

中学数学教学参考资料选辑

第一輯



江苏人民出版社

中学数学教学参考资料选辑

第一辑

江苏省教育厅教材编辑室编

*

江苏省书刊出版营业许可证出〇〇一号

江苏人民出版社出版

南京湖南路十三号

江苏省新华书店发行 江苏新华印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 2 5/8 字数 63,000

一九六三年四月第一版

一九六三年四月南京第一次印刷

印数 1—3,600

统一书号：7100·1589

定 价：(6)二角三分



目 录

中小学数学课的基础知识和基本技能的培养·····	关肇直 (1)
在中学数学教学中对讲授基础知识进行基本训练的 一些体会·····	崔 益 (10)
从学解析几何谈打好数学基础的重要性·····	纪 思 (25)
试谈中学数学课中培养学生的逻辑思维问题·····	韩克敬 (33)
谈谈中学数学教学中的函数和函数概念的教学·····	閻 杭 (51)
一元一次方程的教学·····	吳世煦、张述尧等 (63)
平面几何的推理论证问题·····	向 明 (77)

中小学数学課的 基础知识和基本技能的培养

关 肇 直

数学这门科学，一方面它是具有独特的研究对象的一門科学，另一方面它又是許多科学所使用的一种方法或工具。从研究对象上说，它是研究现实世界中的空間形式和量的关系的科学。同时，“在自然界中，质的变化……只有由于物质或运动(所謂能量)的量的增加或减少才能发生”，“沒有物质或运动的增加或减少，即沒有有关的物体的量的变化，要变化它的质是不可能的”(恩格斯：《自然辯证法》，人民出版社 1955 年版，40 頁)，所以研究自然界事物的变化，可以，并且必要通过它的量的变化来了解。从而数学是认识自然所必須使用的一种工具。数学在教育中所以成为一門基础課，原因也正在于此。

既然它本身是一門具有独特的研究对象的科学，在历史上，在这門科学里积累了丰富的知识。同时，无论从这門科学本身来说，或从它作为别的科学所常使用的一种工具来说，它里面也积累了一些独特的方法。因此各級数学教育都应具备这两方面，讲授数学这门科学中的基础知识和培养訓練这门科学的基本技能。在中小学和高等学校的数学教育中，这种基础知识和基本技能的范围当然很不相同：这里只就个人的了解谈谈中小学数学課中的基础知识和基本技能的几个主要方面。

首先我們必須注意，数学既是各級教育中的一門基础課，它的設置絕對不單純是为了培养数学专家的。同时，即使在高等

学校中有专为培养数学专家設置的专业，要使培养出来的人能够在我国社会主义建設中起更好的作用，必須使他們不仅仅获得数学这門科学的一些知识，还要使他們了解数学在整个科学体系中的地位和作用，使他們知道数学在人类的知识中，在人类运用他們的知识改造自然当中能起什么作用。因此，我們先讨论一下中小学数学中各个学科是起怎样的作用的。

我們学习和研究自然科学，无非是为了认识自然和改造自然。为了认识某一自然现象，不但要从质的变化来认识它，也要从量的变化来认识它，而且由于量与质的互相转化，这二者是互相結合，不可分割的。要从量的变化来了解某一现象，必須先考察一下表现这一现象的特征的有哪些个量，以及这些量有无办法来量测。例如在谈到物体在地心引力作用下下落的所謂自由落体的规律时，我們要知道这物体在不同时刻的位置（从某个位置量起）或它在不同时刻的速度；在研究天体运行规律时，主要要知道各天体在不同时刻所占据的位置；在考察某一化学反应时，要知道反应前后各有几种参加反应的化合物以及它們各有多少，等等。

由此看出，从最簡單的問題说起，这里涉及两个問題，即大小多少的量测以及位置的表达。

最簡單的多少概念是从物体的个数来的。这就是可以“数出个数”来的量，例如一个羊群中的羊头数，某生产队的某种生产工具的个数等等。这种最初用来表达多少的概念就是自然数，这是在很古的时候人类在生产实践中，为了对所获得的生活資料加以量的估計而获得的概念。随着自然数概念的产生，也逐渐有了相应的加減乘除等基本运算。其后，例如在商业实践中，为了表达收入和支出，表达贏余和亏损等等，就获得了負数的概念。

