平 面 向 量

◉ 向量的定義(題號 1～4)

1. 設兩相異點A及B，從A到B的有向線段記爲$\overrightarrow{AB}$，它的大小爲$\overline{AB}$的長，而它的方向是由A至B所指的方向。A稱爲起點，B稱爲終點，吾人稱有向線段$\overrightarrow{AB}$爲一向量。
2. $\overrightarrow{BA}$與$\overrightarrow{AB}$的大小相等，而方向相反，亦即$\overrightarrow{BA}=-\overrightarrow{AB}$。
3. 吾人通常以$\vec{a}$來表$\overrightarrow{AB}$。
4. 零向量以$\overrightarrow{O}$表示之。
5. 設$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{b}$，若$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，則$\vec{a}=\vec{b}$。

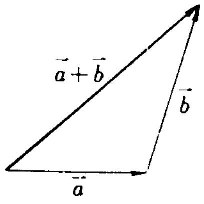
◉ 向量的加法與減法(題號 5～13)

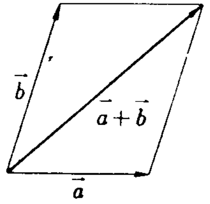
1. 向量的加法

利用三角形法或平行四邊形法：

設$\vec{a}=\overrightarrow{OA}, \vec{b}=\overrightarrow{AB}$，

則$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{OB}$

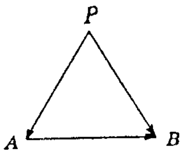




2. 向量的減法

(1) $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$

(2)如圖：$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{PB}-\overrightarrow{PA}$



3. 性　　質

設$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$爲三個非零向量，則

(1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

(2) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

(3) $\vec{a}=\vec{b}$, $\vec{b}=\vec{c}\ \Rightarrow\ \vec{a}=\vec{c}$

(4) $\vec{a}+\vec{o}=\vec{o}+\vec{a}$, $\vec{o}=[0, 0]$

4. 位置向量

設一向量以原點O爲起點，以另一點P爲終點，則稱$\overrightarrow{OP}$爲P關於O的位置向量。

5. 向量的坐標表示法與絕對值

(1) 向量的坐標表示法

設$\vec{a}=(a_1, b_1)$, $\vec{b}=(a_2, b_2)$

則$\vec{a}+\vec{b}=(a_1+a_2, b_1+b_2)$

(2) 向量的絕對值

設$\vec{a}=(x, y)$，則 $|\vec{a}|=\sqrt{x^2+y^2}$

◉ 向量的係數積(題號 14～16)

1. 若 m 爲正實數，$\vec{a}$ 爲非零向量，則 $m\vec{a}$ 與$\vec{a}$ 同方向。

2. 若 m 爲負實數，$\vec{a}$ 爲非零向量，則 $m\vec{a}$ 與$\vec{a}$ 反方向。

3. 性　　質

設$\vec{a}$, $\vec{b}$爲二非零向量, r, s 爲常數，則

(1) $r(\vec{a}+\vec{b})=r\vec{a}+r\vec{b}$

(2) $(r+s)\vec{a}=r\vec{a}+s\vec{a}$

(3) $r(s\vec{a})=s(r\vec{a})=(rs)\vec{a}$

4. 分點公式

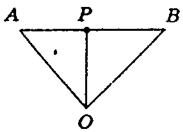
(1) 定　理

如圖：設P在$\overline{AB}$上，

O爲任意一點，若$\overline{AP}:\overline{BP}$

$=m:n$，則

$$\overrightarrow{OP}=\frac{n}{m+n}\overrightarrow{OA}+\frac{m}{m+n}\overrightarrow{OB}$$

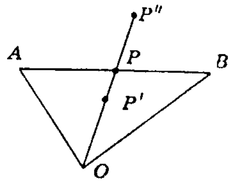


(2) 推　廣

① $\overrightarrow{OP}=r\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OB} \Rightarrow r+s=1$

② $\overrightarrow{OP'}=r'\overrightarrow{OA}+s'\overrightarrow{OB} \Rightarrow r'+s'<1$

③ $\overrightarrow{OP''}=r''\overrightarrow{OA}+s''\overrightarrow{OB} \Rightarrow r''+s''>1$



(3) 應　用

設A, B, C三點，O爲任意一點，並設

$\overrightarrow{OA}=r\overrightarrow{OB}+s\overrightarrow{OC}$,

A, B, C三點共線$\Leftrightarrow r+s=1$

◉ 向量的內積 (題號 17～175)

