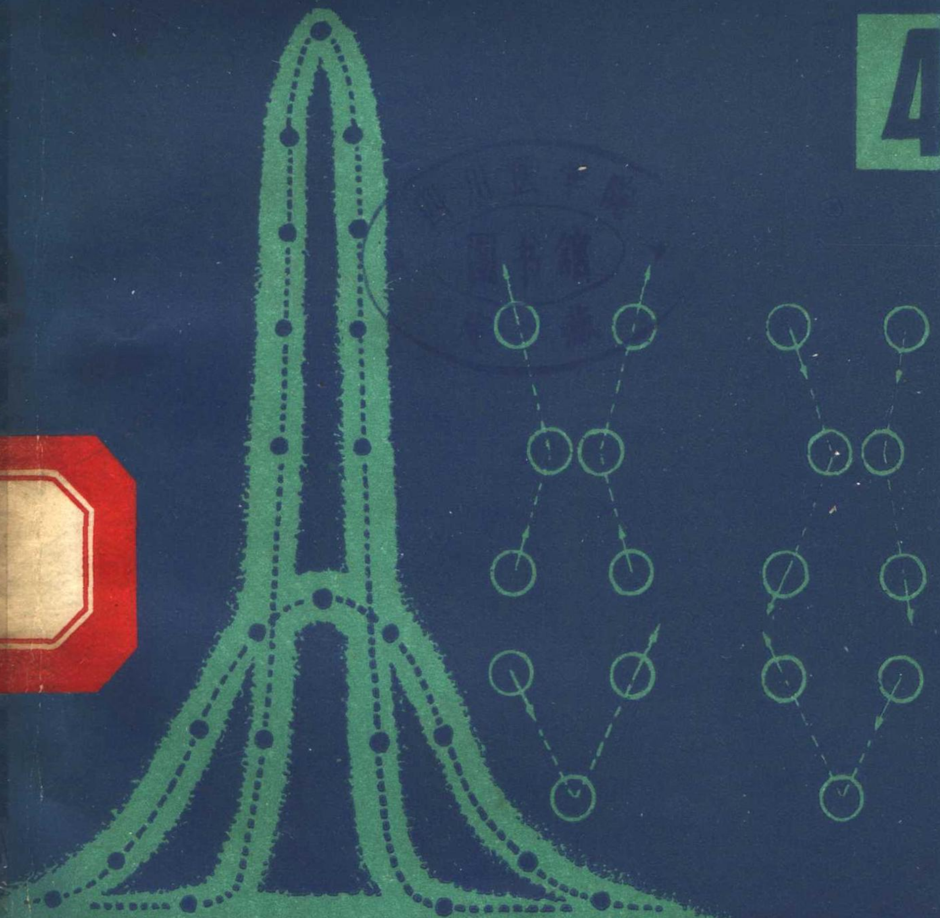
PSSC 物理

摘要与题解

4



封面设计：邱云松

«PSSC物理» 摘要与题解（第四册）

四川人民出版社出版　　重庆印制一厂印刷

四川省新华书店重庆发行所发行

开本 850×1168 毫米 1/32　印张 9.5　字数 229 千

1983 年 5 月第一版　　1983 年 5 月第一次印刷

印数：1—6,100 册

书号：7118·684　　定价：0.87 元

前　　言

《PSSC 物理摘要与题解》第四册，是美国物理教学研究会所编写的《PSSC 物理高等课题补充教材》（第三版）的摘要与全部习题解答，它在《PSSC 物理摘要与题解》第一、二、三册的基础上，进一步讨论了一些较重要的物理概念，解答了一些相应的有趣而重要的问题.这对读者全面了解《PSSC 物理》教程，及其在改革初等物理学的体系、内容和深入浅出地讲解近代物理学一些基本问题等方面所作的贡献，很有帮助．它可以作为高中物理教学的参考书，也可作为大学物理的介绍性读物.

在读第四册各章内容的时候，最好是对照第一、二、三册的有关部分．下面列出各相应部分的对照表：

第一章　角动量.	第二册，第十六章　势能.
第二章　不可逆过程；第三章　熵.	第二册，第十七章　分子运动，内能和能量守恒.
第四章　速率、能量和质量；第五章　速率、时间和长度.	第三册，第二十五章　光子.
第六章　原子、分子和原子核；第七章　原子的变化和原子核的变化.	第三册，第二十七章　物质波.