在生产实践中，人类也发现还有另一种量，它是不能“数出个数”来的，例如长度、重量、温度，等等。举长度为例，我們最初

只能比較两个物体的长短,即只能粗略地知道哪个长,哪个短。随着人类在生产实践中经验的积累,人們逐漸从任意两个物体的相互比較过渡到把任何物体同一个固定的物体相比較,也就是取这个固定的物体的长度作标准长度,叫做长度单位。当所要量的物体的长度不恰好是长度单位的整数倍时,我們就要把长度单位細分成更小的长度单位,于是获得分数和有尽小数的概念。在一定的問題中,分到足够細,也就足用了。例如在日常生活中,尺分十寸,寸分十分,而到了分,对于一般用途已是足够精确的了。

但由于我們对自然界的认识逐渐精密,很多技术上的問題要求准确度很高的量測。例如现在研究原子核内部結構就接触到一些很小的量;这时不但用尺嫌太大,即使用分,也都过大。这时,我們要用到 10^{-13} (即小数点后面第 13 位是 1, 以前各位都是 0) 厘米以下的长短。人类对自然界的认识的精确度是无止境的。在今天,我們认为 10^{-13} 厘米已是比較微小了,但再过一些时候,人类对于微观世界的认识更深刻了, 10^{-13} 厘米仍嫌太大。我們就有再进一步細分的必要。于是从人类整个认识过程来看,而不是从认识的某一特定阶段来看,我們对自然界的认识既然是可以无限地日益精密,我們就必须設想上述那种量測也是可以无限地日益精确的。也就是说,有必要无限地細分下去。于是引进了无尽小数的概念。由此可以看出,在量測的某一特定結果中,无论精确到什么程度,量測的結果永远用有理数(有尽小数或一般的分数)表达,即被量測的长度是所取的单位(例如尺)的有理数倍。但为了表达量測精确度可以无限地改进这一事实,我們获得了实数的概念(即凡用无尽小数表示的数),用实数表达被量測的长度。在一特定量測中,受到所能达到的精确度的限制,只能精确到“小数点后若干位”,从而所考虑的长度用有理数近似地表达。实数則表达在人类认识的无限过程中,可以无限地

冲破任何精确度的限度，从而得出被量测的长度的准确值来。这里我們多说了一些，因为清楚地理解有理数和实数的关系，它们的实际意义，乃是在数学課中培养辩证唯物主义世界观的一个很好的例子。同时，在初等数学中，曲线（例如圓周）长度、曲线（例如圓）所围面积、曲面（例如球面、錐面、柱面）表面积、曲面所围立体（例如球体、柱体、錐体）的体积等的計算，也是建立在同样的基础上的，而且清楚地理解了这些，极限概念就没有什么神秘了①。

由上述可见，为了找到量的量测的表达，我們就要有自然数、整数、有理数、实数的概念。再进一步，要表达这些量的关系，就要有关于这些数的运算，首先是最简单的加減乘除等运算，这些就构成了算术这一門課的基本內容。

前面已经说过，要认识一种自然现象的量的变化，还有一个重要問題，乃是要知道一个物体在不同时刻所占据的位置，这种在不同时刻所占据的不同位置构成了空間的曲线和曲面，其中最简单的是直线和平面，多角形和多面体，圓和球，柱面，錐面等等。这些就是最简单的几何图形，成为初等几何学的讨论对象。

在最简单的一些問題中，有些量是已知的，有些量是未知的。根据問題的內容（这又往往是根据一些最简单的自然规律），可以知道已知量与未知量的关系，从而从这关系就可以由已知量計算出未知量来。这也就是初等数学中的解方程的問題。

自然界的事物是不断变化的，因而我們所要考虑的量也是变化的。世界中各个对象或各个现象是互相密切联系着，互相依賴着，互相制約着，从而我們要考慮到的量不仅是各个在变化，而且在变化过程中是互相依賴、互相制約着的。这种变量間的互相依賴关系的最简单的表现，就是所謂函数。例如物理规律

① 詳細的讨论，請参看关肇直：《关于高等数学中辯証法問題的几点体会》。

《自然辯証法研究通訊》，1959，1，28—31 頁。

中的“热胀冷缩”，从定量方面看来，乃是物体大小与温度之间的函数关系。在一定范围内，物体的长度可以表示成温度的一次函数： $l(t)=l_0(1+\alpha t)$ （ l 表长度， t 表温度， α 叫做物体的线涨系数， l_0 是温度 0°C 时的长度）。最简单的函数也是初等数学的研究对象——这里涉及各种初等函数。

