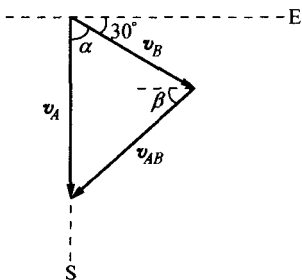


图 A-3

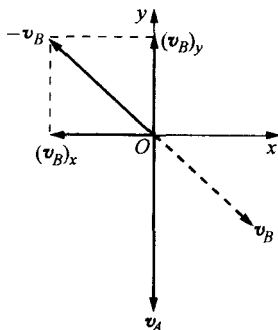


图 A-4

方向由角 β 表示:

$$\beta = \arccos \frac{v_B \cos 30^\circ}{v_{AB}} = \arccos \frac{800 \times 0.866}{917} = 40^\circ 53'$$

即西偏南 $40^\circ 56'$ 。

用解析法求解。建立坐标系如图 A-4 所示,作 $(-v_B)$ 矢量。因

$$\boldsymbol{v}_{AB} = \boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_A + (-\boldsymbol{v}_B)$$

这样

$$\begin{aligned}
 (v_{AB})_x &= (v_B)_x = -v_B \cos 30^\circ \\
 &= -800 \times 0.866 = -693 \text{ km/h} \\
 (v_{AB})_y &= (v_B)_y - v_A = v_B \sin 30^\circ - v_A \\
 &= 800 \times 0.5 - 1000 = -600 \text{ km/h}
 \end{aligned}$$

所以

$$v_{AB} = \sqrt{(v_{AB})_x^2 + (v_{AB})_y^2} = \sqrt{(693)^2 + (600)^2} = 917 \text{ km/h}$$

v_{AB} 与 x 轴间的夹角

$$\beta = \arctan \frac{(v_{AB})_y}{(v_{AB})_x} = \arctan \frac{600}{693} = 40^\circ 53'$$

矢量的乘法

两个矢量相乘,有两种结果,其结果是标量的称为标积(或称点积),如计算功、势能、电势、电磁能量、电通量、磁通量以及电场强度环流、磁感强度环流等,都要用到矢量的标积。另一结果是矢量的称为矢积(或称叉积),如计算力矩、角动量、磁感应强度、安培力、洛伦兹力以及电磁辐射强度等都要用到矢量的矢积。

有时还利用两个矢量的标积 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 0$,证明这两个矢量相垂直。

【例 A-3】 如图 A-5 所示,一质点在随位置而变的外力 $\mathbf{F} = 2y\mathbf{i} + 4x^2\mathbf{j}$ N 作用下从原点运动到 c 点,坐标为 (2, 1)。分别计算 $\mathbf{F}$ 沿下列路径所做的功。(1) 沿路径 Oac ; (2) 沿路径 Obc ; (3) 沿路径 Oc 。

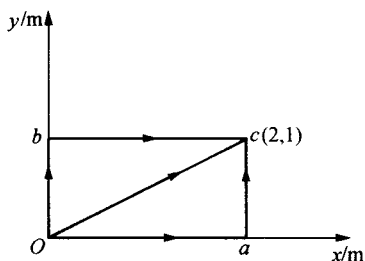


图 A-5

解 根据功的定义

$$\mathbf{A} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s} = (F_x\mathbf{i} + F_y\mathbf{j}) \cdot (x\mathbf{i} + y\mathbf{j})$$

(1) 质点沿路径 Oac 运动时, $\mathbf{F}_{Oa} = 4x^2\mathbf{j}$, $\mathbf{F}_{ac} = 2y\mathbf{i} + 16\mathbf{j}$, 所做的功

$$A_{Oac} = A_{Oa} + A_{ac} = \int_0^2 \mathbf{F}_{Oa} \cdot d\mathbf{x}\mathbf{i} + \int_0^1 \mathbf{F}_{ac} \cdot d\mathbf{y}\mathbf{j}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^2 4x^2 \mathbf{j} \cdot d\mathbf{x} \mathbf{i} + \int_0^1 (2y \mathbf{i} + 16\mathbf{j}) \cdot d\mathbf{y} \mathbf{j} \\
 &= 0 + \int_0^1 16 dy = 16 \text{ J}
 \end{aligned}$$

