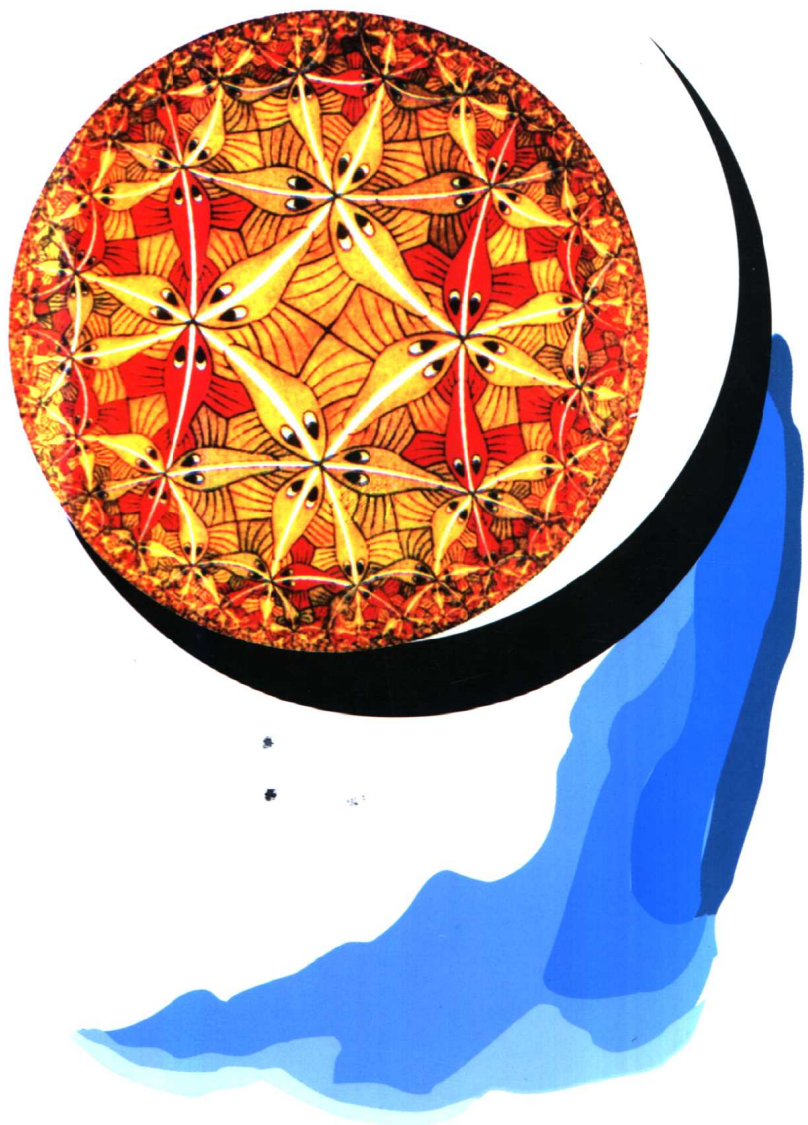




普通高等教育十五国家级规划教材

数学的美与理

张顺燕 编著

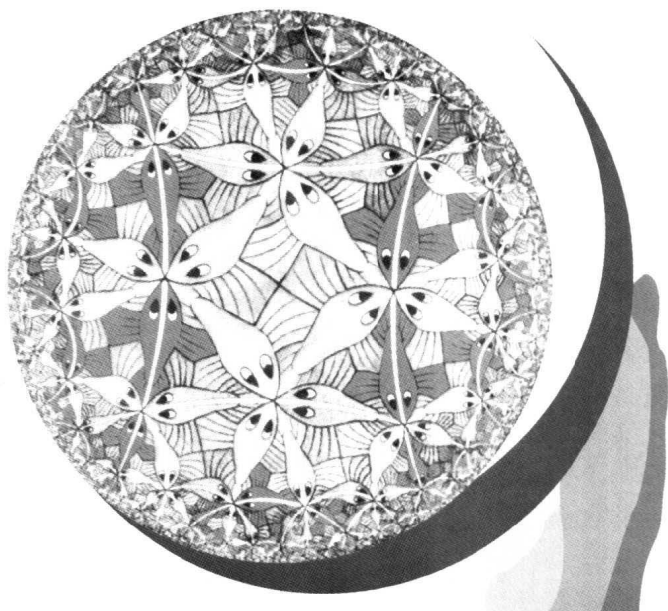


 北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

通高等教育十五国家级规划教材

数学的美与理

张顺燕 编著



 北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学的美与理/张顺燕编著. —北京: 北京大学出版社, 2004.7