为了适应解方程而建立起来的代数运算、代数方程求解以及初等函数的研究，就是中学数学中代数课的主要内容。

物体位置怎样表达呢？其中一个重要办法乃是借一组数表示。例如在直线上点的位置可以用点对线上定点的距离来表示，从而用一个实数表示，实数的正负表示在这条直线上的两个不同方向。平面上的点用两个数来表示，最常用的是直角笛卡尔坐标和极坐标。这样形和数统一起来，我们可以借数的演算来研究几何图形的性质，反过来也可以通过几何图形的性质对一些代数演算获得更多的了解，这就是解析几何学的内容。其实，用数的演算表达平面几何图形的性质的一个更方便的办法，乃是运用复数，而实际上，复数正是用来表达平面上点的位置的数： $z=x+\sqrt{-1}y$ ， x, y 是实数， (x, y) 即是点的笛卡尔直角坐标，或 $z=\rho e^{i\theta}$ ， ρ, θ 是实数（ $i=\sqrt{-1}$ ）， (ρ, θ) 乃是点的极坐标。把一个数乘上 $z=\rho e^{i\theta}$ ，就是把这数所表达的点沿这点与坐标原点的连线伸长（或缩小，看 $\rho>1$ 或 <1 来决定） $\rho:1$ 倍，并从此连线起按反时针方向旋转角度 θ 。把一个数加上复数 $z=x+iy$ ，就是把这数所表示的点沿横向移动 x ，沿纵向移动 y 。这样，利用复数的运算，初等平面几何的许多定理的证明就可以化简，问题也往往容易解决。同时，通过复数的运用可以对初等平面几何作一总结，即全等形的理论乃是讨论简单图形在刚体变换（平移和旋转） $z\rightarrow az+b$ （这里 $|a|=1$ ）之下不变的性质，相似形的理论乃是讨论在变换 $z\rightarrow az+b$ （ a, b 是任意复数）之下不变的性质。掌握了这一些，不但对初等平面几何学

了解得更深刻,而且对复数的了解也就更深刻.实际上,在日后学习高等数学时便可认识到,复数的主要作用正是用来研究平面问题的,例如研究流体的平面流问题,弹性力学的平面问题,等等.平常学习初等代数只注重讲引入复数是为了使二次代数方程必有根,这实际上并不是最主要的.把复数和上述的平面几何结合起来,就打破了学生对“虚数”产生的神秘感觉,对于日后应用虚数也大有好处.目前,这部分知识是否就放入教材,当然还有待于讨论和试验,但至少中学教师们掌握这一点,对于他的教学也是很有益的.

通过数量变化了解图形性质还有许多其它方面.例如面积体积计算也是一个例.又在平面几何学中沒有着重研究一个三角形中各个量(即三个角和三个边长)之间的依赖关系.三角学正是这样作的一门学问.例如平面几何学只谈到在一三角形中,对大角的边也大,而在三角学中,就进一步把边和角的大小依赖关系研究清楚了.

综合上述,中小学数学课的基础知识就是指上述的那些,即包括自然数、整数、有理数、实数和复数的演算法则,代数运算法则,代数方程求解,平面和空间中简单几何图形的性质与面积体积计算,三角形中角与边长的大小依赖关系,等等.以数形相结合为对象的解析几何学与通过实数与圆面积和周长等的计算所必然引入的极限概念初步介绍,形成了初等数学到高等数学的过渡.在中小学数学课中要使学生掌握这些基础知识,以便在毕业后,在实际工作中能比较灵活地运用这些知识,或为将来学习高等数学乃至其它科学技术打下必要的基础.

数学这门科学有它自己的独特方法,同时又是许多自然科学所不可缺少的一种工具.因此,给中小学学生讲授数学,不仅是要传授给他们上述知识,还要使学生学会这门科学中的方法,以及掌握这种方法作为在其它科学技术中解决问题的一种工

具。有时会把这一点忽略。因为科学是不断发展的，任何人不单纯是把前人的知识记下来，而更重要的是继承和发扬前人所掌握的方法，以便在遇到新的问题时能灵活运用。因此，学习数学，记忆公式和背诵成法乃是一种很坏的学习方法。这在各級数学教育中必須予以充分注意。