(2) 质点沿路径 Obc 运动时, $\mathbf{F}_{Ob} = 2y\mathbf{i}$, $\mathbf{F}_{bc} = 2\mathbf{i} + 4x^2\mathbf{j}$, 所做的功

$$\begin{aligned}
 A_{Obc} &= A_{Ob} + A_{bc} = \int_0^1 \mathbf{F}_{Ob} \cdot d\mathbf{y} \mathbf{j} + \int_0^2 \mathbf{F}_{bc} \cdot d\mathbf{x} \mathbf{i} \\
 &= \int_0^1 2y \mathbf{i} \cdot d\mathbf{y} \mathbf{j} + \int_0^2 (2\mathbf{i} + 4x^2\mathbf{j}) \cdot d\mathbf{x} \mathbf{i} \\
 &= 0 + \int_0^2 2 dx = 4 \text{ J}
 \end{aligned}$$

(3) 质点沿路径 Oc 运动时, $\mathbf{F} = 2y\mathbf{i} + 4x^2\mathbf{j}$, $d\mathbf{s} = d\mathbf{x} \mathbf{i} + d\mathbf{y} \mathbf{j}$, 所以做功

$$\begin{aligned}
 A_{Oc} &= \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int (2y \mathbf{i} + 4x^2 \mathbf{j}) \cdot (d\mathbf{x} \mathbf{i} + d\mathbf{y} \mathbf{j}) \\
 &= \int_0^2 2y dx + \int_0^1 4x^2 dy
 \end{aligned}$$

因

$$y = \frac{x}{2}, \quad dy = \frac{1}{2} dx$$

代入得

$$\begin{aligned}
 A_{Oc} &= \int_0^2 2 \frac{x}{2} dx + \int_0^2 4x^2 \frac{1}{2} dx \\
 &= 2 + 5.33 = 7.33 \text{ J}
 \end{aligned}$$

注:式中 $\mathbf{i}$ 和 $\mathbf{j}$ 为沿 x 轴和 y 轴的单位矢量, 根据矢量标积的定义 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta$, 所以 $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = 1$, $\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = 0$ 。

【例 A-4】 设一均匀磁场沿 x 轴正方向, 其磁感应强度 $B = 1 \text{ Wb/m}^2$ 。求在下列情况下, 穿过面积为 2 m^2 的平面的磁通量: (1) 平面与 yz 面平行; (2) 平面与 xz 平面; (3) 平面与 y 轴平行, 且与 x 轴成 30° 角(图 A-6)。

解 穿过面积 S 的磁通量

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$$

(1) 取 yz 面的法线方向沿 x 轴正方向, 穿过 yz 面的磁通量

$$\Phi_{yx} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos 0^\circ = 2.0 \text{ Wb}$$

(2) 因 xz 面的法线方向垂直于 $\mathbf{B}$, 故穿过 xz 面的磁通量

$$\Phi_{xz} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos 90^\circ = 0$$

(3) 当平面与 x 轴成 30° 角时, 平面的法线 $\mathbf{e}_n$ 与 $\mathbf{B}$ 间的夹角为 $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, 因而通过该平面的磁通量

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos 60^\circ = 1.0 \text{ Wb}$$

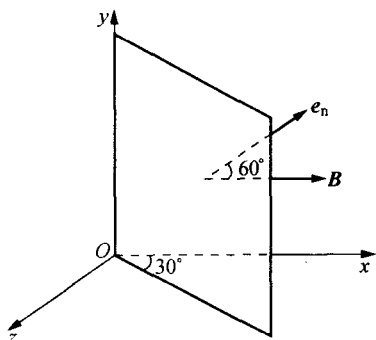


图 A-6

【例 A-5】两个质量相等的质点 A 和 B , 在同一固定平面内以相同的角速度绕着它们连线的中点作圆周运动(图 A-7(a)), 证明这两个质点对垂直于固定平面的轴上任一点的总角动量必定沿着这个轴。