附录实验引导，读者若能试着去做一做并研究其结果，是会有收益的.

本册采用了由万克琳、余万能、杜梦陆、王佳丽、林正其和陆开选等同志提供并经过修改的部分题解，摘要部分参考了中译本.

王忠亮　一九八二年十月

目　录

第一章　角动量和角动量守恒

一、摘　　要

等面积定律

匀速圆周运动和行星绕日的椭圆运动，作用力都是有心力，即每一种作用力都指向空间一个定点，其定点分别是圆心和椭圆的一个焦点．已经发现，开普勒等面积定律在这两个例子里都是成立的．

图1-1（两张闪光照片）示出悬挂在天花板上的一个磁铁棒另一个固定磁铁棒的场中运动的两个例子，图 1-2 是装置的详图．若在照片上进行必要的测量就能确信等面积定律对这两个例子也

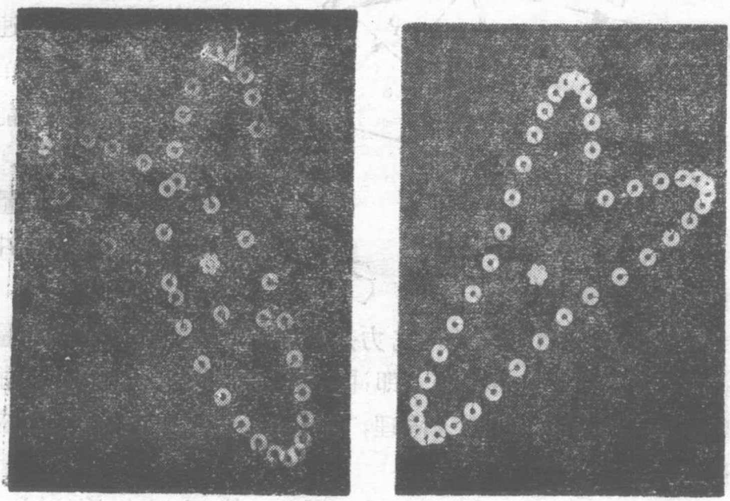


图　1—1

(a)　　　　　(b)

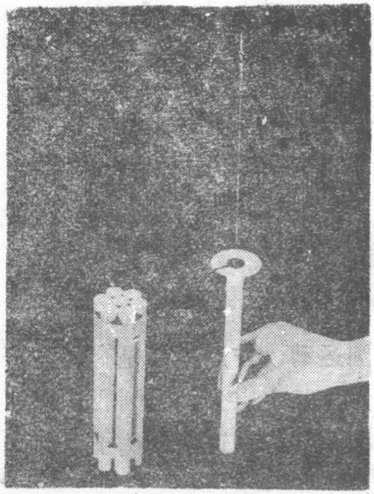


图 1—2

是适用的.

在任何有心力作用下的一切运动，等面积定律都成立，它是直接从牛顿运动定律推出的. 为此，设想一个运动物体，每隔一秒钟受到一次短促的、任意大小的推动力，每次推动都指向一个固定的中心. 图 1-3 示出物体可能经历的一个轨道，它从 A 出发，以匀速经单位时间移动到 B；在 B 点受到另一个向着 O 的推力使它移动到 C；在 C 点再次受到另一个向着 O 的推力使它移动到 D. 因为每次冲击力都隔相等的时间，因而可以选取一种特定的速度尺度，使得在适当单位制里 **AB**，**BC**…… 能直接表示物体的速度. 图中用点线示出的矢量是在 B、C……各点冲击力所引起的速度改变Δ**V**.

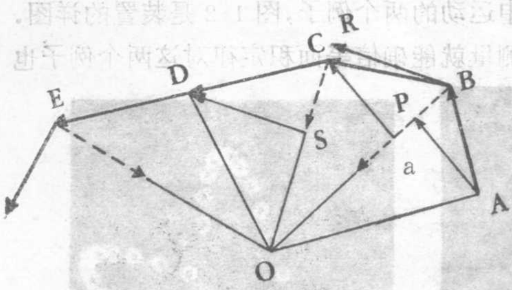


图 1—3

因为物体在 B 点受到的冲击力是在 **BO** 方向，所以速度矢量 **AB** 垂直于 **BO** 的分量保持不变. 即冲击前矢量 **AB** 的分量 **AP** 与冲击后矢量 **BC** 的分量 **QC** 应相等. 同理，在C点，速度矢量分量 **BR** 应等于速度矢量分量 **SD**.