1. 向量的內積

(1) 定　義

設$\vec{a}=\overrightarrow{OA}=(a_1,\ a_2)$, $\vec{b}=\overrightarrow{OB}=(b_1,\ b_2)$爲任意兩個向量，且$\theta$爲此二向量的夾角，則定義$\vec{a}$與$\vec{b}$之內積爲$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$，以$\vec{a}\cdot\vec{b}$表之。

即$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$。

(2)定　理

設$\vec{a}=(x_1, y_1)$，$\vec{b}=(x_2, y_2)$，則$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$。

(3)性　質

①$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$(交換性)

②$(\alpha\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(\alpha\vec{b})=\alpha(\vec{a}\cdot\vec{b})$

③$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$

④ $|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})$

$=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}$(求長度)

⑤若$\vec{a}$和$\vec{b}$互相垂直，則$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

⑥$\vec{a}\cdot\vec{a}=|\vec{a}|^2$

(4)應　用

通常用於幾何證明題，亦可用來求長度或求夾角。

2. 單位向量

定義：設$\vec{u}$與$\overrightarrow{OA}$同方向，若$|\vec{u}|=1$，則稱$\vec{u}$爲$\overrightarrow{OA}$方向上之單位向量。

3. 向量的正射影

(1)定　義

設θ爲$\overrightarrow{OB}$與$\vec{v}$的夾角，我們規定$\overrightarrow{OB}$在$\vec{v}$上的正射影爲向量$\vec{u}=(|\overrightarrow{OB}|\cos\theta)\vec{v}$。

(2)公　式：設$|\vec{v}|=1, \vec{b}\parallel\vec{v}$，則

①$\overrightarrow{OB}$在$\vec{v}$上的正射影$\vec{u}$的長度爲

$$\begin{aligned}|\vec{u}|&=\left|\left(|\overrightarrow{OB}|\cos\theta\right)\vec{v}\right|\\&=\left|\overrightarrow{OB}\cos\theta\right||\vec{v}|\\&=\left|\overrightarrow{OB}\cos\theta\right|\end{aligned}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

② $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的正射影 = $\vec{a}$ 在 $\vec{v}$ 上的正射影

$$=(\vec{a}\cdot\vec{v})\vec{v}$$

$$=\left(\vec{a}\cdot\frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}\right)\left(\frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}\right)$$

$$=\left(\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\right)\vec{b}$$

4. 向量的線性組合

(1) 設 $\vec{i}=(1,0)$, $\vec{j}=(0,1)$ 爲二單位基底向量，
$\overrightarrow{OP}=(x,y)$ 爲任一位置向量，則 $\overrightarrow{OP}=x\vec{i}+y\vec{j}$

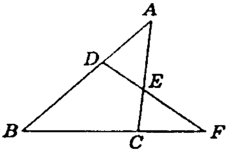
(2) 設 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 爲二線性獨立向量，即 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 不平行，若 $\vec{p}$ 爲任一向量，則 $\vec{p}$ 可表爲 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之線性組合，亦即
$\vec{p}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$，其中 α, β 爲待定係數

(3) 設 $\vec{p}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$，則待定係數 α, β 的解法分析如下：

① 利用「分點公式」解之 ⇒ 先找出三點共線
設 $\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，
若 A, B, C, 三點共線 ⇔ $x+y=1$ 來解之。

② 利用向量的加法或減法
利用「平面上任一個向量都可以表示爲二個線性獨立的向量（即二個非零且不平行的向量）的線性組合，且其表示法唯一」。

③ 孟氏定理
設 $\triangle ABC$ 中，三邊上各取一點
D, E, F, 使 $\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DB}}\cdot\dfrac{\overline{BF}}{\overline{CF}}\cdot\dfrac{\overline{CE}}{\overline{EA}}=1$
則 D, E, F 三點共線，反之亦眞。



④ 帥氏定理

設 D, E, F分別是$\triangle ABC$之三邊$\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$上之三點，

則 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 三線共點$\Leftrightarrow \dfrac{\overline{AF}}{\overline{FB}}\cdot\dfrac{\overline{BD}}{\overline{DC}}\cdot\dfrac{\overline{CE}}{\overline{EA}}=1$

5. 三角形心的問題

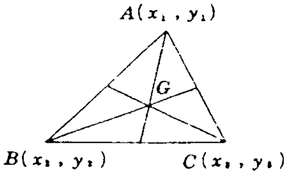
設$\triangle ABC$中，$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$

(1) 若G爲其重心時，O爲平面上之任一點，則

① G之坐標

$$=\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

② $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}$



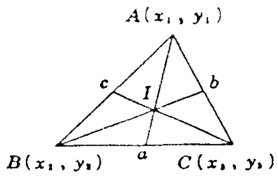
③ $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