我认为，在中小学数学課中，在基本技能方面主要的是培养演算計算技巧，空間想象力和邏輯思維能力。

演算計算技巧包括各种基本运算的熟练，代数式的演算（包括恒等式变换，不等式的运算），数值（近似）計算等。这些方面都要达到尽可能熟练的程度。所謂熟能生巧，在数学課里也特別應該注意。空間想象力，主要是指善于辨識和想象复杂的图形，以便通过这种想象来获得問題的鎖钥。特別对立体图形的辨識，是需要很好地培养的。有些数学家认为在数学方面的才能，开始时就表现在善于把复杂的代数式通过恒等变换来化簡，善于寻求解方程的巧妙方法，善于想象出复杂立体图形（例如一个正立方体与过体的中心并与一个对角线垂直的平面相交出来的图形）等等的能力，这是有一定的道理的。我們測驗一个少年的数学才能如何，不是看他已学过，甚至于能背诵多少数学知识，而是看看他在已肯定学过的初等代数和初等平面几何范围内解决一些問題的能力如何。甚至对一个高等学校毕业生来说，如果他说学过的許多都忘了，但对解决一些初等几何或初等代数的問題表现出一定的才能，只要帮他复习，他会很快地跟上去。反过来，尽管他觉得他懂得很多，但对解决这类初等問題表现出无能力，那末要想跟上去，就要花很大力气了。

培养邏輯思維能力，是数学課所应培养的基本技能之一。近几年来，对这点似乎有不少爭论，主要表现在对欧几里得几何系統的看法上。这里似乎有一些誤解，即只看到欧几里得几何系統可以培养邏輯思維，并把欧几里得系統看作是尽善尽美的；或

者全盘否定欧几里得系统，甚至连带也否定了建立在“综合方法”（指与利用代数演算的解析方法相对立的方法）之上的平面几何与立体几何。这两种看法各走极端，都是错误的。近几年来的教学实践证明，不培养学生掌握“综合方法”中的推证能力，企图用基于不完整的经验事实代替系统的几何知识，或全部用有时是极为繁杂的代数演算代替这种推证，不但把数学课的培养逻辑思维能力这一作用大大减弱，而且对于学生学习简单的几何知识本身也是非常不利的。这样作，尤其有害的，是使学生会不懂逻辑推理之为何物，将来在实际工作中，会养成一种坏习惯，单凭一些不可靠的直觉或片面不完整的经验武断地提出一些自以为是的结论来，这样来从事科学工作，是与严肃性、严格性、严密性的要求不相符的，是非常有害的。反过来说，对欧几里得公理系统一成不变，以为只有这样才能培养学生的逻辑思维能力，也是错误的，因为尽管通过欧几里得所总结出来的平面几何知识乃是人类从生产实践中获得的知识概括，从而是反映一定客观现实的真理，但欧几里得原本的表达形式却并不是理想的，不仅希尔伯特 1899 年的几何学基础的出版使我们更好地看出欧几里得公理系统的缺陷，从我个人过去的教学实践中曾看到，即使初中二、三年级的优秀学生也能发现欧几里得公理系统的不严格。当然，在中学教学，目前还没有可能和必要用希尔伯特的公理系统代替欧几里得的系统，但为了使更快更好地获得初等平面几何的知识，适当修改欧几里得的系统，避免某些不太必要的烦琐推证，而同时又不损伤整个平面几何教学的功能，试想和试行一些改革，是完全有必要和可能的，可以改的是平面几何知识的欧几里得表达形式，而不是平面几何知识本身。这点必须区分清楚。

关于逻辑推理，还有一些往往被忽略的事情，即培养学生的逻辑推理能力，不应只理解成从公理系统推导一些定理的演绎

推理的能力，而是指邏輯思维的多个方面。平常学生学习数学时，最喜欢問，这个定理是怎样得来的，或这个定理的证明是怎样想出的。目前数学教科书的习惯写法是不谈这方面的，而总是突如其来的把定义或定理叙述出来，或把证明一步一步罗列出来。虽然有不少优秀的有经验的教师是会給学生讲清楚，这个定理是在怎样基础上得到的，或其证明是怎样想出来的；但也有不少教师一般是照书宣讲，甚至給学生讲例题也是照书本所写的按部就班推证，这种教学，是不会使学生得到应有的邏輯推理的鍛炼的。这个缺点不仅存在于中小学数学教学中，而且也相当广泛地存在于高等数学教学中。为了培养学生独立思考能力，必須大力改变这种情况。过去讲平面几何作图題时，常采用分析方法，即通过对問題的分析找到作图的途径，然后再按照这途径作图，最后給出正式的证明。这种方法也可用到数学的别的部分去。近来也有些課本注意到这一点，在证明之前讲一段分析。我想这种方法还可以采用得更普遍。希望国内很多富有经验的优秀教师多把他們这方面的经验写出来，帮助广大的教师，掌握这种启发式的教学方法。这样就可以使得学生在課堂上跟着老师思想，使他們感觉到这种证明是必然的，而不是只有天才能想出，而我們只能背誦。生硬地把书本上的证明灌輸到学生的头脑中，即使学生能背誦一时，过去一些时候就会忘記，結果連学过的知识也不会运用，更不用说独立思考了。