位移矢量在单位时间内所扫过的面积，等于三角形OAB，OBC，OCD……的面积. 先看三角形OAB 和 OBC，它们有公共

底OB，它们的高AP和QC是相等的，所以二者的面积相等．同理，其余的所有三角形面积都相等．因此，等面积定律成立．上述证明中的关键步骤的根据是相继的冲击力都是有心力，而每秒钟冲击多少次，以及冲力多大都不关紧要．

对于物体在有心力的连续作用下沿着曲线路径运动，可以用许多直线段组成的路径来近似地表示，并可对这种短直线构成的曲折路径应用上述的证明．所取的直线段越短(段数越多)，曲折路径就越接近真实路径，以至接近到我们所希望的程度，从而证明了等面积定律对于在有心力作用下的一切运动都成立．

角动量

可以把等面积定律看作是伽利略惯性定律的推广．在任何（不平衡的）力都不出现时，一个物体的速度保持不变．在有心力出现时物体的速度要改变，但从力心引出的位移矢量与速度的垂直分量的乘积却保持不变，即 $rv_{\perp}$＝恒量（等于单位时间内位移矢量扫过面积的两倍)．运动物体的质量不出现在等面积定律和伽利略惯性定律中．

象引用动量$\mathbf{P}=m\mathbf{V}$那样，我们引入一个量 $L=rP_{\perp}=mrv_{\perp}$，并称之为角动量．在适当情况下相互作用着的物体的角动量之和也是保持恒定的，而各个$rv_{\perp}$之和并不守恒．

在图1-4里，乘积 $rv_{\perp}$ 等于乘积$r_{\perp}v$，因为两个乘积都等于三角形OAB面积的两倍．可将这相等的乘积直接写作$rv\sin\theta$，可将L写成 $L=mrv_{\perp}=mr_{\perp}v=mrv\sin\theta$．注意角动量的定义中含有从一个给定点量起的距离r，因而，甚至以匀速运动的单个物

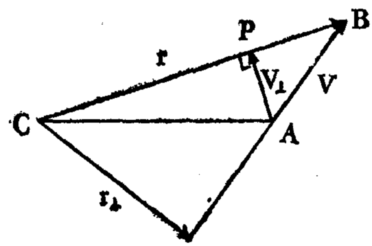


图 1—4

体，一般也会有不同的角动量，它取决于参考点的位置.

能量、角动量和轨道

在有心力场中运动的物体，轨道上各点的总能量（动能加势能）保持不变，相对于力心的角动量也保持不变．那么，能量和角动量分别取不同值的物体应该有不同的轨道.

例如，我们研究α粒子在金原子核的场中的运动．当α粒子靠近金核时，它的动能减少、势能增大；当它的初始（在远离核时所具有的）动能全部转变成势能时，它离核最近，即满足$\frac{1}{2}mv^2_{初始}=v$．α粒子在此位置将是静止的，故无角动量．由角动量守恒可知，这样的α粒子在开始运动时就应无角动量，即$mrv_{\perp}=0$．因为$r\neq0$ 所以$v_{\perp}=0$，即α粒子是正对着金核运动的(图1-5)．另一方面，以同一速度运动的α粒子若开始不是正对着金核运动，它必有一个角动量．设瞄准距离是b，它绕核的角动量是$L=mrv_{\perp}=mvr_{\perp}=mv_{初始}b$．这个$\alpha$粒子在最靠近核的$r'$距离处，应有一个速度$V'$才能使$mr'v_{\perp}'=mv_{初始}b$．因此，它总会有些动能的，在斥力的情况下，$\alpha$粒子决不会象没有角动量那样靠近核.我们看出,沿相同方向、用相等动能向着同一个核靠近的两个α粒子，若它们相对于核有不同的角动量，则应有不同的轨道.