④ $a\triangle GAB=a\triangle GBC=a\triangle GCA$

(2) 若 I 爲其內心時，$\overline{AB}=c$, $\overline{AC}=b$, $\overline{BC}=a$, O爲平面上任一點，則

① I之坐標$=\left(\dfrac{ax_1+bx_2+cx_3}{a+b+c}, \dfrac{ay_1+by_2+cy_3}{a+b+c}\right)$

② $\overrightarrow{OI}=\dfrac{a}{a+b+c}\overrightarrow{OA}+\dfrac{b}{a+b+c}\overrightarrow{OB}+\dfrac{c}{a+b+c}\overrightarrow{OC}$



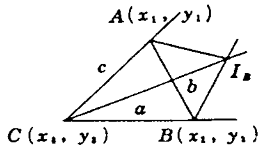
③ $\overrightarrow{AI}=\dfrac{b}{a+b+c}\overrightarrow{AB}+\dfrac{c}{a+b+c}\overrightarrow{AC}$

④ $\triangle IAC:\triangle IAB:\triangle IBC=b:c:a$

(3) 若 I_B爲$\triangle ABC$在$\angle B$內部之傍心，則

① I_B之坐標$=\left(\dfrac{ax_1-bx_2+cx_3}{a-b+c},\ \dfrac{ay_1-by_2+cy_3}{a-b+c}\right)$

② $\overrightarrow{OI_B}=\dfrac{a}{a-b+c}\overrightarrow{OA}+\dfrac{b}{a-b+c}\overrightarrow{OB}+\dfrac{c}{a-b+c}\overrightarrow{OC}$



③ $\overrightarrow{BI_B}=\dfrac{a}{a-b+c}\overrightarrow{BA}+\dfrac{c}{a-b+c}\overrightarrow{BC}$

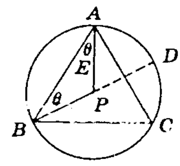
④ $a\triangle I_BAB:a\triangle I_BBC:a\triangle I_BCA=c:a:b$

(4) 若P爲外心時，則

① $|\overrightarrow{PA}|=|\overrightarrow{PB}|=|\overrightarrow{PC}|$

② $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2$

③ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2$



(5) 若H爲其垂心時，則

① $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

② $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AH}$

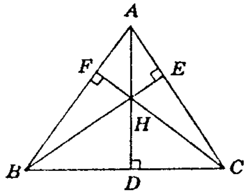
③ 若P爲外心，且$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PH}$，

則H恰爲$\triangle ABC$之垂心。

④ $|\overrightarrow{HA}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2$

$=|\overrightarrow{HB}|^2+|\overrightarrow{CA}|^2$

$=|\overrightarrow{HC}|^2+|\overrightarrow{AB}|^2$

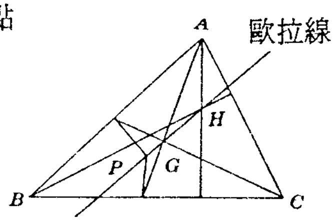


(6) 歐拉線

外心P，重心G，垂心H三點共線稱爲歐拉線且

① $\overrightarrow{GH}=2\overrightarrow{PG}$

② $\overrightarrow{PH}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}$



◉ 直線與面積 (題號 176～208)

1. 直線的參數式

(1) 設直線L過$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$兩點，則 L之參數式

爲 $\begin{cases} x=x_1+(x_2-x_1)t \\ y=y_1+(y_2-y_1)t \end{cases}$, $t\in R$

(2) 設直線過點$A(x_0, y_0)$，斜率爲 m，則L之參數式爲

$\begin{cases} x=x_0+t \\ y=y_0+mt \end{cases}$

2. 兩直線的夾角

設 L_1：$a_1x+b_1y+c_1=0$，其斜率爲m_1,

L_2：$a_2x+b_2y+c_2=0$，其斜率爲 m_2,

L_1與L_2之交角爲 θ，

則 $\tan\theta=\left|\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right|$

3. 角平分線

設 L_1：$a_1x+b_1y+c_1=0$, L_2：$a_2x+b_2y+c_2=0$，則 L_1, L_2之交角的平分線爲：

$$\frac{|a_1x+b_1y+c_1|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=\frac{|a_2x+b_2y+c_2|}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

4. 距離

(1) 點$P(x_0, y_0)$到直線L：$ax+by+c=0$ 之距離爲

$$\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(2) 兩平行線L_1：$ax+by+c_1=0$, L_2：$ax+by+c_2=0$