普通高等教育“十五”国家级规划教材

ISBN 7-301-07354-2

I. 数… II. 张… III. 数学-作用-高等学校教材 IV. 01-0

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第032027号

书 名: 数学的美与理

著作责任者: 张顺燕 编著

责任编辑: 刘 勇

标准书号: ISBN 7-301-07354-2/G·1224

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村 北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 理科编辑部 62752021

排 版 者: 北京高新特打字服务社 51736661

印 刷 者: 北京大学印刷厂

经 销 者: 新华书店

787mm×960mm 16开本 18.5印张 390千字 插页12页

2004年7月第1版 2004年7月第1次印刷

印 数: 0001-4000 册

定 价: 26.00 元

判天地之美，析万物之理。

——庄子

数学是自然的语言。

——伽里略

我们的世界是所有可能的世界中最好的。

——莱布尼茨

自然律必须满足审美要求。

——爱因斯坦

数学不仅拥有真理，而且还拥有至高的美

——一种冷峻而严肃的美，正像雕塑

所具有的美一样……。

——罗素

内 容 简 介

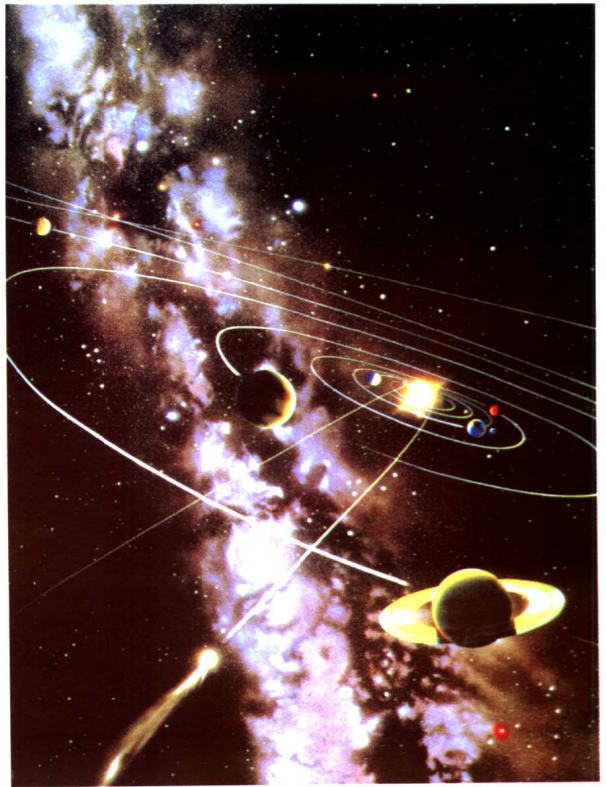
本书是高等院校大学生素质教育通选课的教材,适合于大学本科不同系列,不同年级的学生,包括没有高等数学基础的文科一年级学生。作者不追求数学理论的严整性,而是漫步于数学王国,从不同侧面、不同角度阐述数学思想和数学方法,并讲述数学与艺术的相互促进,数学与人文科学的日益加深的联系。

书中点评了数学史上的一些重大事件,如欧氏几何、解析几何、微积分、非欧几何等数学分支诞生的意义及对人类文明的深刻影响。论证了蜚声古今的数学名题,如古典几何三大难题、孙子定理、百鸡问题等。书中还增加了“数学家介绍”,供读者追慕、赞赏、学习和超越这些做出卓越贡献的科学家。