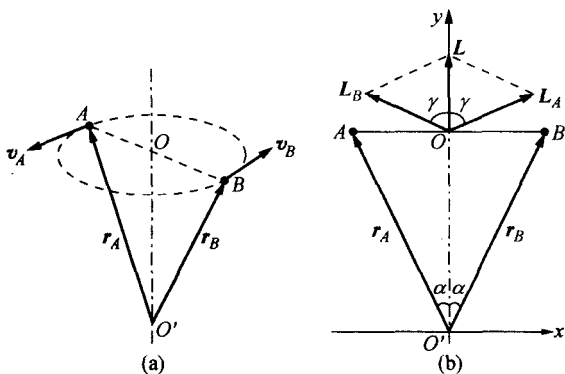


图 A-7

解 以速度 $\mathbf{v}$ 运动的质点相对于参考点 O' 的角动量

$$\mathbf{L}_0 = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$$

式中 $\mathbf{r}$ 为质点对 O' 点的位置矢量。

根据两个矢量矢积的定义 $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$, 矢量 $\mathbf{C}$ 的大小等于 $C = AB \sin \theta$, θ 为 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ 两个矢量间的夹角, 其方向垂直于 $\mathbf{A}$ 和 $\mathbf{B}$ 两个矢量所组成的平面, 指向由右手法则, 即从 $\mathbf{A}$ 经由小于 180° 的角转向 $\mathbf{B}$ 时

大拇指伸直时所指的方向决定。

若取 xy 平面是过 AB 并与旋转面垂直的平面,如图 A-7(b)所示,由于对称性,质点 A 和 B 对于 y 轴上任意一点 O 的角动量 L_A 和 L_B ,不仅大小相等,与 y 轴的夹角(即 γ 角)也相等,并且处于同一平面内,这可由 $r \times mv$ 来确定。因此,它们对点 O 的总角动量

$$L = L_A + L_B$$

必定沿着 y 轴。

【例 A-6】 在磁感应强度为 B 的均匀磁场中,有一长为 L 的导体棒以匀角速度 ω 绕 OO' 轴旋转,如图 A-8 所示。 OO' 轴与磁场方向平行。导线与磁场方向的夹角为 θ 。求导线中的感应电动势。

解 由于棒上各点的速度不同,故需用积分法计算。在棒上距 O 点取一线元 dl ,其上的感应电动势

$$d\mathcal{E} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$

这里既有矢量的矢积,又有标积。先确定矢积 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$,因 $\mathbf{v}$ 与 $\mathbf{B}$ 间的夹角为 90° ,

所以 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 的量值为 $vB \sin 90^\circ = vB$,矢量 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 的方向如图所示。

$(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ 与 $d\mathbf{l}$ 间的夹角为 $90^\circ - \theta$,因此

$$d\mathcal{E} = vB \sin 90^\circ dl \cos(90^\circ - \theta)$$

$$= vB \sin \theta dl$$

而

$$v = \omega l \sin \theta$$

所以

$$d\mathcal{E} = \omega l B \sin^2 \theta dl$$

整个棒中的感应电动势

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \int d\mathcal{E} = \int_0^L \omega l B \sin^2 \theta dl \\ &= \frac{1}{2} \omega B L^2 \sin^2 \theta \end{aligned}$$

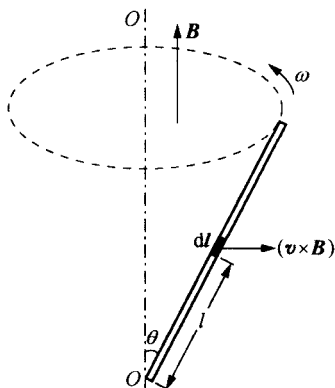


图 A-8