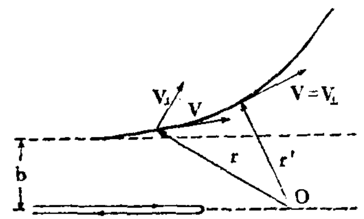


图 1—5　在位于O处的核附近α粒子的两条轨道

一个特殊情况——卫星的运动

地球卫星是在一个以地球为一焦点的椭圆轨道上运行．如图1-6，椭圆是动点P的轨迹，从动点P到二定点（焦点）的距离之

和等于常量2a．椭圆可以用2a与二焦点的间隔2c来表征，也可以用半长轴a与半短轴b来描述．

把卫星速度V分解成平行于位置矢量的分量和垂直于位置矢量的分量：

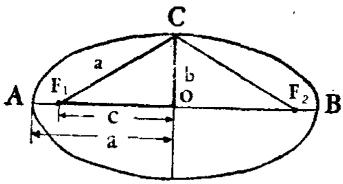


图 1—6

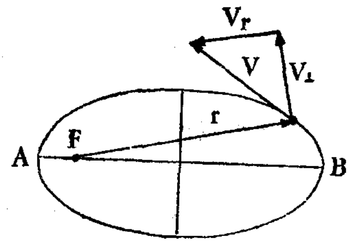


图 1—7

$$\mathbf{V}=\mathbf{V}_r+\mathbf{V}_\perp \quad (\text{图 1—7})$$

于是 $v^2=v_r^2+v_\perp^2$，动能写成 $E_K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}mv_r^2+\frac{1}{2}mv_\perp^2$.

用角动量L表示$v_\perp$： $v_\perp=\frac{L}{mr}$.

将$v_\perp$代入E_K的表示式中，$E_K=\frac{1}{2}mv_r^2+\frac{1}{2}\frac{L^2}{mr^2}$，于是总能化为 $E=E_K+U_r=\frac{1}{2}mv_r^2+\frac{1}{2}\frac{L^2}{mr^2}-G\frac{Mm}{r}$．这里M和m分别是地球和卫星的质量，G是引力常数．上式对于轨道上的所有点都成立．在离地球最远和最近的两点，$v_r=0$．用r_0表示其距离，于是在这两点上E的表示式简化为

$$E=\frac{L^2}{2mr_0^2}-G\frac{Mm}{r_0},$$

用$\frac{r_0^2}{E}$乘全式，得 $r_0^2+\frac{GMm}{E}r_0-\frac{L^2}{2mE}=0$．按照图1-6，这

个方程的解是

$$r_0=a+c, \quad r_0=a-c.$$

因二解之和应等于r_0的系数的负值，故

$$(a+c)+(a-c)=-\frac{GMm}{E}.$$

二解的乘积应等于常数项，故

$$(a+c)(a-c)=\frac{-L^2}{2mE}.$$

从第一个方程得 $2a=-\frac{GMm}{E}$，或$a=-\frac{GMm}{2E}$.

利用a、c和b之间的关系(图1-6)，从第二个方程得

$$a^2-c^2=b^2=\frac{-L^2}{2mE}, \quad 即 \quad b=L/\sqrt{-2mE}.$$

因为卫星受到约束，故总能E应是负值，故上式分母求的是一个正量的平方根.

这两个方程指出椭圆轨道是怎样取决于卫星的能量和角动量的．要注意，椭圆的半长轴只取决于能量，发射卫星时，椭圆轨道的长轴只决定于卫星脱离运载器的位置以及在脱离时刻的速率，而与卫星的运动方向无关．另一方面，半径轴将取决于脱离时刻卫星的运动方向．因为 $L=mrv\sin\theta$，并且在能量一定的情况下b与L成正比，所以当速度垂直于位置矢量时，b将取最大值.

卫星离地球最近的距离是 $r_{最小}=a-c=a-\sqrt{a^2-b^2}$．若b很小，$r_{最小}$也很小，这种情况下椭圆是很扁的，它的两个焦点非常靠近长轴的两端．对于适当的能量值，b所能得到的最大值可以是a，这时$r_{最小}=a$，椭圆变成圆．因为b与L成比例，所以，在已知能量情况下，圆形轨道有最大的角动量.