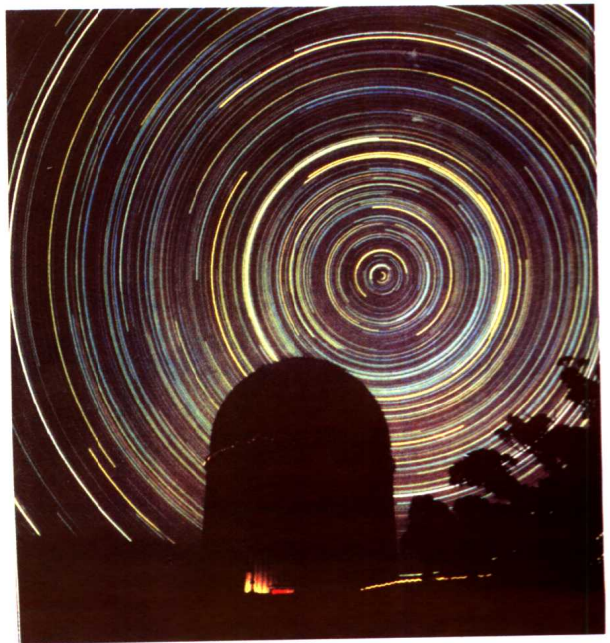
从书中,我们可以领略和吸取千秋沧桑锻造出的不朽思想,人类文明结晶出的伟大智慧。

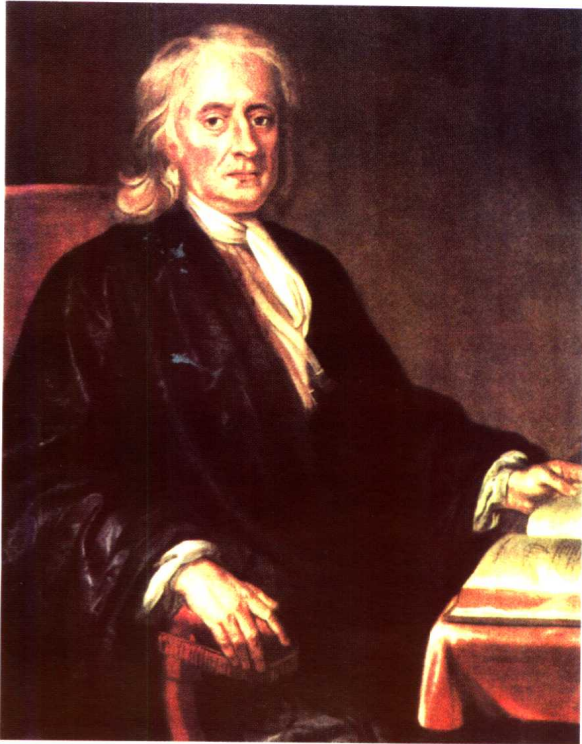
本书可作为高等院校文理科各专业大学生通选课的教材,也可供大学数学教师及数学工作者、科技工作者阅读,还特别适合于高中学生、中学数学教师及数学爱好者阅读。

彩图1 太阳系的今天 [美] K.魏末 绘
约46亿年前，地球和月亮以及太阳系的其他天体先后形成，终于有了今天的模样。带环的土星显而易见，在它上方的蓝色行星正是地球