之距離爲 $\dfrac{|c_2-c_1|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

5. 面積公式

(1) $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, $P_3(x_3, y_3)$ $\Rightarrow$ $\triangle P_1P_2P_3$的面積

$$=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{matrix}\right\|$$

(2) $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$，……，$P_n(x_n, y_n)$爲順時鐘方向之 n 個點 $\Rightarrow$ 多邊形$P_1P_2\cdots\cdots P_n$的面積

$$=\frac{1}{2}\left\|\begin{matrix} x_1x_2\cdots\cdots x_nx_1 \\ y_1y_2\cdots\cdots y_ny_1 \end{matrix}\right\|$$

6. 面積比

(1) 設G爲$\triangle ABC$之重心，則

$a\triangle GAB=a\triangle GBC=a\triangle GCA$

(2) 設I爲$\triangle ABC$之內心，且$\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$，

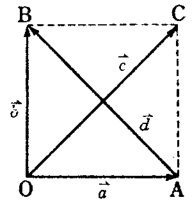
則 $a\triangle IAB$：$a\triangle IBC$：$a\triangle ICA=c:a:b$

(3) $\triangle ABC$內部一點P若滿足 $l\overrightarrow{AP}+m\overrightarrow{BP}+n\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{O}$，

則 $a\triangle PAB$：$a\triangle PBC$：$a\triangle PCA=n:l:m$

1 Ⅱ 四 ★

右圖$OACB$爲正方形，試作下列各向量：



(1) $\vec{a}+\vec{c}$

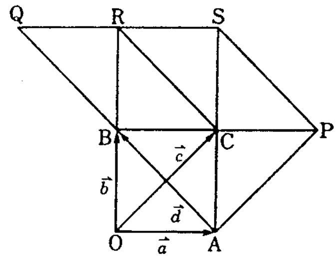
(2) $\vec{b}+\vec{d}$

(3) $\vec{c}+\vec{d}$

(4) $\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}$

【詳解】 如右圖，作正方形$BCSR$，

平行四邊形$BCRQ$, $CRSP$，



(1) $\vec{a}+\vec{c}=\overrightarrow{OP}$

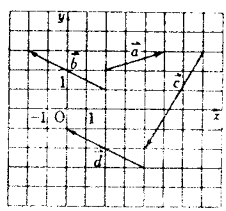
(2) $\vec{b}+\vec{d}=\overrightarrow{OQ}$

(3) $\vec{c}+\vec{d}=\overrightarrow{OR}$

(4) $\vec{a}+\vec{c}+\vec{d}=\overrightarrow{OS}$

2 Ⅱ 四 ★

將右圖的向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$各以坐標表示法表示之，並求各向量的大小。



【詳解】 $\vec{a}=(3,1)$, $\vec{b}=(-4,2)$,

$\vec{c}=(-3,-5)$, $\vec{d}=(-4,2)$

$|\vec{a}|=\sqrt{10}$, $|\vec{b}|=2\sqrt{5}$

$|\vec{c}|=\sqrt{34}$, $|\vec{d}|=2\sqrt{5}$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

3 Ⅱ 四 ★

將下列各向量以坐標表示法表示之，並求各向量的大小。

其中$\vec{i}$, $\vec{j}$爲單位向量。

(1) $3\vec{i}+4\vec{j}$

(2) $\vec{i}-\vec{j}$

(3) $-2\vec{j}$

【詳解】 (1) $(3, 4)$，長度$=5$

(2) $(1, -1)$，長度$=\sqrt{2}$

(3) $(0, -2)$，長度$=2$

4 Ⅱ 四 ★

設 $\vec{a}=\overrightarrow{PQ}$，而起點$P$，終點$Q$的坐標如下，試求$\vec{a}$的坐標表示法。

(1) $P(0, 0)$, $Q(3, 4)$

(2) $P(3, 4)$, $Q(0, 0)$

(3) $P(2, -3)$, $Q(5, 6)$

(4) $P(-2, 3)$, $Q(2, -1)$

【詳解】 (1) $\vec{a}=(3, 4)$

(2) $\vec{a}=(-3, -4)$

(3) $\vec{a}=(3, 9)$

(4) $\vec{a}=(4, -4)$

5 Ⅱ 四 ★

若 $\vec{a}=(5, 3)$, $\vec{b}=(2, 5)$，且 $\vec{a}+\vec{c}=2\vec{b}$ ，求向量 $\vec{c}$ 。