角动量是矢量吗

用卫星的能量和角动量能够决定卫星椭圆轨道的形状，而任何时刻的位置矢量**r**和动量矢量**P**就能确定一个平面．因为使**P**改变的力总是沿着**r**的方向，从而动量永远不会有这个平面以外的分量，所以全部轨道都包含在这个平面之内．因此，用能量、角动量和轨道平面在空间的方位就能够细致地描述轨道．给出与这个平面垂直的任一条线的方向，就能够唯一地描述平面的方位．这样一条直线的方向既垂直于**r**，也垂直于**P**，而 $rP_{\perp}$ 又是角动量的大小，我们可以把这个大小和方向结合在一起给出一个矢量**L**，可以证明，角动量矢量**L**遵守矢量相加的法则．通常采用下面的规定：用右手的拇指指向**r**的方向，食指指向**P**的方向，使中指指向与二者垂直的方向，这就是角动量的方向．这种二矢量的乘积称之为矢积或叉积，其标准表示法是

$$\mathbf{L}=\mathbf{r}\times\mathbf{P}.$$

相互作用的物体的角动量守恒

质量相等的一个白色高尔夫球和一个深色油灰球悬挂在高天花板上，图 1-8 示出它们沿轨道的运动，碰撞时二球粘合在一起．碰撞前，油灰球的位置矢量在每单位时间扫过的面积是一个不变的值，而高尔夫球却照直通过力心（用白色圆中的黑点标记），所以它的位置矢量在单位时间扫过的面积是零．对于力心，碰撞前高尔夫球的角动量是

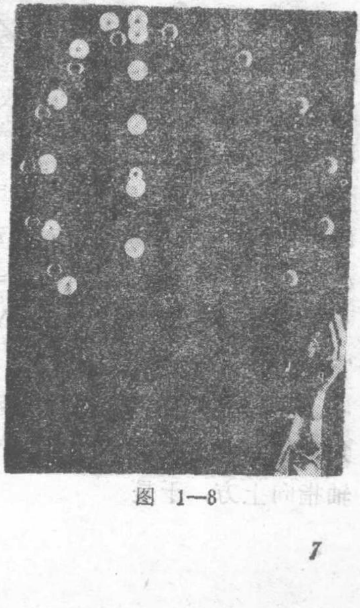


图 1—8

零；碰撞后，每一球都绕另一球有一定的转动，但转动使每球的位置仅有微小的改变．这里，忽略这种改变所引起的面积变化，并在测量中使用二球的质心位置，仔细测量证实，碰撞后从力心到粘合球的质心的位置矢量单位时间内扫过的面积，几乎恰好是碰撞前从力心到油灰球质心的位置矢量单位时间内所扫过的面积的一半，可是运动的粘合球的质量加了一倍，所以角动量是保持不变的．

弹性碰撞或部分弹性碰撞（包括两物体的质量不同，在同一平面内运动或在不同平面内运动）的许多实验，都能得到同样的结果，即相互作用物体角动量矢量之和是守恒的．

刚体的角动量及转动惯量

我们把刚体看成是由保持一定相对位置的许多小块物质组成的．物体的总角动量是这些小块物质（通常称为“质量元”）的角动量之和．图 1-9 示出均匀薄圆板绕通过板心的一个垂直轴的转动．若板以角速度ω按照图示的方向转动，则离板心r距离处的一个质量元Δm的速度与r垂直，大小是$v=r\omega$．角动量 L 的大小应是

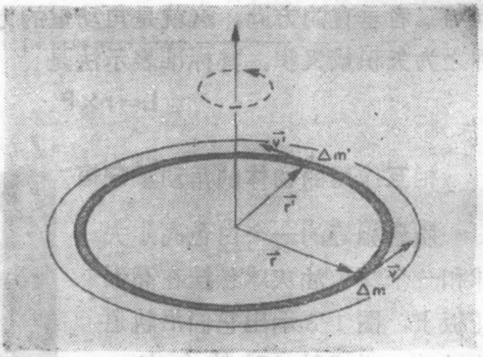


图 1—9

$$\Delta L=\Delta m r v=\Delta m r^2\omega$$

它的方向沿转轴指向上方．

再加上另一个与板心的距离和Δm一样的质量元$\Delta m'$，它的角动量的大小应是$\Delta L'=\Delta m' r^2\omega$，它的角动量的方向也是沿转轴指向上方，于是

$$\Delta L+\Delta L'=\Delta m r^2\omega+\Delta m' r^2\omega$$
$$=(\Delta m+\Delta m')r^2\omega$$

我们把在相等距离处的质量元的角动量一个接着一个地加起来，直到把整个圆环上的所有质量元都包括进去（图1-9），于是这窄圆环的角动量是$m_{圆环}r^2\omega$. 这好象r距离处的所有质量都聚集成一块，并以同一角速度转动似的.