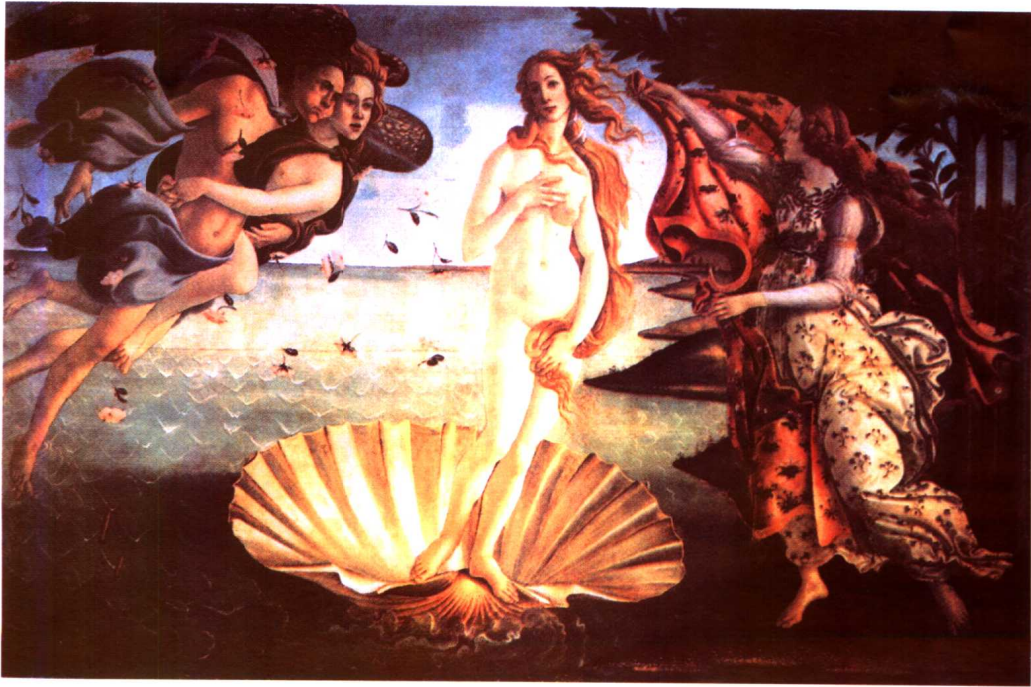


彩图2 地球自转的“脚印”
把照相机向着天空中的南极长时间露光，恒星由于地球自转在底片上留下了许多圆弧，就是地球自转的“脚印”





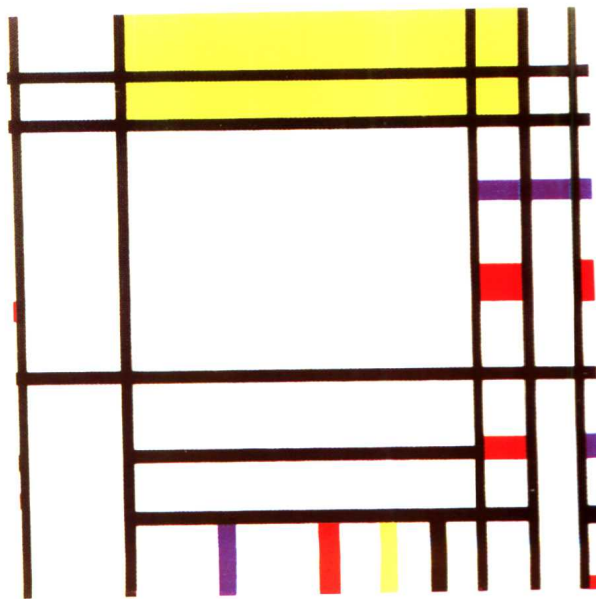
彩图 3 牛顿
牛顿 (Newton, Sir Isaac(1642—1727)), 英国数学家和物理学家, 17 世纪科学革命的顶峰人物



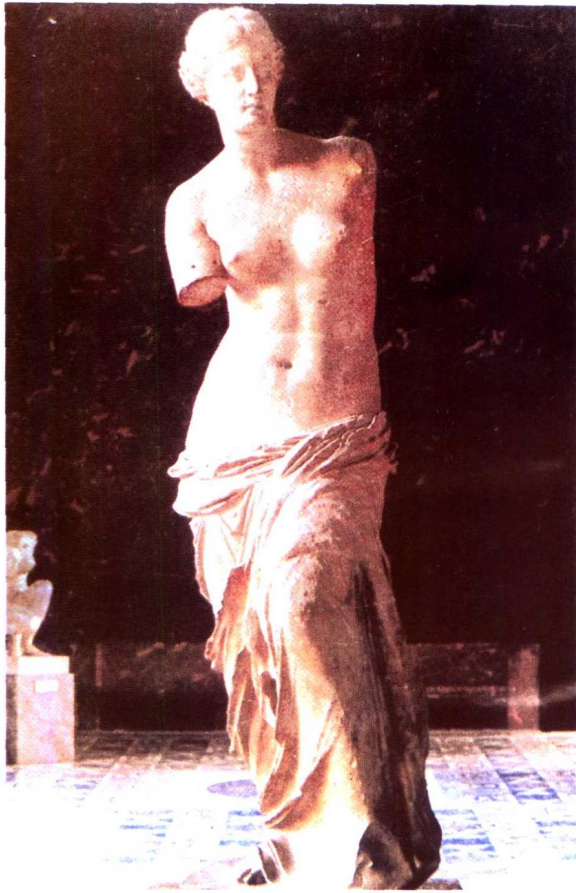
彩图 4 维纳斯的诞生 波提切利 (1484)