【詳解】 $\vec{c}=2\vec{b}-\vec{a}$

$=2(2, 5)-(5, 3)$

$=(-1, 7)$

6 Ⅱ 四 ★

坐標平面上 $O(0, 0)$, $A(2, 1)$, $B(3, -1)$, $C(1, 2)$，且設 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ 。試求下列各向量的坐標表示法。

(1) $\vec{a}-2\vec{b}$

(2) $2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$

(3) $\vec{a}-(\vec{b}-\vec{c})$

【詳解】 (1) $\vec{a}-2\vec{b}=(-4, 3)$

(2) $2\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=(2, 5)$

(3) $\vec{a}-(\vec{b}-\vec{c})=(0, 4)$

7 Ⅱ 四 ★

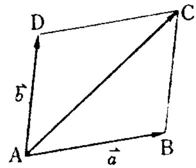
由向量和的定義，

證明 交換律和結合律：

(1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$

(2) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

【**證明**】 (1) 作平行四邊形$ABCD$(如圖)



設$\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$

$\because\quad \overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\vec{b}$ ………… ①

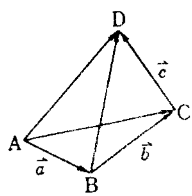
$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}=\vec{a}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

$=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}$ ………… ②

$\therefore\quad \vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ ………… ③

(2) 如圖$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$



$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$

$\overrightarrow{CD}=\vec{c}$

$\because\quad \vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

$\therefore\quad (\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}$ ………… ④

$\because\quad \vec{b}+\vec{c}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BD}$

$\therefore\quad \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}$ ………… ⑤

由④, ⑤得 $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ …… ⑥

注 意 (1) 如果$\vec{a}$, $\vec{b}$在同一直線上($\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$)，證明的過程和結果仍然不變。

(2) 如果$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$中任兩向量爲平行，證明的過程和結果仍然不變。

8 Ⅱ 四 ★

由向量的加法，求向量$\vec{v}$的加法單位元素和加法反元素。

【詳解】 $\because \quad \vec{v}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{v}=\vec{v}$

$\therefore \quad \vec{0}$為加法單位元素

$\because \quad \vec{v}+(-\vec{v})=(-\vec{v})+\vec{v}=\vec{0}$

$\therefore \quad \vec{v}$加法反元素為$-\vec{v}$

9 Ⅱ 四 ★★

任兩向量$\vec{a}$, $\vec{b}$，

證明 $\left||\vec{a}|-|\vec{b}|\right| \leq |\vec{a}+\vec{b}| \leq |\vec{a}|+|\vec{b}|$

【證明】 如圖$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AB}$

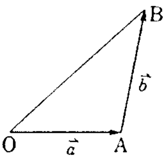
$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{OB}$

$\because \quad |\overline{OA}-\overline{AB}| \leq \overline{OB}$

$\leq \overline{OA}+\overline{AB}$

$\therefore \quad \left||\vec{a}|-|\vec{b}|\right| \leq |\vec{a}+\vec{b}|$

$\leq |\vec{a}|+|\vec{b}|$



10 Ⅱ 四 ★★

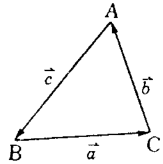
證明 若$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$三向量中任兩個都不平行，且$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{o}$，則$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$三向量可圍成一個三角形。

【證明】 如圖，設$\vec{a}=\overrightarrow{BC}$, $\vec{b}=\overrightarrow{CA}$

則$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$

$=\overrightarrow{BA}$

$=-\overrightarrow{AB}$



$\because\ \vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$

$\therefore\ \overrightarrow{AB}=\vec{c}$

故得證

11 Ⅱ 四 ★★

任意四點A, B, C, D，

證明 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

【證明】 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})+(\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{BC})$

$=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB})+(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BC})$

$=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB})+(-\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC})$

$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$

12 Ⅱ 四 ★

在三角形ABC中，

證明 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

【證明】 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{CA}$

$=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CA}$

$=\overrightarrow{AA}$

$=\vec{0}$

13 Ⅱ 四 ★

任意向量$\vec{a}$, $\vec{b}$ ，若$\vec{a}+\vec{x}=\vec{b}$ ，則$\vec{x}=\vec{b}+(-\vec{a})$，試證明之。

【證明】 $\because\ \vec{a}+\vec{x}=\vec{b}$

$\Rightarrow\ (\vec{a}+\vec{x})+(-\vec{a})=\vec{b}+(-\vec{a})$

$\because\ (\vec{a}+\vec{x})+(-\vec{a})=[\vec{a}+(-\vec{a})]+\vec{x}$

$=\vec{x}$

$\therefore\ \vec{x}=\vec{b}+(-\vec{a})$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com