现在，把圆板分割成许多窄圆环（图1-10），并对它们的角动量求和，就能得出整个圆板的角动量. 用ΔM_1、ΔM_2…… 表示各个环的质量，这些质量离板心的距离分别是r_1、r_2……，于是整个圆板的角动量是

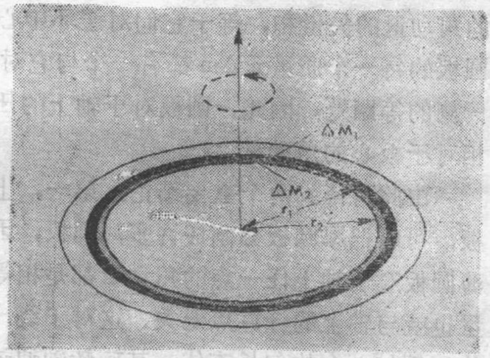


图 1—10

$$L=(\Delta M_1 r_1^2\omega+\Delta M_2 r_2^2\omega+\cdots\cdots)$$
$$=(\Delta M_1 r_1^2+\Delta M_2 r_2^2+\cdots\cdots)\omega.$$

这就是计算薄圆板对于板心的角动量的关系式.

要计算圆板对于轴上板外一点（图1-11中的O′）的角动量，先得研究图中右侧离轴r远处的质量Δm_1，它相对于O′的位置矢量的长度是$r'=r/\sin\theta$，其速度矢量垂直于纸面向里，大小为$v=r\omega$. 故角动量大小为$\Delta L=\Delta m r^2\omega/\sin\theta$，方向是在纸面上

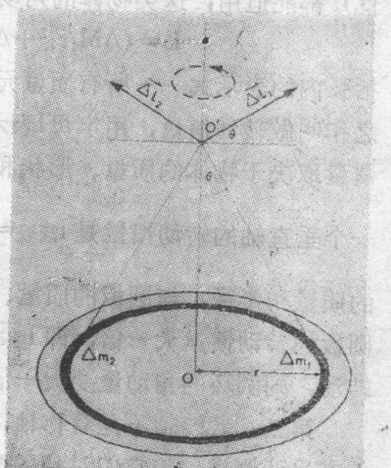


图 1—11

并与 r′ 垂直．由于对称性，Δm_1 的角动量平行于圆板的分量与左侧质量元 Δm_2 的角动量互相抵消，平行于旋转轴的分量则与之相加，竖直分量的大小都是 $\Delta L\sin\theta$，于是有

$$\Delta L\sin\theta=\Delta m\frac{r^2\omega}{\sin\theta}\sin\theta=\Delta mr^2\omega.$$

处于同一环上对称位置的两个相等质量元对于轴上任一点O′的角动量的矢量和，等于它们对于环中心 O的角动量之和．因为圆板的每一个质量元 Δm 都有一个与它对应的质量元位于轴的另一侧的等距处，因此，圆板对于轴上的任一点的角动量等于圆板相对于板心的角动量．

由此可得到两个重要结论：第一，上面的讨论不局限于薄圆板，可以把厚圆板分割成许多薄圆板，因而每一绕对称轴转动的薄圆板对于轴上任一点的角动量都是相等的，整个厚圆板的角动量也就与轴上的计算点无关．这对于绕一个对称轴转动的任何物体（例如一个均匀长方体，其旋转轴通过体心并与物体一个面垂直）都能适用，这类物体的角动量的指向应沿着转轴，大小是

$$L=(\Delta M_1r_1{}^2+\Delta M_2r_2{}^2+\cdots\cdots)\omega.$$

括弧内的表示式——所有质量元与它离对称轴的距离平方的乘积之和叫做转动惯量，用字母I表示．于是 $L=I\omega$．任何物体的转动惯量取决于物体的质量、形状和转轴的位置．圆板对通过板心的一个垂直轴的转动惯量是 $I_{圆板}=\frac{1}{2}MR^2$，式中M和 R 分别是圆板的质量和半径，与圆板的质量、半径都相等的圆环的转动惯量比圆板的转动惯量大一倍，即 $I_{圆环}=MR^2$．若二者用相同的角速度转动，则圆环的角动量要大一倍．

第二，若转轴不是对称轴，转轴一侧至少会有一些质量元不能在另一侧找到与它们对称的质量元．一般地讲，角动量的指向不会沿着转轴，角动量的大小和方向要取决于在轴上选取的参考