不但几何学可以这样作，代数以及其它数学課，凡不是着手方法很明显的地方，都应该这样作。这样，归納与演繹，分析与綜合等等各种邏輯推理的运用才能比較全面地反映出来，学生才能真正得到邏輯推理方面的鍛炼。

上述各种技能的获得，当然不只是单单靠讲课所能达到的。这里必須重視习题的作用。这点大家很熟悉，在这里不細谈了。

（选自《人民教育》1962年第2期）

在中学数学教学中对讲授 基础知识进行基本训练的一些体会

崔 益

在《中学数学教学大纲(修订草案)》的第一段说明中,就明确地指出了“中学数学教学的目的是教给学生有关算术、代数、几何和三角的基础知识,培养他们应用这些知识解决各种实际问题的技能和技巧,发展他们的逻辑思维 and 空间想象力。”从我们的具体实践中,也深深体会到只有使学生牢固的掌握数学的基础知识和获得必要的基本技能,才能够真正提高教学质量。

基础知识与基本训练是密切联系着和互相依赖着的,是不可分割的统一体。就基础知识与基本训练的内容来看也是相对的,譬如说,学生从低一级学校升入高一级学校学习,从一年级升入二年级学习,由这一个学期转入下一个学期学习,由这一个单元进入下一个单元学习,等等;其基础知识与基本训练的内容应当是在相对的基础上规定与提出的。正象我们爬楼梯一样,是要以一级一级为基础才能爬到楼上去一样。当然在这些基础知识与基本训练当中还应有其最基本的内容。

基础知识与基本训练是不可分割的(但是在具体完成这项任务的时候,在某种意义上说它却又可分成两个不同的步骤)。因为只有掌握了基础知识的基础上才能谈基本训练,但是熟练的技能技巧等等基本训练反过来也对基础知识的理解与掌握起着积极作用。一般的说,我们在给学生讲清讲透基础知识的过程,往往也就是对学生进行基本训练的过程。因此把它分开

来谈，也只是为了叙述方便。

几年来我們在党的三面紅旗照耀下，按照大纲和教改精神，进行了一些摸索和試探，也曾走了些弯路，得到了些教訓，但是也有了些肤浅的体会，謹提出如下。

一、关于如何讲清讲透基础知识問題

我們知道，任何事物都是按照由量变到质变这一辯证规律发展的。人們的认识也是这样，所謂讲清讲透基础知识也就是要使学生对所学知识由感性认识提高到理性认识的問題。因为知识的传授者只停留在感性认识阶段，則学生在思想上就不能形成深刻的概念，这样的知识是经不住任何考验的。只有在給学生以感性认识以后，再经过反复深透，分析对比，相互联系抓住了問題本质，再经过系統归类，实践运用，验证等等一系列的活动，最后才有可能促进和加速学生在由感性认识阶段上升为理性认识阶段的质变过程。所以我們认为教师讲清讲透基础知识只是完成了整个教学过程中的第一个环节，当然这也是最重要的一个环节。而最終目的却是要使学生掌握这些基础知识，换句话说也就是使这些基础知识能确实的被每一个学生所掌握，并且使之成为他們自己的东西。下面举出一些例子，说明我們的作法。

(一)由旧課引进新課，从具体到抽象 先从具体实例观察、分析开始。我們认为一方面可以从学生已学过的較熟悉的知识出发，有意识的推导出新的概念或結論，学生易于接受。另一方面也是培养学生邏輯推理能力，思維能力，全面考察問題分析問題能力的过程，在这一基础上归納出一个新的結論。例如我們在讲数列的极限定义这节课时，我們是这样安排的。

考察以下数列：哪些是有穷数列，无穷数列？哪些是递增数列，递减数列，摆动数列？哪些是有界数列，无界数列？

$$1) 1, 4, 9, \dots;$$

$$2) \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots;$$

$$3) 2+1, 2+\frac{1}{2}, 2+\frac{1}{3}, \dots;$$

$$4) 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \dots;$$

$$5) 0.9, 0.99, 0.999, \dots.$$

上述問題弄清以后又提出：

在实数軸上表示出上述 1), 2), 4) 三个数列前五項在实数軸上的位置(如图 1)。

然后教师就照图 1 引导学生分析, 特別強調图 1 中 1) 和 2)