彩图5 圣徒杰罗姆 (1480—1482)
达·芬奇木版，未完成画版



彩图6 黄金分割 Piet Mondrian(1872—1944),
抽象几何派画家



彩图 7 米洛的维纳斯 希腊 公元前 4 世纪



彩图 8 金门重逢 乔托 (Giotto, 1270—1337)



彩图 9 圣方济之死 乔托 (Giotto, 1270—1337)



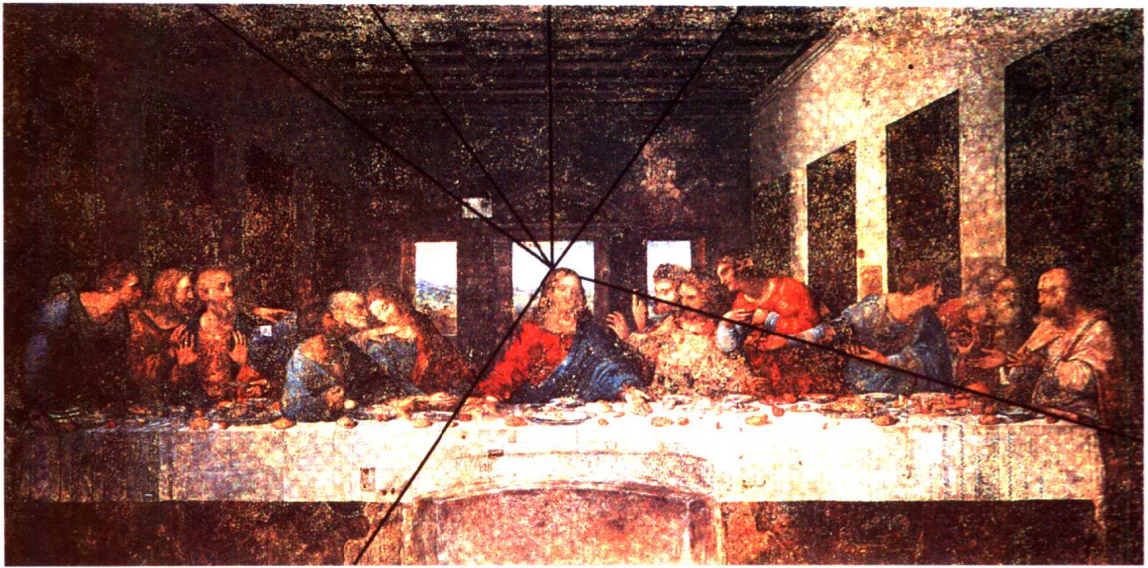
彩图 10 竹 郑板桥



彩图 11 达·芬奇 自画像 约1512年



彩图 12 耶稣受难图
弗朗西斯卡, 1460年



彩图 13 最后的晚餐 达·芬奇 (1452—1519)



彩图 14 雅典学院 拉斐尔 (1483—1520)