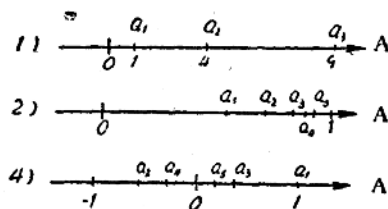


图 1

各項在实数軸上的位置与原点距离, 它們都是当項数无限的永远取下去时, 可以想象得出它們在实数軸上的位置离原点的距离将是愈来愈远的, 这是相同点. 但也不难看出数列 1) 的各項, 当項数愈往后取, 其在数軸上的位置就会离原点愈远, 并且可以无限制的远下去. 而数列 2) 則不然, 虽说它也是当項数愈大其在数軸上的位置离原点也愈远, 但是再远也永远不能超出单位 1 这个界限, 并且还不能够等于单位 1. 这样分析、讲解, 不仅使学生对旧知识——无穷, 递增, 无界或有界数列的界又一次留下了一个鮮明的印象, 而且对将要进行的新課——数列的极限打下了一个有力的基础. 弄清了問題 (2) 后, 又提出了第三个問

題:

(3) 在实数軸上表示出数列 5) 的前五項:

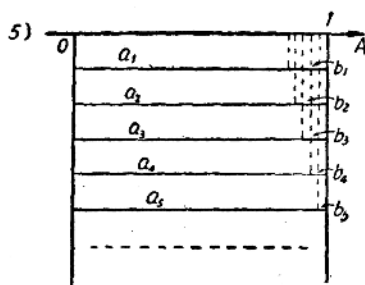


图 2

我們采取了象图 2 这样的表示方法，一方面说明这个数列和数列 2) 是类似的，它們都是无穷、递增、有界数列，另一方面則可較方便的提出数列 5) 的每一項与单位 1 的差的絕對值也可以組成一个无穷数列，并且排成下表(图 2 的 b 线段是放大的)。

每次取到的量	每次取到的量与常数 1 之差
$a_1=0.9$	$1-a_1=b_1=\frac{1}{10}$
$a_2=0.99$	$1-a_2=b_2=\frac{1}{100}$
$a_3=0.999$	$1-a_3=b_3=\frac{1}{1000}$
$a_4=0.9999$	$1-a_4=b_4=\frac{1}{10000}$
$a_5=0.99999$	$1-a_5=b_5=\frac{1}{100000}$
.....	
.....	

学生通过上表会很容易发现数列 5) 的各项与单位 1 的差的绝对值组成的是一个无穷、递减、有界数列。然后教师向学生指出如果所取的项数愈往后则其与单位 1 的差的绝对值就会愈小,可以小到什么程度呢? 得出可以小到任意小的已知正数。最后再由教师指出能否小到 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ……。

在分析了上述三个问题以后,把观察到的规律和特点归纳出了三点(由数列 5) 得出:

(1) 在这个无穷、递增、有界 0.9, 0.99, 0.999, …… 数列里,存在一个常数 1。

(2) 我们指定任意小的一个已知正数 ε , 都可以在这个无穷数列里找到一项 a_N , 使 $|a_N - 1| = \varepsilon$ ①。

(3) 当 $n > N$ 时, 并且 $|a_n - 1| < \varepsilon$ 。

接着可以指出这个常数 1, 如果具备了上述条件,我们就说常数 1 是这个无穷数列的极限。

上述三个问题讲完后,就把数列的极限定义分布出来,并和数列 5) 分析的特点,规律——印证,印证以后再强调一下上述结论 (2), 主要要靠它起检验作用,如果离了它则极限就不好确定了。

我们改用了上述教法后,学生当堂绝大多数都已理解了,并且掌握了分析过程中得出的规律和特点,而且也能用自己语言叙述。

(二) 提出反面问题,帮助学生弄清概念 只靠课堂内细致讲解,还不能使学生在认识上一下子来一个质变,从而到达理性

① 并不是在所有情况下, N 这一项与常数之差的绝对值恰好等于 ε 的, 我们考虑到学生在学这一部分时, 往往对 N 与 n 弄不清楚, 所以我们采取了上面的办法, 实践证明是有好处的, 只是在第二节课讲到课本上的例 2, 例 3 时再强调说明一下就行了。