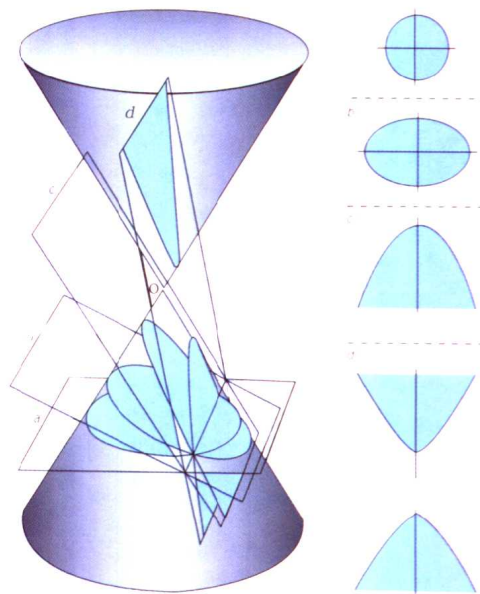
彩图 15 林荫道 霍贝玛



彩图 17 圆的极限Ⅲ 埃舍尔



彩图 16 2002 年世界数学家大会会徽, 北京



彩图 18 圆锥截面图

序

北京大学的素质教育通选课于2000年9月开设,开设以来深受广大同学的欢迎,也受到教育界的关注。作者开设了其中的一门,课程名称叫做《数学的精神、方法和应用》。对象是全校本科生,包括从文科一年级到理科四年级的不同系别、不同年级的学生。学生的数学背景差异极大,对课程的内容安排构成巨大的挑战:内容不能深,如果深了,文科学生必然跟不上;思想力度不能弱,如果弱了,理科学生,特别是高年级理科学生,必然会无所收获。如何面对这一挑战?安排什么样的内容才可使来自不同系别的学生都有所收获?下面就来谈谈作者的看法和实践。

古希腊人讲,万物皆数也。两千年的科学发展史也一再证明了这一论点。特别是20世纪以来,数学以前所未有的速度深入到自然科学、社会科学以及文化艺术的各个领域,并且从上层的思维方式一直贯穿到底层的技术细节。而这种形势并没有为中国文化界所充分了解。这就构成了这门课的思想基础。

经过再三考虑,我们把它开成了一门数学文化课,即从哲学的、历史的和文化的角度讲述数学文化的发展及其对人类文明的影响。

首先,我们把哲学放在指导的地位。哲学与数学之间的交互影响是人类文化中最深刻的部分。B. Demollins 说得好:“没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度;而没有两者,人们什么也看不透。”哲学为人类文明提供了理性精神,而对理性精神贯彻最彻底的是数学。数学中提出的问题又促进了哲学的发展。

其次,数学史上的重大里程碑是本课程的重要组成部分。数学史为我们提供了广阔而真实的背景,为数学整体提供了一个概貌,使不同的数学分支的内容互相联系起来,并且与数学思想的主干联系起来。这是理解数学的内容、方法和意义,培养学生鉴赏力和创造力的最好方法。

第三,数学文化是人类文化中最深刻的部分之一。讲述数学文化与人类文明的交互影响是本课程的重要任务之一。这个影响正在沿着深度和广度两个方向扩展。数学在经济学中的应用已是众所周知的事情。心理学、历史学、考古学、语言学、社会学等学科也正在广泛地使用数学。学生在大学期间就应当知道,未来的科学将向什么方向进展,这些科学需要什么样的新知识和新工具,数学在他们的学术生涯中将起到什么样的重要作用。

我们不但讲述数学文化,而且讲述方法论。方法论构成本课程的另一个重要内容。近代方法论起源于培根和笛卡儿。培根提倡归纳法,笛卡儿提倡演绎法。他们的方法论对近代科学的发展起了重大的推动作用。数学方法论是一个数学与哲学的交叉领域,其目的在于研究数学发现和发明的原则,并由此领悟其他学科的发明原则。它既涉及数学内容本身的辩证性质,也涉及人类思维过程的辩证性质。方法论学得好,可以使人由愚变明,由弱变强,思路开阔,善于联想,使思维规范化,从而提高学习和工作效率。

课程内容的一部分来自作者的《数学的源与流》,细心的作者会发现它们之间的联系与不同。

如何考核学生是对课程的另一挑战。作者采用的方式是让学生以论文方式写对课程的体会和收获。学生投入了很大的热情去完成论文。论文的选题、内容、以及组织与行文都很优秀。这就促使我在2002年选出部分论文集成册,名叫《心灵之花》,由北京大学出版社出版。这一行动得到了北京大学教务部领导、数学科学学院领导、北京大学出版社领导的大力支持和关怀。这一方式或许值得介绍,因为目前本科生表现自己才能的机会太少了。

本书是一个学期的授课内容,每周两学时,曾在北京大学使用过四次,在首都师范大学使用过两次。在每次实践过程中,对内容都有补充和删节,这次成书又作了不少修改。讲课和写书不是一回事。如有老师使用本书,请根据本校具体情况作删节或补充。本书已修改过多次,每次都发现不少问题,但也不能永远修改下去——丑媳妇总得见公婆。现在出版,作为抛砖引玉吧。欢迎读者提出批评并指出错误,以便再版时修正。

北京大学出版社刘勇同志对本书的出版给以极大的关心和帮助,作者致以衷心的感谢。

作 者

于北京大学燕北园

2004年3月12日

目 录

第一章 绪论	(1)
§1 关于素质教育	(1)
§2 美与真	(2)
§3 数学是思维的工具	(3)
§4 数学的特点	(4)
§5 数学提供了有特色的思考方式	(5)
§6 数学教育中的弊病与应对	(5)
6.1 数学教育中的弊病	(5)
6.2 数学教育中的应对	(6)
§7 初等数学回顾	(7)
§8 学习原则	(8)
§9 数学与就业	(11)
§10 当前数学科学发展的主要趋势	(12)
初中文凭,独步中华——华罗庚	(13)
第二章 数学与人类文明	(15)
§1 自然数是万物之母	(15)
1.1 三个层次	(15)
1.2 古希腊的数学	(16)
§2 数学与自然科学	(17)
2.1 宇宙的和諧	(17)
2.2 物理学	(21)
2.3 生命的奥秘	(22)
§3 数学与人文科学	(24)
3.1 数学与西方宗教	(24)
3.2 数学与西方政治	(25)
3.3 人口论	(28)
3.4 统计方法	(28)
3.5 诺贝尔经济学奖与数学	(30)
3.6 选票分配问题	(31)
一个叛逆的宇宙设计师——哥白尼	(33)
风骨超常伦——伽利略	(33)

宇宙的顺序——开普勒	(34)
第三章 透视画与射影几何	(36)
§1 绘画与透视	(36)
1.1 绘画体系	(36)
1.2 一个标准,两种风格	(37)
1.3 黄金分割	(37)
1.4 希腊的数学精神与裸体艺术	(41)
1.5 新的时代,新的艺术	(42)
1.6 引入第三维	(43)
1.7 郑板桥画竹	(44)
1.8 数学的引入	(45)
1.9 艺术家丢勒	(47)
1.10 数学定理	(47)
1.11 名画挂在什么地方	(49)
1.12 对透视体系的议论	(49)
1.13 完美的结合,艺术的顶峰	(50)
1.14 从艺术中诞生的科学	(53)
性灵出万象——达·芬奇	(54)
§2 射影几何浅窥	(55)
2.1 点列与线束的透视关系	(55)
2.2 椭圆、双曲线和抛物线作为圆周的投影	(57)
2.3 无穷远点的引入	(57)
2.4 射影平面	(58)
2.5 交比	(60)
2.6 调和比	(62)
2.7 含无穷远点的交比	(62)
2.8 四条直线的交比	(63)
2.9 对偶原理	(63)
2.10 三个美妙的定理	(64)
直觉主义的先驱——帕斯卡	(66)
第四章 音乐之声与傅里叶分析	(67)
§1 音乐——听觉的艺术	(67)
1.1 送往天外的音乐	(67)
1.2 多维艺术	(68)
§2 音律的确定	(68)
2.1 乐音体系	(68)
2.2 古希腊音律的确定	(69)